

**Disciplina: EST-1**

**Professor: Quintana**

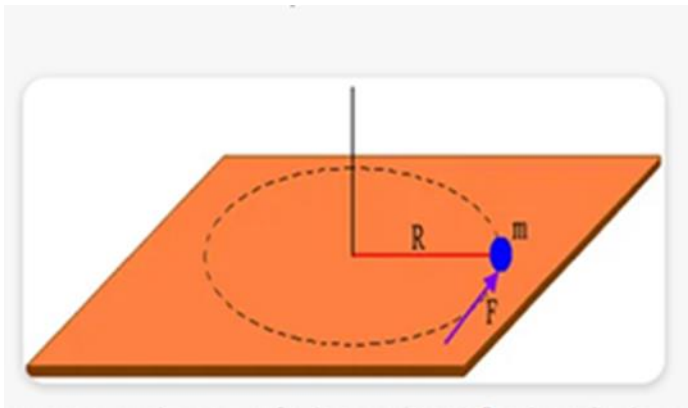
**TÓPICO 12: NOÇÃO DE MOMENTO DE INÉRCIA E EFEITO DE SUPERFÍCIE LIVRE**

**1) NOÇÃO DE MOMENTO DE INÉRCIA EM RELAÇÃO A UM EIXO.**

⇒ O momento de inércia é uma grandeza física que avalia a dificuldade de alterar o estado de movimento de um corpo em rotação, figura 1.

⇒ Quanto maior for o momento de inércia de um corpo, maior será a dificuldade de fazê-lo girar ou alterar a sua rotação, ou seja, maior será a resistência do corpo de alterar sua velocidade angular.

**Figura 1:**



⇒ A expressão matemática utilizada para calcular o momento de inércia de um corpo é a seguinte:

$$I = m \cdot R^2$$

⇒ Onde:

I é o momento de inércia;

m é a massa do corpo;

R é a distância da massa m ao ponto fixo em torno do qual o corpo girará.

⇒ A partir dessa equação, podemos concluir que o momento de inércia depende da massa do corpo e do raio do movimento circular que ele executa. Dessa forma, quanto maiores forem os valores apresentados, maior será o momento de inércia do corpo.

⇒ A unidade de medida do momento de inércia no Sistema Internacional é o  $\text{kgm}^2$ .

**Exemplo 1:** Calcule o momento de inércia de um corpo de 10 Kg que dista 8m do centro de rotação.

$$I = m \cdot R^2 = 10 \cdot 64 = 640 \text{ Kgm}^2$$

## **2) SUPERFÍCIE LIVRE**

⇒ Ao adquirir uma banda, um navio que esteja transportando uma carga sólida, não sofrerá alteração no seu Centro de Gravidade.

⇒ O mesmo acontecerá com o navio que transportar uma carga a granel líquida, desde que os tanques estejam completamente cheios, isto é, não tendo o líquido para onde se expandir irá se comportar da mesma maneira que um sólido.

