CENTRO DE INSTRUÇÃO ALMIRANTE GRAÇA ARANHA (CIAGA)

FÍSICA 1 (FIS-1)

Departamento de Ensino de Máquinas (CIAGA-22)
Curso Especial de Acesso a 2º Oficial de Máquinas (ACOM-B)

Prof.: Capitão-Tenente Macedo Marques

Currículo Lattes: https://lattes.cnpq.br/3049804152071884

LinkedIn: https://www.linkedin.com/in/alexandre-marques-770453108/

SUMÁRIO

- 1- Estática da Partícula / Corpo Rígido
- 2- Cinemática e Dinâmica da Partícula

P_1

- 3- Trabalho e Energia
- 4- Dinâmica de Rotação

P_2

Referências Bibliográficas

- **HALLIDAY, D., Resnick, R. , Walker, J.** *Fundamentos da física* (v. 1 e 2). LTC, 9ª ed., 2012.
- **MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G.** *Mecânica para Engenharia*: *Estática*. 6ª edição. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2009.
- **SORIANO, Humberto L.; LIMA, Silvio S.** *Análise de Estruturas: Método das Forças e Método dos Deslocamentos - Vol. I*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2004.
- **BEER, Ferdinand P.; JOHNSTON JR., E. Russell; DEWOLF, John T.; MAZUREK, David F.** *Mecânica dos Materiais*. 5ª edição. São Paulo: McGraw-Hill / Bookman, 2010.

SUMÁRIO

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

- Objetivos:
  - Conceitos básicos para o estudo da mecânica
    - Definições
    - Operações com Vetores
  - Forças / Leis de Newton / Forças Especiais
  - Momento de uma Força
  - Diagrama de Corpo Livre
  - As condições de equilíbrio em corpos rígidos
  - Forças distribuídas
  - Elasticidade, tração, compressão e cisalhamento

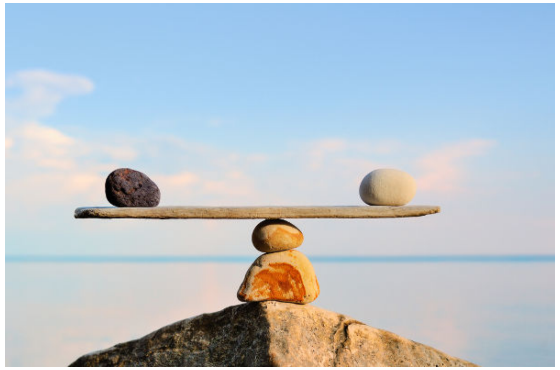
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Onde a estática está situada dentro dos fenômenos físicos relacionados aos corpos rígidos?

MECÂNICA

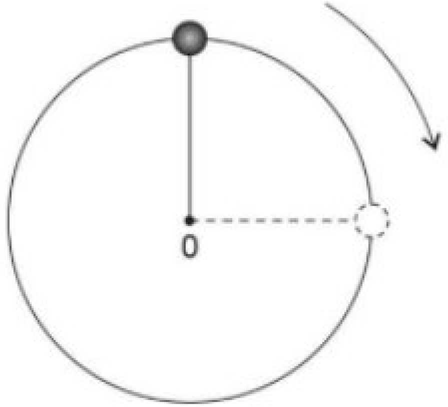
Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diz respeito ao **equilíbrio** de corpos sob a ação de forças.



Cinemática e Dinâmica da Partícula

Diz respeito ao **movimento** dos corpos.



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Estática e Condição Básica (Definições)

Introdução à Estática:

O que é a Estática? É a área da mecânica que lida com a descrição das condições necessárias e suficientes para manter o equilíbrio de corpos sob a ação de forças; e

A Condição Básica: Um corpo está em equilíbrio quando a resultante de todas as forças atuando nele é nula, resultando em aceleração nula (Leis de Newton).

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Conceitos Básicos para o estudo da mecânica (Definições)

- **Espaço**: região geométrica ocupada por corpos cujas posições são descritas por medidas lineares e/ou angulares relativamente a um sistema de coordenadas;

- **Tempo**: medida da sucessão de eventos (não está envolvido na análise de problemas de estática); e

- **Massa**: quantidade de inércia de um corpo (resistência de um objeto a mudanças no seu movimento). É uma propriedade intrínseca e constante, independente do local (Terra, Lua ou espaço) ou da gravidade.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Conceitos Básicos para o estudo da mecânica (Definições)

- **Força**: É a ação de um corpo sobre outro. Caracteriza-se por ter módulo (valor), direção e sentido (é uma grandeza vetorial);

- **Partícula**: é uma idealização em que você reduz um objeto a um único ponto dotado de massa, sem dimensões. Isso significa que você ignora completamente rotação, deformação e qualquer geometria interna. Toda a física se resume a descrever a translação desse ponto sob a ação de forças. A equação que governa isso é essencialmente a 2ª Lei de Newton aplicada ao centro de massa: $\vec{F} = m{\cdot}\vec{a}$.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Conceitos Básicos para o estudo da mecânica (Definições)

- **Corpo rígido**: é uma idealização um passo acima: o objeto tem extensão espacial (forma, volume, distribuição de massa), mas com a restrição de que a distância entre quaisquer dois pontos internos permanece constante — ou seja, ele não se deforma. Isso abre espaço para um tipo de movimento que a partícula simplesmente não possui: a rotação. Agora, além de $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ para o centro de massa, você precisa de uma 2ª família de equações envolvendo torques e momentos de inércia.

- A distinção entre partícula e corpo rígido é fundamentalmente uma questão de modelagem — ou seja, de quanto detalhe você precisa (ou pode se dar ao luxo de ignorar) para descrever o movimento de um objeto.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Conceitos Básicos para o estudo da mecânica (Definições)

- **Corpo rígido**: é uma idealização um passo acima: o objeto tem extensão espacial (forma, volume, distribuição de massa), mas com a restrição de que a distância entre quaisquer dois pontos internos permanece constante — ou seja, ele não se deforma. Isso abre espaço para um tipo de movimento que a partícula simplesmente não possui: a rotação. Agora, além de $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ para o centro de massa, você precisa de uma 2ª família de equações envolvendo torques e momentos de inércia.

Observando a definição acima: o que significa "[...] a distância entre quaisquer dois pontos internos permanece constante — ou seja, ele não se deforma."?

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Conceitos Básicos para o estudo da mecânica (Definições)

Significa que:

A restrição de rigidez diz o seguinte: a distância entre 02 pontos é simplesmente a distância euclidiana comum — uma linha reta entre estes pontos medida no espaço tridimensional, de modo que não muda com o tempo, independentemente de quais forças atuem sobre o objeto, e independentemente de quais dois pontos que você escolha. Isso vale para todos os pares de pontos simultaneamente.

E… o que isso implica na prática?