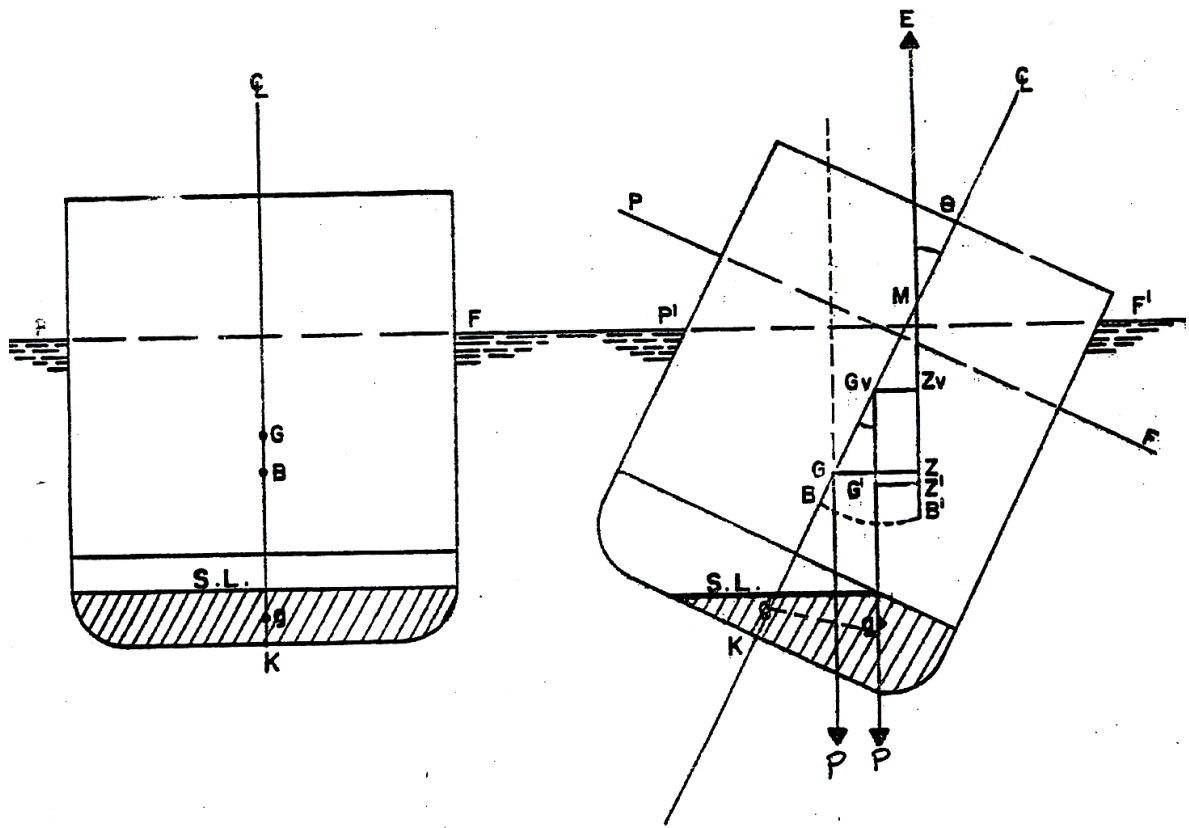
⇒ Ao transportar cargas líquidas em tanques incompletas importa em deixar espaços para sua expansão. Portanto, a carga transportada tem superfície livre e seus efeitos na estabilidade do navio serão a seguir analisados.

### **2.1) EFEITO DA SUPERFÍCIE LIVRE**

⇒ Vemos, na figura 2, um navio adriçado com um tanque de duplo-fundo contendo óleo apenas até a metade de sua altura, sendo o centro de gravidade do líquido **g**.

⇒ Se houver um balanço, o Centro de Gravidade do Navio **G** deslocar-se-á paralelamente e no mesmo sentido da mudança do centro de gravidade do líquido no tanque, passando para **G'**. Assim sendo, a força da gravidade passará a atuar segundo a vertical que passa por **G'** e não mais pela que passa por **G**.

Figura 2:



⇒ O Braço de Adriçamento que seria (GZ) caso o CG do navio não tivesse sofrido alteração, entretanto, será agora (G'Z'), sensivelmente menor.

⇒ Assim sendo, também será menor o Momento de Adriçamento (MA):

$$MA = \Delta \cdot GZ \quad (\text{sem superfície livre})$$

$$MA = \Delta \cdot G'Z' \quad (\text{com superfície livre})$$

⇒ Observa-se na figura 1 que a força da gravidade e a força de empuxo se apresentam sempre equidistantes e paralelas.

⇒ Dessa forma, temos que:  $G'Z' = G_v Z_v$

⇒ Onde:  $G_v$  é o ponto de corte do prolongamento da força da gravidade com a LC.

⇒  $G_v$  é denominado como o centro de gravidade virtual do navio devido ao efeito de Superfície Livre.