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Conceitos Básicos para o estudo da mecânica (Definições)

Implica que:

Se você puxa uma extremidade da barra, o corpo rígido não estica. Se você comprime, ele não encurta. Se você torce, ele não se retorce. O objeto se move — translada e rotaciona — mas sua geometria interna é “congelada”. É como se todos os pontos internos “estivessem soldados” uns aos outros de forma infinitamente forte.

O “não se deformar” significa que a configuração relativa das partes do objeto nunca muda. Só muda a posição e a orientação do objeto como um todo no espaço.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Conceitos Básicos para o estudo da mecânica (Definições)

Cuidado!

É um equívoco pensar que “partícula = objeto pequeno” e “corpo rígido = objeto grande”.

O que determina o modelo não é o tamanho absoluto do objeto, mas sim quais aspectos do movimento são relevantes para o problema. A Terra, ao orbitar o Sol, pode ser tratada como partícula. Um giroscópio de poucos centímetros precisa ser tratado como corpo rígido. O critério é funcional, não dimensional.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Conceitos Básicos para o estudo da mecânica (Definições)

Quantidades escalares **x** **Quantidades vetoriais**

- Tempo (s)
- Volume (m^3)
- Densidade (m^3/kg)
- Módulo da velocidade (m/s)
- Energia (J)
- Massa (kg)
- Temperatura (ºC)

- Deslocamento (m)
- Velocidade (m/s)
- Aceleração (m/s^2)
- Força (N)
- Momento (Nm)
- Quantidade de Movimento (kg x m/s)

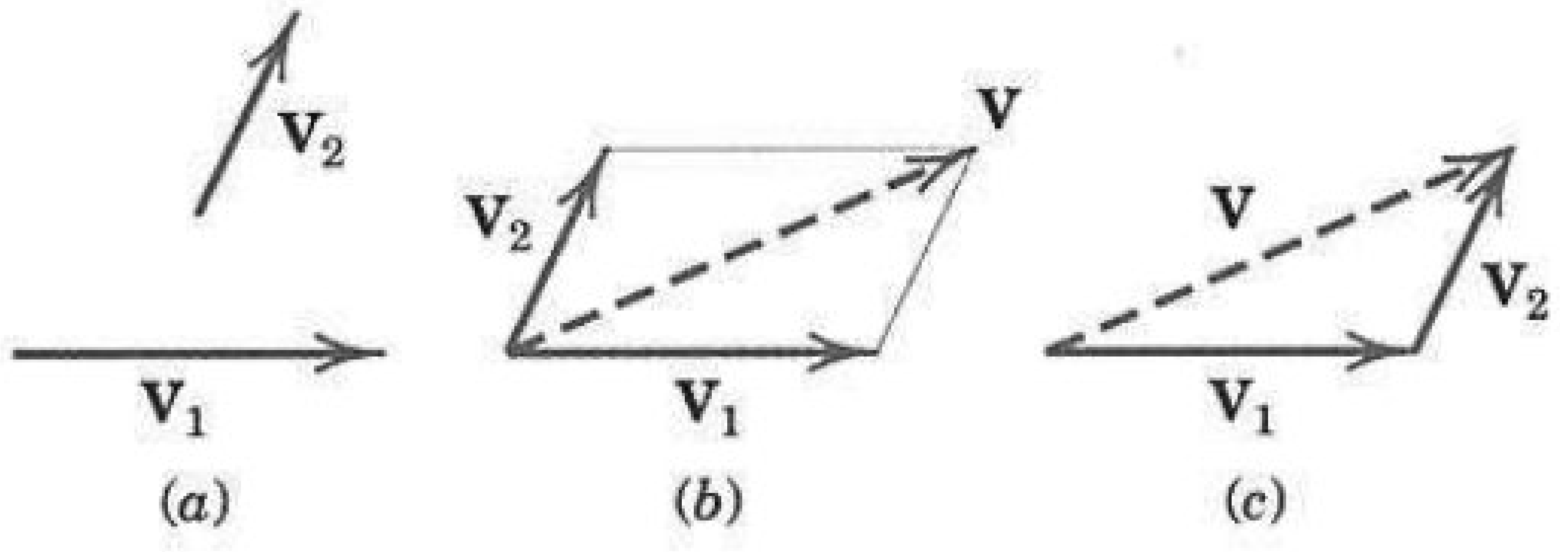
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Vetores (Operações com Vetores)

- Regra do paralelogramo
- Multiplicação de escalar por vetor
- Decomposição e componentes de um vetor
- Vetores unitários
- Produto escalar
- Produto vetorial

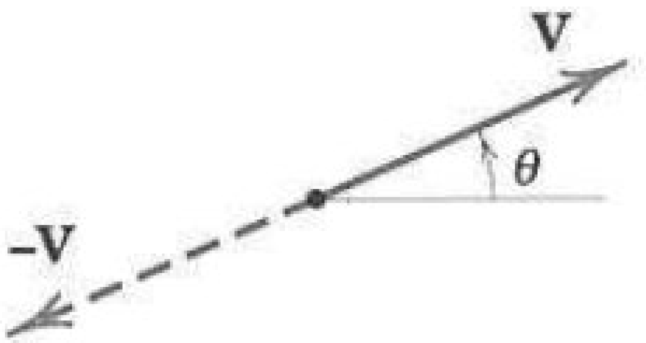
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

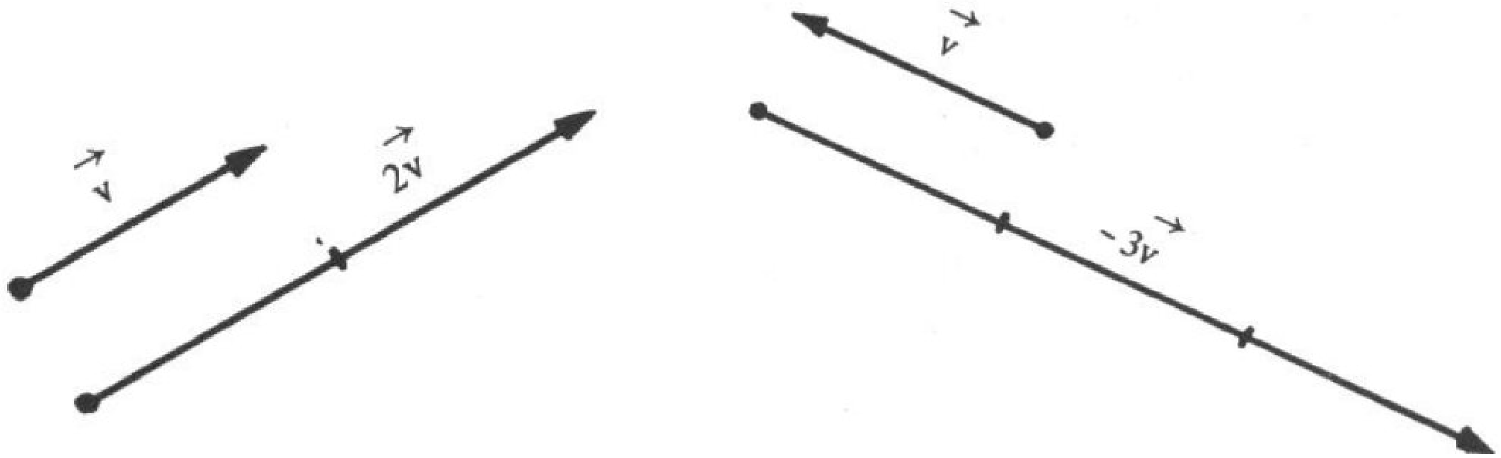
Vetores (Regra do Paralelogramo)



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

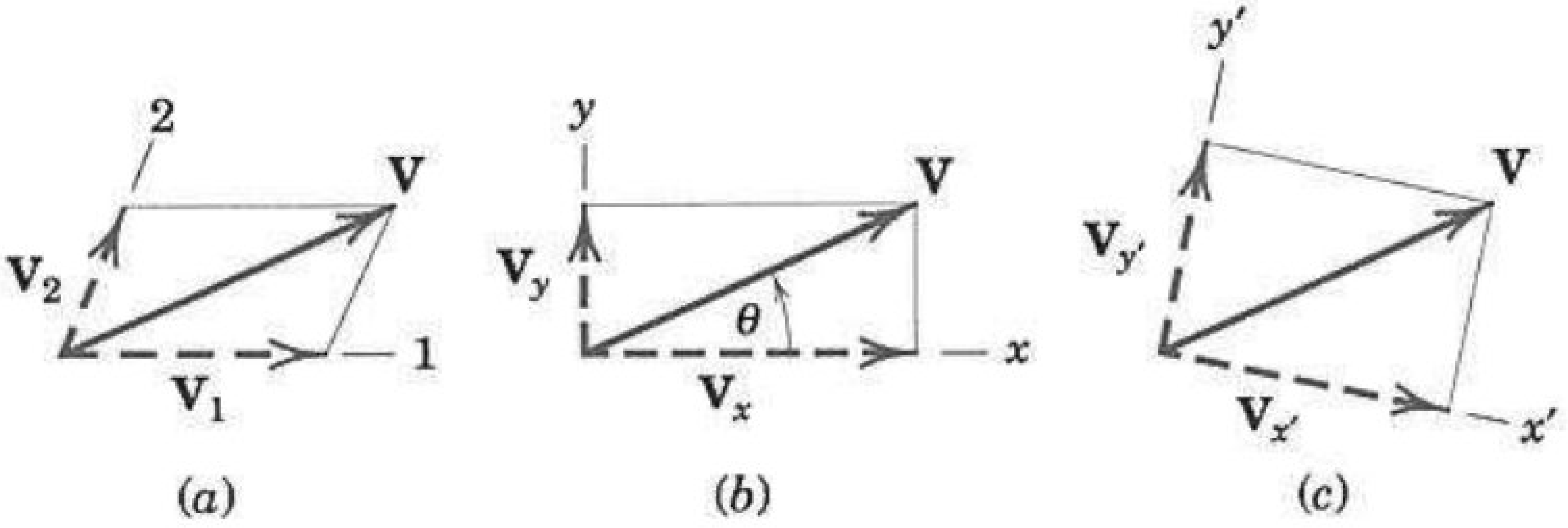
Vetores (Multiplicação de escalar por vetor)





1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

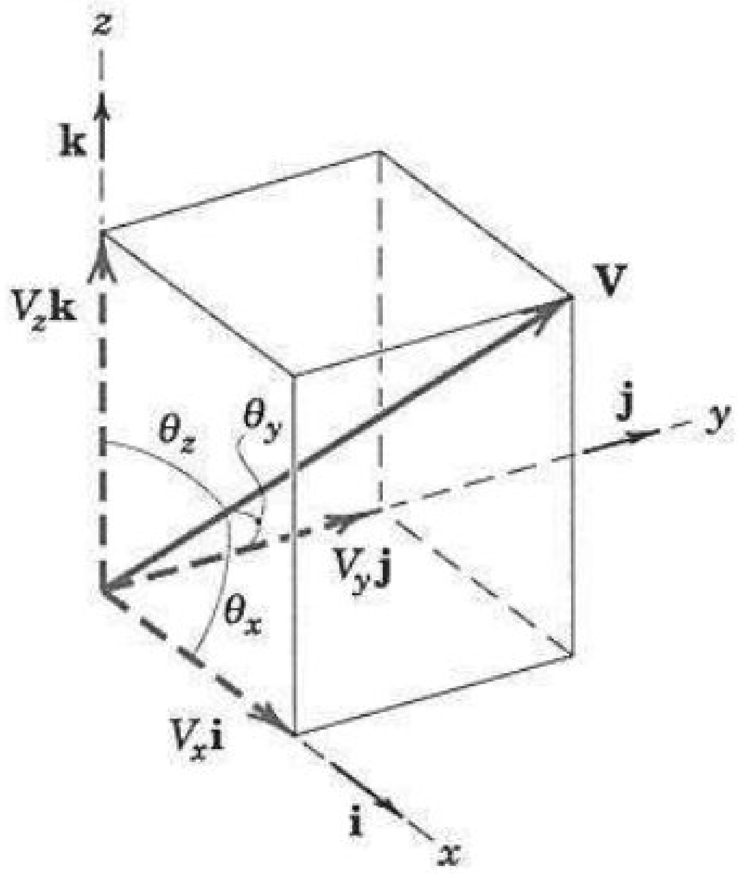
Vetores (Decomposição e Componentes de um vetor)



$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_y = \mathbf{V}_{x'} + \mathbf{V}_{y'}$$

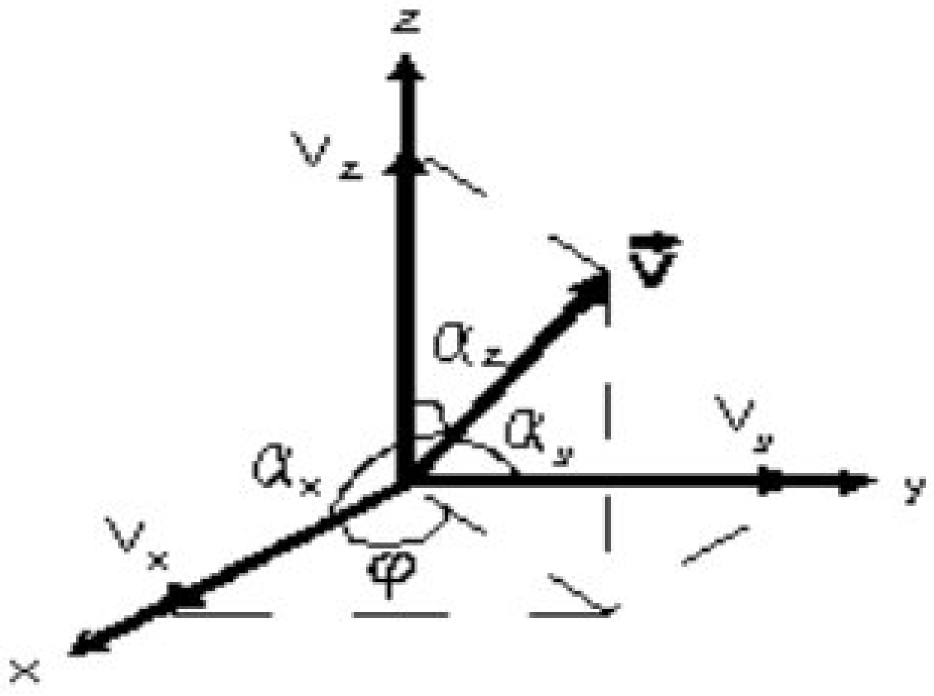
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Vetores (Vetores unitários)