⇒ Sendo válido, portanto, se expressar:  $MA = \Delta \cdot G_v Z_v \Rightarrow MA = \Delta \cdot G_v M \cdot \sin$

⇒ Caso não houvesse o efeito de superfície livre teríamos  $\Delta_1 = P_1 \cdot h_q$

**Importante:**

***$G_v M$  é nitidamente menor do que  $GM$ , o efeito da Superfície Livre equivale, portanto, a uma Virtual redução de  $GM$  e consequentemente redução da Estabilidade do navio.***

**2.2) FÓRMULA PARA O CÁLCULO DA ELEVACÃO VIRTUAL DO CENTRO DE GRAVIDADE**

⇒ Calcula-se a elevação do centro de gravidade pelo efeito de superfície livre pela seguinte fórmula:

$$GGV = \frac{L \cdot b^3}{12 \nabla} \cdot \frac{\delta_1}{\delta_2}$$

⇒ Onde:

$L$  comprimento do tanque

$b$  - largura do tanque

$12$  coeficiente numérico

$\nabla$  - volume de carena

$\delta_1$  densidade do líquido no tanque

$\delta_2$  densidade da água em que o navio flutua

O fator  $\frac{L \cdot b^3}{12}$  é o momento de inércia ( $i$ )

⇒ Sabendo-se que:  $\Delta = \nabla \cdot \delta_2$  e que o momento de inércia (  $i$  ) é o fator  $\frac{L.b^3}{12}$

⇒ Substituindo na fórmula o fator  $L.b^3/12$  por  $i$ , obtemos:

$$GGV = \frac{i \cdot \delta_1}{\Delta}$$

⇒ Convém destacar que os Cadernos de Estabilidade dos navios já apresentam os valores desses Momentos de Inércia ( $i$ ) calculados para os diversos tanques

### RESUMO DAS FÓRMULAS MAIS IMPORTANTES SOBRE EFEITO DE SUPERFÍCIE LIVRE

⇒ **Momento de Inércia:**  $i = L.b^3 / 12$

⇒ **Elevação virtual do centro de gravidade:**  $GGv = i.\delta_1 / \Delta$

⇒ Sendo:  $\delta_1$  = densidade do líquido no tanque.

⇒  $GGv$  = soma dos efeitos das superfícies livres dos tanques

⇒ **Cota do centro de gravidade corrigida do efeito de superfície livre:**  $KGc = KG + GGv$

⇒ **Altura metacêntrica corrigida do efeito de superfície livre:**

$$GMc = GM - GGv$$

$$GMc = KM - KGc$$

**Exemplo 2:** Um tanque possui comprimento de 24 m e boca de 4m, estando o mesmo parcialmente cheio com óleo combustível cuja densidade vale  $0,9 \text{ t/m}^3$ . Determine a elevação virtual do centro de gravidade do navio provocada pela superfície livre deste tanque, sabendo-se que o seu deslocamento vale 4000t.

### Lista de Exercícios 24

01) O navio Comte. Renan deslocando 5000 t apresenta  $KG = 7,56 \text{ m}$  e  $KM = 8,78 \text{ m}$  estando parcialmente carregados os tanques N° 01 com óleo (comprimento = 12 m; boca = 4 m e densidade =  $0,9 \text{ t/m}^3$ ) e N° 02 com lastro (comprimento = 48 m; boca = 8m e densidade =  $1,025 \text{ t/m}^3$ ). Determine:

- a) A elevação virtual do centro de gravidade
- b) A cota do centro de gravidade corrigida pelo efeito de superfície livre
- c) A altura metacêntrica corrigida do efeito de superfície livre.