$$\overrightarrow{\mathrm{V}} = \mathrm{V}_x i + \mathrm{V}_y j + \mathrm{V}_z k$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Vetores (Vetores unitários)



$$V_x = \left|\vec{V}\right| \cos\alpha_x$$
$$V_y = \left|\vec{V}\right| \cos\alpha_y$$
$$V_z = \left|\vec{V}\right| \cos\alpha_z$$

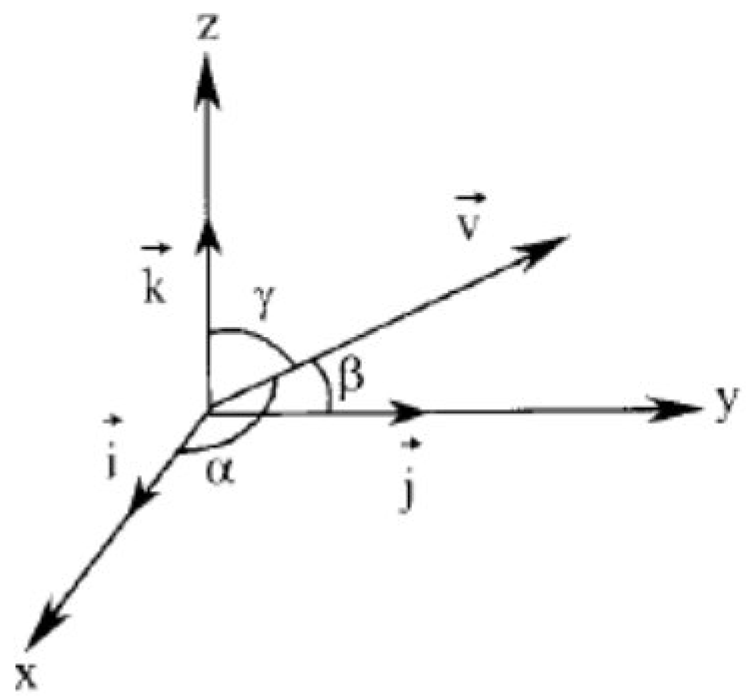
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Vetores (Ângulos Diretores e Cossenos Diretores de um Vetor)

$$\cos\alpha = \frac{\vec{v}\cdot\vec{i}}{|\vec{v}||\vec{i}|} = \frac{x}{|\vec{v}|}$$

$$\cos\beta = \frac{\vec{v}\cdot\vec{j}}{|\vec{v}||\vec{j}|} = \frac{y}{|\vec{v}|}$$

$$\cos\gamma = \frac{\vec{v}\cdot\vec{k}}{|\vec{v}||\vec{k}|} = \frac{z}{|\vec{v}|}$$



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

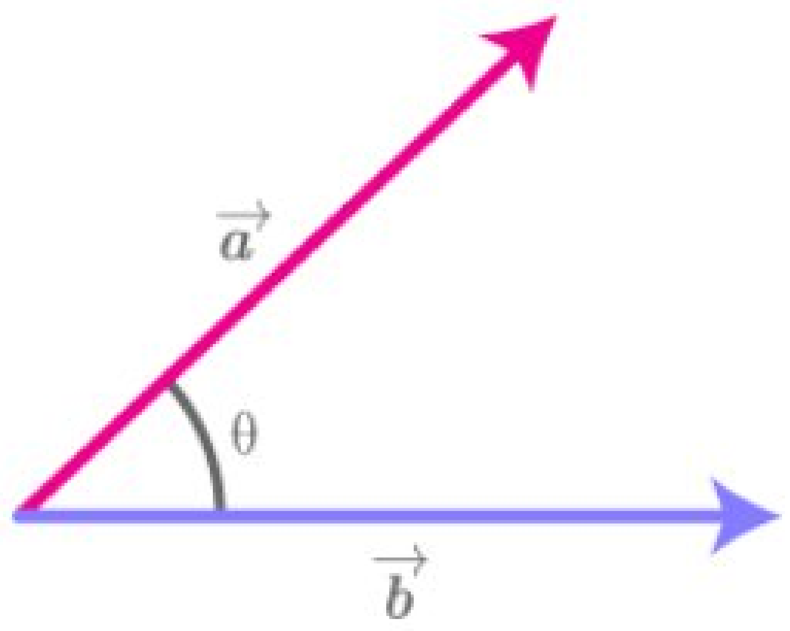
Vetores (Produto escalar)

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

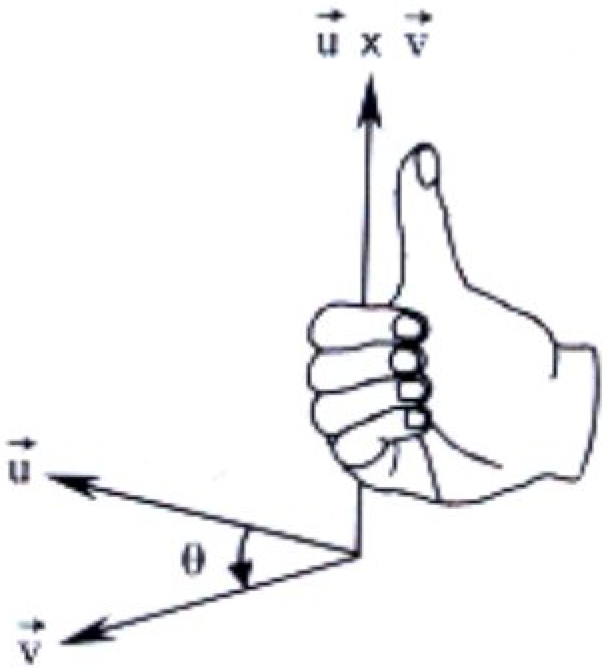
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = (a_1, a_2, a_3) = a_1\boldsymbol{i} + a_2\boldsymbol{j} + a_3\boldsymbol{k}$$

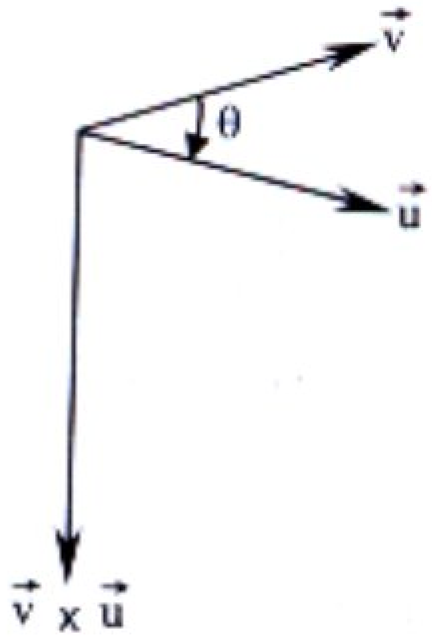
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\,\left|\vec{b}\right| \cos\theta$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = (b_1, b_2, b_3) = b_1\boldsymbol{i} + b_2\boldsymbol{j} + b_3\boldsymbol{k}$$



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Vetores (Produto vetorial)



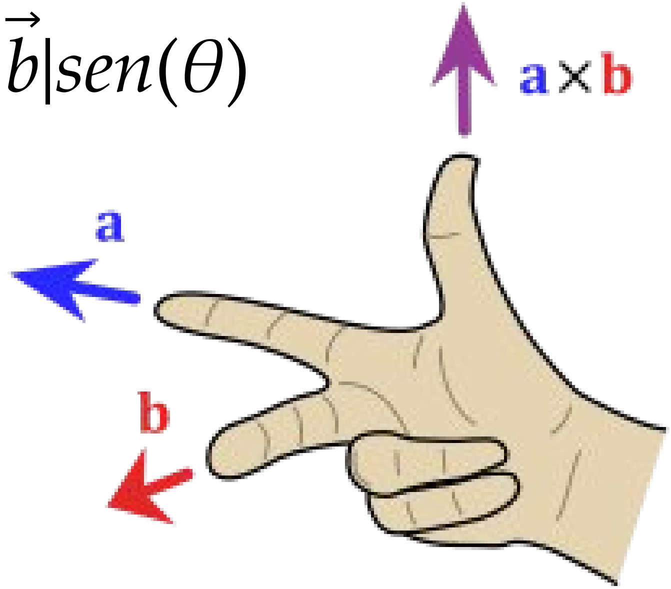


1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Vetores (Produto vetorial)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = (a_1, a_2, a_3) = a_1\boldsymbol{i} + a_2\boldsymbol{j} + a_3\boldsymbol{k}$$

$$\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = |\vec{a}|\,|\vec{b}| sen(\theta)$$



$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = (b_1, b_2, b_3) = b_1\boldsymbol{i} + b_2\boldsymbol{j} + b_3\boldsymbol{k}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ i & j & k \end{pmatrix} == (a_2b_3 - a_3b_2)i + (a_3b_1 - a_1b_3)j + (a_1b_2 - a_2b_1)k$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

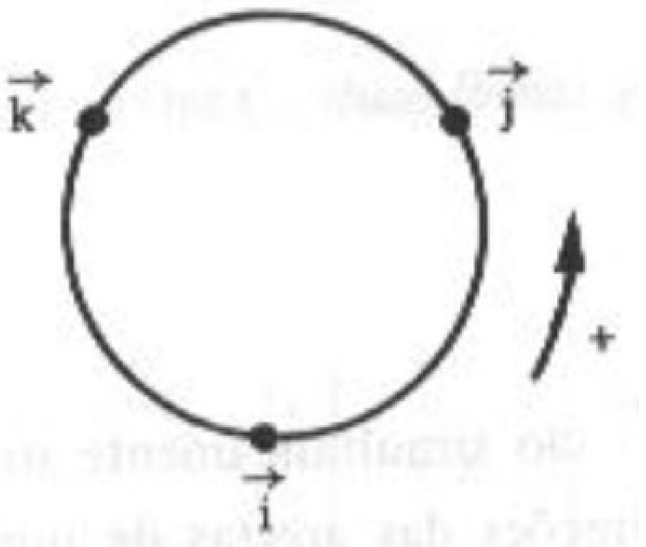
Vetores (Produto vetorial)

$$i \text{ x } j = k \qquad j \text{ x } i = -k$$
$$j \text{ x } k = i \qquad k \text{ x } j = -i$$
$$k \text{ x } i = j \qquad i \text{ x } k = -j$$

$\times$	$\vec{i}$	$\vec{j}$	$\vec{k}$
$\vec{i}$	$\vec{0}$	$\vec{k}$	$-\vec{j}$
$\vec{j}$	$-\vec{k}$	$\vec{0}$	$\vec{i}$
$\vec{k}$	$\vec{j}$	$-\vec{i}$	$\vec{0}$

Propriedades do produto vetorial

- $\vec{a} \text{ x } \vec{b} = -\vec{b} \text{ x } \vec{a}$ (anticomutativo)
- $\vec{a} \text{ x } \left(\vec{b} + \vec{c}\right) = \vec{a} \text{ x } \vec{b} + \vec{a} \text{ x } \vec{c}$ (distributivo)
- $\vec{a} \text{ x } \vec{b}$ é perpendicular a $\vec{a}$ e $\vec{b}$ simultaneamente



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças (Definição)

Def. Estática: “A ação de um corpo sobre o outro.”

Def. Dinâmica: “Uma ação que tende a causar aceleração de um corpo.”

- É uma quantidade vetorial
- Para defini-la completamente devemos ter:
  - módulo;
  - direção; e
  - ponto de aplicação.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças (Classificação)

Classificação:

- **Forças de contato**: é exercida em um corpo pela contato físico direto.
  (Exemplo: um corpo em uma superfície de sustentação, força de atrito)

- **Força de corpo** (ou **de campo**): é gerada em virtude da posição de um corpo dentro de um campo de forças.
  (Exemplo: campo gravitacional, campo elétrico, campo magnético)

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Leis de Newton

1ª Lei de Newton
(Lei da Inércia)

2ª Lei de Newton
(Lei Fundamental
da Dinâmica)

3ª Lei de Newton
(Lei da Ação e Reação)

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Leis de Newton

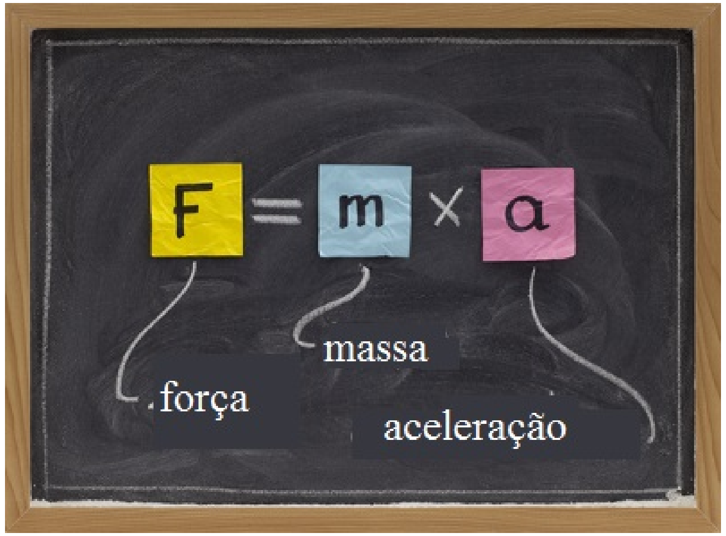
1ª Lei de Newton (**Lei da Inércia**): Uma partícula permanece em repouso ou continua a se mover com velocidade uniforme (em linha reta com velocidade constante) se não existir qualquer força em desequilíbrio atuando nela.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Leis de Newton

2ª Lei de Newton (**Lei Fundamental da Dinâmica**): A força resultante ($\vec{F}_R$) aplicada em um corpo é igual ao produto da massa (m) pela aceleração ($\vec{a}$) adquirida.