02) O navio Comte. Luiz Otávio deslocando 4000 t apresenta  $KG = 6,38 \text{ m}$  e  $KM = 6,89 \text{ m}$  estando parcialmente carregados os tanques N° 07 (comprimento = 36 m; boca = 5 m e densidade =  $0,92 \text{ t/m}^3$ ); N° 08 (comprimento = 24 m; boca = 3m e densidade =  $1,025 \text{ t/m}^3$ ) e tanque N° 09 (comprimento = 8 m; boca = 6 m e densidade =  $0,91 \text{ t/m}^3$ ). Determine:

- a) A elevação virtual do centro de gravidade
- b) A cota do centro de gravidade corrigida pelo efeito de superfície livre
- c) A altura metacêntrica corrigida do efeito de superfície livre.

03) Uma embarcação apresenta  $KG = 8,15 \text{ m}$  e  $KM = 8,65 \text{ m}$ , sabendo-se que existem três tanques que não estão totalmente cheios. Consultando o caderno de estabilidade da embarcação, verificou-se que estes tanques, provocam os seguintes efeitos de superfície livre: tanque 05 = 0,14 m, tanque 08 = 0,24 m e o tanque 03 = 0,18 m. Com base nestes dados, determine:

- a) A elevação virtual do centro de gravidade
- b) A cota do centro de gravidade corrigida pelo efeito de superfície livre
- c) A altura metacêntrica corrigida do efeito de superfície livre.
- d) A condição de equilíbrio da embarcação após a correção do efeito de superfície livre.

### **2.3) DADOS DO CADERNO DE ESTABILIDADE PARA EFEITO DE SUPERFÍCIE LIVRE**

⇒ Nos planos de alguns navios figuram o valor  $i$ . 81 como uma constante para cada tanque, pois consideram  $i$  em seu valor máximo para o referido tanque. Dessa forma, consideram a seção horizontal que produza o maior valor para o momento de inércia, então, como cada tanque tem uma finalidade (água doce, lastro, óleo combustível, etc.) aplicam o valor da densidade padrão.

⇒ **Primeiro Caso:** No caderno de Estabilidade de um graneleiro tipo o Docepolo, figuram tanto o valor de  $i$  como o deslocamento, sendo apresentada a razão entre o  $i$  e o deslocamento para cada compartimento que apresente superfície livre. Assim sendo, devemos multiplicar essa razão pela densidade do líquido de cada compartimento para obtermos a correção para superfície livre.

**EXTRATO DO CADERNO DE ESTABILIDADE DO "N.M. DOCEPOLO"**  
**TABELA DE CORREÇÃO DA GEM POR EFEITO DE SUPERFÍCIE LIVRE**  
**(TANQUES DE CONSUMO)**

| TANQUES                | POS. | $i(m^4)$ $\Delta$ | 24000 | 26000 | 28000 | 30000 |
|------------------------|------|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| TQ.Óleo comb. nº 1 "C" | BB   | 3 252             | 0,136 | 0,125 | 0,116 | 0,108 |
| TQ.Óleo comb. nº 1 "C" | BE   | 3 252             | 0,136 | 0,125 | 0,116 | 0,108 |
| TQ.Óleo comb. nº 2 "C" | BB   | 560               | 0,024 | 0,022 | 0,020 | 0,019 |
| TQ.Óleo comb. nº 2 "C" | BE   | 907               | 0,038 | 0,035 | 0,032 | 0,030 |
| TQ.Óleo Diesel "A"     | BB   | 334               | 0,014 | 0,013 | 0,012 | 0,011 |
| TQ.água potável        | BB   | 209               | 0,009 | 0,008 | 0,007 | 0,007 |
| TQ.água de lavar       | BE   | 148               | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,005 |
| TQ.colisão de vante    | C    | 14 298            | 0,596 | 0,550 | 0,511 | 0,477 |
| TQ.Fundo duplo nº 1    | C    | 20 323            | 0,847 | 0,782 | 0,726 | 0,677 |
| TQ.Fundo duplo nº 2    | C    | 20 857            | 0,869 | 0,802 | 0,745 | 0,695 |
| TQ.colisão de ré       | C    | 11 975            | 0,499 | 0,461 | 0,428 | 0,399 |
| Porão de carga nº 2    | C    | 27 925            | 1,164 | 1,074 | 0,997 | 0,931 |

**Exemplo 3** = R qd h i qgr g s r Q 35 gr qd lr Grfhs r r / está parcialmente cheio de lastro ( $1,025 \text{ t/m}^3$ ). Sabendo-se que o deslocamento vale 28000 t, determine a elevação virtual do centro de gravidade do navio provocada pela superfície livre deste tanque.