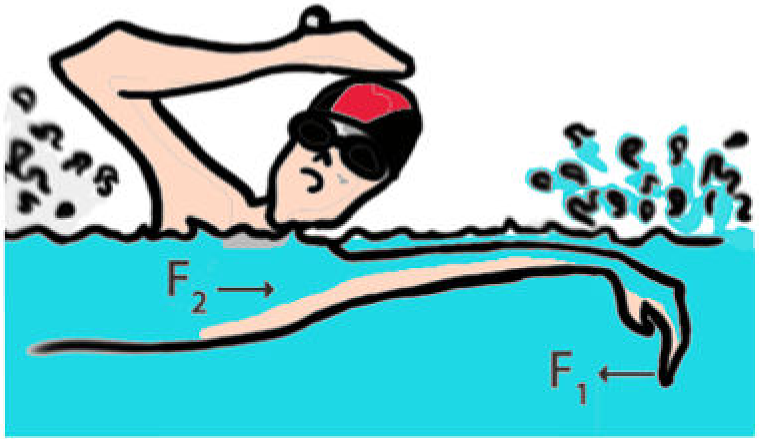
- **Força Resultante:** a soma vetorial de todas as forças atuando no corpo ($\vec{F}_R = \sum_1^\infty \vec{F}_n = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$);
- **Direção:** $\vec{a}$ tem sempre a mesma direção e sentido que $\vec{F}_R$.
- **Massa e Inércia:** Quanto maior a massa, menor a aceleração para uma mesma força (inércia).

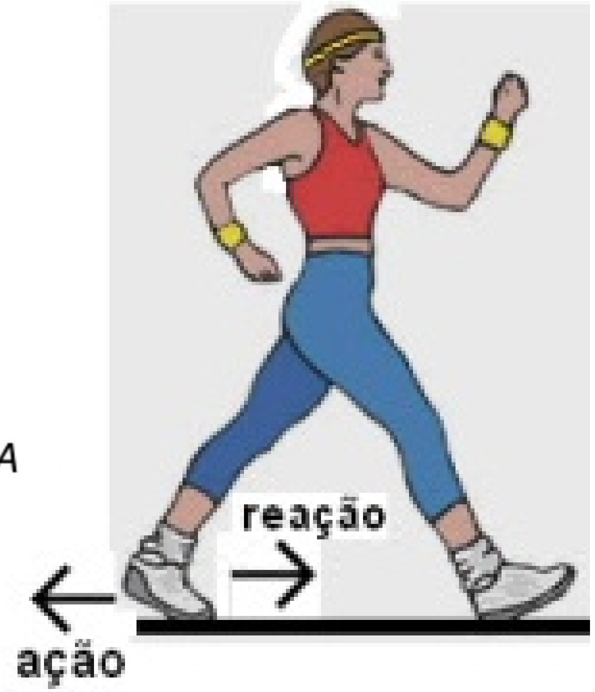


$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Leis de Newton

3ª Lei de Newton (**Lei da Ação e Reação**): As forças de ação e reação entre corpos interagindo são iguais em valor, opostas em direção, e colineares (atuam na mesma linha).





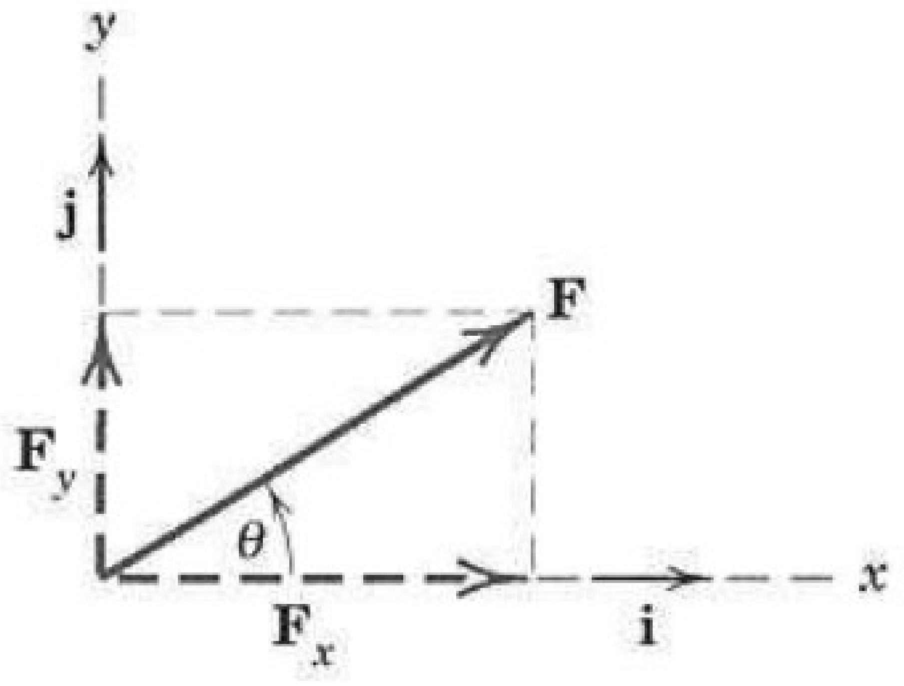
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Leis de Newton

- Considerações sobre as leis de Newton:
  - A 1ª lei é uma consequência da 2ª lei. Quando não há força atuando em um corpo $\vec{F}_R = 0\ N$ e pela 2ª lei $\vec{a} = 0$. Deste modo:
    - O corpo está em repouso; ou
    - O corpo está em movimento uniforme.
  - Portanto, a 1ª lei não adiciona informação nova à descrição do movimento (está incluída por considerações clássicas).
  - A 3ª lei informa que as forças ocorrem aos pares, impondo a necessidade de isolar o corpo sob análise, considerando apenas àquela força do par que atua sobre o corpo em questão.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças (Decomposição)

Assim como qualquer vetor, o vetor $\vec{F}$ pode ser decomposto nos vetores que o compõem nos eixos “x” e “y” (para o caso bidimensional).