### Lista de Exercícios 25

01) R qd lr Grfhs r r CIAGA ds h hq d gh r camento de 28000 t;  $KG = 8,42 \text{ m}$  e  $KM = 8,89 \text{ m}$ . Sabendo-se que existem três tanques que não estão totalmente cheios: tanque N° 01 C BB ( $0,9 \text{ t/m}^3$ ); tanque N° 02 C BE ( $0,9 \text{ t/m}^3$ ) e o tanque N° 02 FD-C ( $1,025 \text{ t/m}^3$ ). Com base nestes dados, determine:

- a) A elevação virtual do centro de gravidade
- b) A cota do centro de gravidade corrigida pelo efeito de superfície livre
- c) A altura metacêntrica corrigida do efeito de superfície livre.
- d) A condição de equilíbrio da embarcação após a correção do efeito de superfície livre.

02, R qd lr Grfhs r r ASON ds h hq d gh r camento de 24000 t;  $KG = 8,23 \text{ m}$  e  $KM = 9,25 \text{ m}$ . Sabendo-se que existem três tanques que não estão totalmente cheios: tanque N° 01 C BB ( $0,9 \text{ t/m}^3$ ); tanque N° 02 C BE ( $0,9 \text{ t/m}^3$ ) e o tanque N° 01 FD-C ( $1,025 \text{ t/m}^3$ ). Com base nestes dados, determine:

- a) A elevação virtual do centro de gravidade
- b) A cota do centro de gravidade corrigida pelo efeito de superfície livre
- c) A altura metacêntrica corrigida do efeito de superfície livre.
- d) A condição de equilíbrio da embarcação após a correção do efeito de superfície livre.



⇒ **Segundo Caso:** O caderno de Estabilidade do navio SD- 14 apresenta o valor de  $i$  máximo e o produto de  $i$  pelas densidades específicas. Dessa forma, teremos que dividir pelo deslocamento do navio para obter o efeito de superfície livre.

### EXTRATO DO CADERNO DE ESTABILIDADE DE UM NAVIO TIPO SD-14

#### EFEITO DE SUPERFÍCIE LIVRE

Os valores de " $i$ " foram calculados com o navio flutuando sem compasso e sem banda e considerando a seção horizontal que desse o maior valor de " $i$ ".

| TANQUE       | Caverna nº | Momento de inércia( $i$ ) | Água de lastro   | Água do de       | Óleo combus.     | Óleo lubrif.     | Óleo veget.      |
|--------------|------------|---------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
|              |            | m <sup>4</sup>            | t.m <sup>4</sup> | t.m <sup>4</sup> | t.m <sup>4</sup> | t.m <sup>4</sup> | t.m <sup>4</sup> |
| nº 1 - FD C  | 138-159    | 4187                      | 4291,7           |                  |                  |                  |                  |
| nº 2 - FD C  | 99-138     | 968                       | 992,2            |                  | 871,2            |                  |                  |
| nº 2 - FD BB | 99-138     | 633                       | 648,8            |                  |                  |                  |                  |
| nº 2 - FD BE | 99-138     | 633                       | 648,8            |                  |                  |                  |                  |
| nº 3 - FD BB | 53- 99     | 696                       |                  |                  |                  | 626,4            |                  |
| nº 3 - FD BE | 53- 99     | 696                       |                  |                  |                  | 626,4            |                  |
| nº 4 - FD BB | 43- 53     | 121                       |                  |                  |                  | 108,9            |                  |
| nº 4 - FD BE | 43- 53     | 121                       |                  |                  |                  | 108,9            |                  |
| nº 5 - FD BB | 38- 42     | 33                        |                  |                  | 33               |                  |                  |
| nº 5 - FD BE | 38- 42     | 33                        |                  |                  | 33               |                  |                  |
| nº 7 - FD C  | 38- 50     | 7,6                       |                  |                  |                  |                  | 6,8              |
| nº 11 - C    | 169- FP    | 451,6                     | 462,9            |                  |                  |                  |                  |
| nº 22 - C    | 89- 99     | 5290                      | 5422,2           |                  |                  |                  |                  |
| nº 21 - C    | 84- 89     | 174,5                     | 178,8            |                  |                  |                  | 160              |
| nº 21 - BB   | 84- 89     | 120                       | 123,0            |                  |                  |                  | 110              |
| nº 21 - BE   | 84- 89     | 120                       | 123,0            |                  |                  |                  | 110              |
| nº 6 - BB    | 17- 37     | 289                       | 296,2            |                  |                  | 260,1            |                  |
| nº 6 - BE    | 17- 37     | 289                       | 296,2            |                  |                  | 260,1            |                  |
| nº 12 - C    | 9- AP      | 322                       | 330,1            |                  | 332              |                  |                  |