$$\vec{F} = F_x i + F_y j$$

$$\left|\vec{F}\right| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$tan(\theta) = \frac{F_y}{F_x}$$

$$F_x = Fcos(\theta)$$

$$F_y = Fsen(\theta)$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

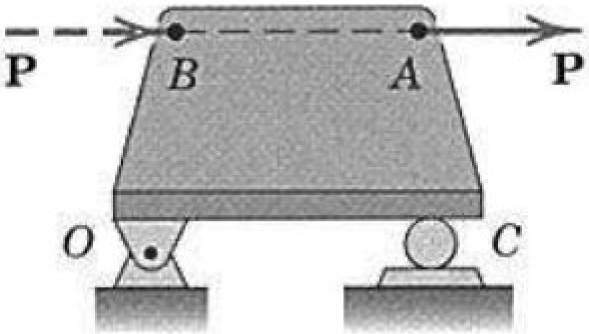
Forças (Princípio da transmissibilidade)

"Qualquer força pode ser aplicada em qualquer ponto sobre sua linha de ação sem alterar os efeitos resultantes da força externa ao corpo rígido no qual ela atua."

Nesse caso, podemos tratar a força como um **vetor móvel**.

(módulo, direção e ~~ponto de aplicação~~)

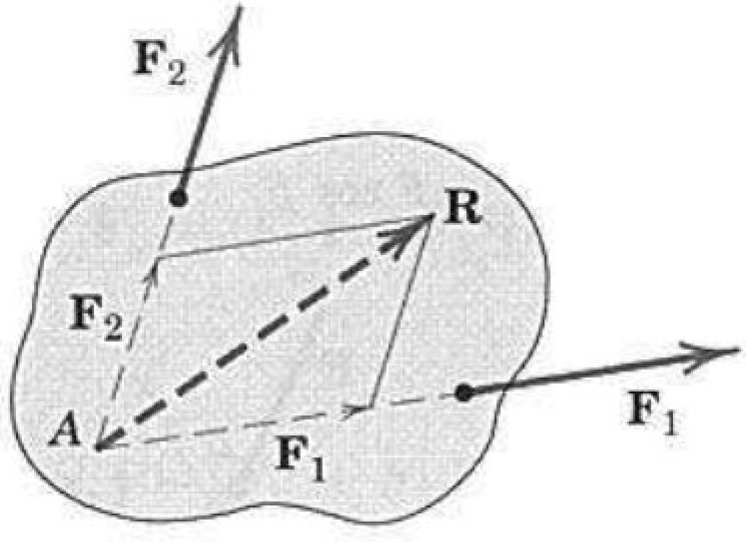
linha de ação



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Concorrentes

Duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são concorrentes em um ponto A se suas linhas de ação se interceptam nesse ponto.

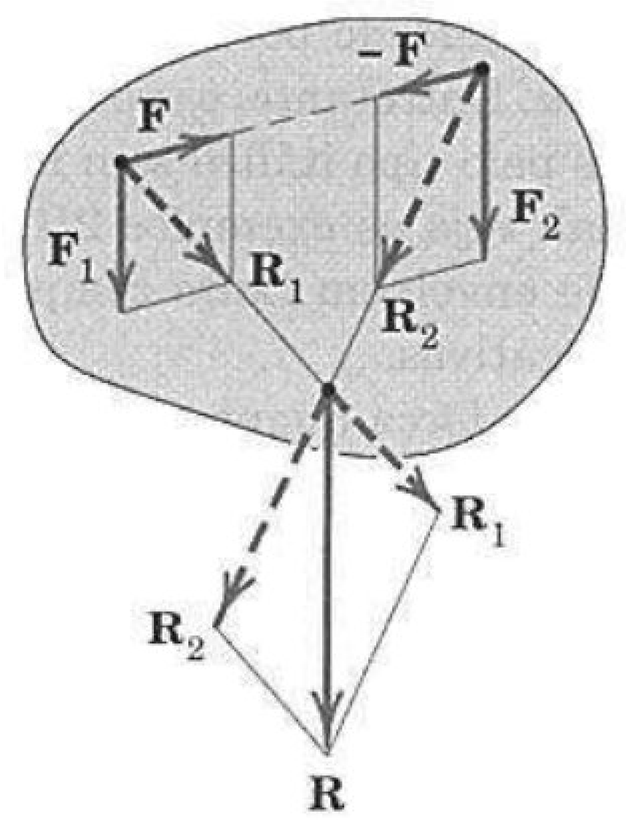


$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Paralelas (caso especial)

Quando duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são paralelas, é possível adicionar as forças $\vec{F}$ e $-\vec{F}$ de modo que as forças resultantes $\vec{R}_1$ e $\vec{R}_2$ tornem-se forças concorrentes. Desse modo é possível calcular a resultante.

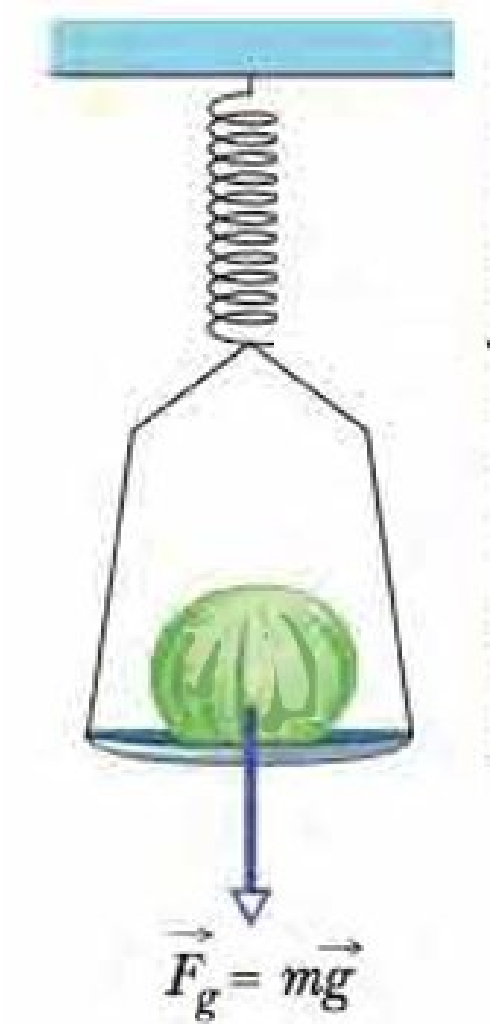


$$\vec{R} = \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Algumas Forças Especiais (Força Peso)

- A força gravitacional $(\overrightarrow{F_g})$ exercida sobre um corpo é um tipo especial de atração que um segundo corpo exerce sobre o primeiro.
- Quando o segundo corpo é a Terra, esta exerce sobre o primeiro uma **força** denominada **Peso** $(\vec{P})$ que o atrai na direção do centro da Terra, ou seja, verticalmente para baixo.
- Seu módulo é $\left|\vec{P}\right| = m\left|\vec{g}\right| = mg$