a - Os tanques de óleo diesel (4 FD) estão incluídos com os de combustível.  
A tabela prossegue com os pequenos tanques de serviço.

**Exemplo 4:** O tanque fundo duplo N° 02 central do navio tipo SD-14, está parcialmente cheio de lastro. Sabendo-se que o deslocamento vale 8000 t, determine a elevação virtual do centro de gravidade do navio provocada pelo efeito de superfície livre deste tanque.

### **Lista de Exercícios 26**

01) O navio SD-47 Frp dqgdq h Laís dpresenta uma altura metacêntrica de 1,35 m e um deslocamento de 12000t, sabendo-se que existem três tanques que não estão totalmente cheios: tanque N° 01 FD-C; tanque N° 03 FD-C e o tanque N° 04 FD-BE. Qual a altura metacêntrica corrigida devido o efeito da superfície livre?

02) O navio SD-47 Esperança ds h hq d N ; /65 m; calado a vante de 8,80 m e a ré 9,20 m. Sabendo-se que existem três tanques que não estão totalmente cheios: tanque N° 01 FD-C; tanque N° 03 FD-BB e o tanque N° 11 C. Com base nestes dados, determine:

- a) A elevação virtual do centro de gravidade
- b) A cota do centro de gravidade corrigida pelo efeito de superfície livre
- c) A altura metacêntrica corrigida do efeito de superfície livre.
- d) A condição de equilíbrio da embarcação após a correção do efeito de superfície livre.

### **2.4) COMO ATENUAR O EFEITO DE SUPERFÍCIE LIVRE**

⇒ Para minimizar o efeito de superfície livre, deve-se dividir o tanque utilizando anteparas longitudinais.

⇒ Como sabemos que o momento de inércia de um tanque em relação a um plano é expresso pela fórmula:

$$i = L.b^3 / 12$$

⇒ Considerando que b é a boca do tanque e desejamos dividi-la em n partes iguais, teremos:

$$i = L.(b/n)^3 / 12$$

⇒ Logo: 
$$i = L.b^3 / 12. n^3$$

$$\Rightarrow \text{Obtemos então: } it = n. i \Rightarrow it = n. L.b^3 / 12. n^3 \Rightarrow it = l.b^3 / 12. n^2 \Rightarrow \mathbf{it = i / n^2}$$
$$GG_V = i t \cdot \delta 1 / \Delta \Rightarrow \quad \dagger 2 q, 1 \delta 1 / \Delta) \Rightarrow$$

$n \rightarrow$  número de partes em que o tanque foi dividido.

### Lista de Exercícios 27

02) Uma embarcação possui um tanque que provoca um efeito de superfície livre de 0,989 m. Qual seria o efeito de superfície livre provocado pelo referido tanque, caso fosse dividido em cinco partes iguais por anteparas longitudinais?