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Algumas Forças Especiais (Força Peso)

A lei da Gravitação Universal estabelece que:

$$F = \overbrace{G}^{\substack{\textit{constante da gravitação} \\ \textit{universal}}} \frac{M\cdot m}{d^2}$$

onde $G = 6{,}67 \times 10^{-11} Nm^2/kg^2$

$$m\,|\vec{g}|\;|\quad| = \frac{GM\cdot m}{d^2}$$

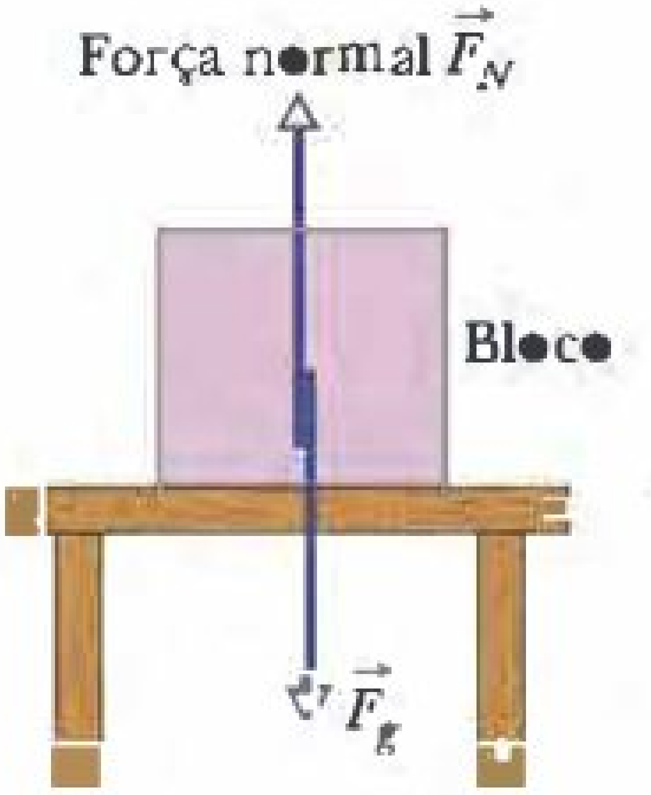
$$|\vec{g}| = \frac{GM}{d^2} = \frac{(6{,}67 \times 10^{-11})(5{,}972 \times 10^{24})}{\left(6371 \times 10^{3}\right)^2} = 9{,}81\text{m/s}^2$$

Assumindo d = R_{Terra} = 6.371 Km.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Algumas Forças Especiais (Força Normal)

Quando um corpo exerce uma força sobre uma superfície, a superfície (ainda que aparentemente rígida) se deforma e empurra o corpo com uma força normal $(\vec{F}_N = \vec{N})$ que é perpendicular à superfície



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Algumas Forças Especiais (Força de atrito)

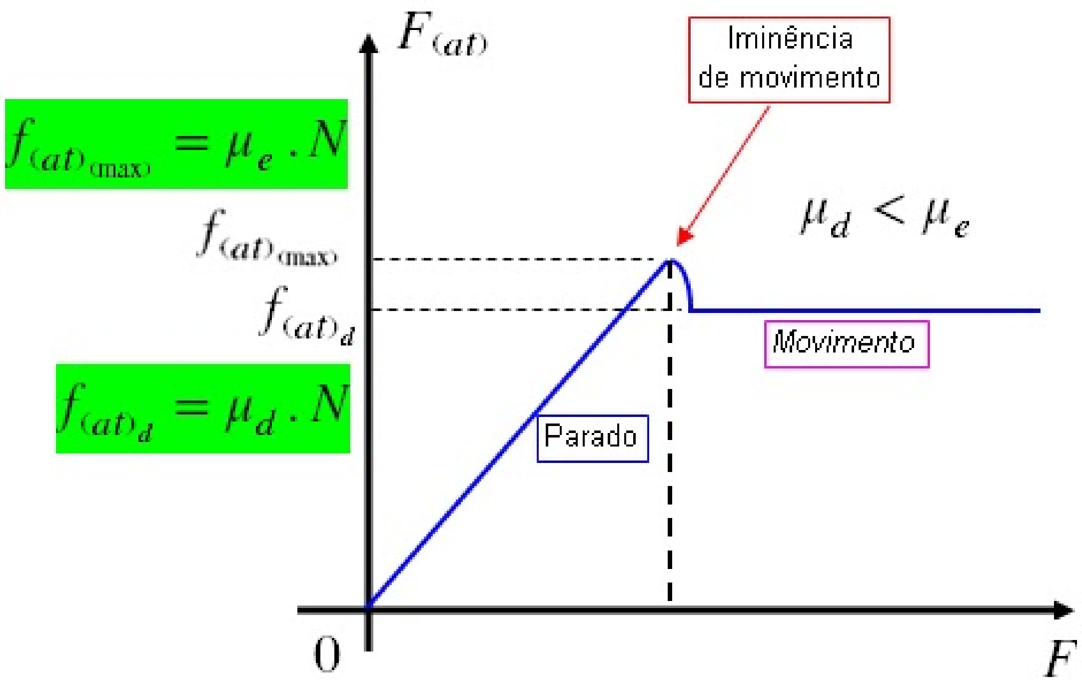
- Quando empurramos ou tentamos empurrar um corpo sobre uma superfície, a interação dos átomos do corpo com a superfície faz com que haja uma resistência ao movimento.
- A resistência é considerada com uma única força, que recebe o nome de **força de atrito**.
- Ela é paralela à superfície e aponta no sentido oposto ao do movimento.

μ_d: coeficiente de atrito dinâmico

μ_e: coeficiente de atrito estático

Força de atrito

$$\left|\vec{F}_{at}\right| = \mu \left|\vec{N}\right|$$

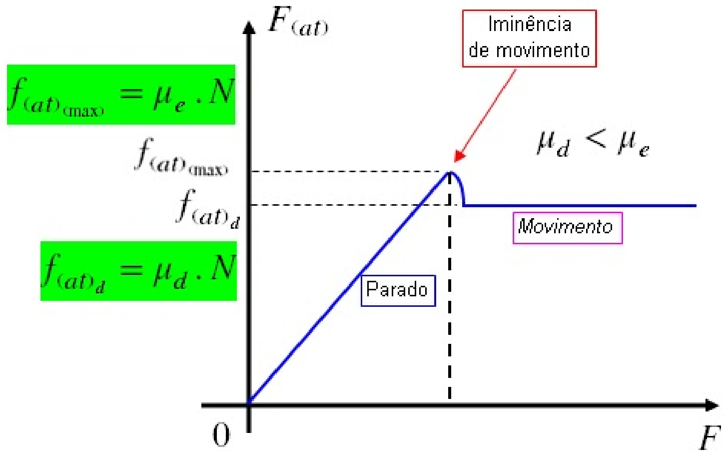


1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Algumas Forças Especiais (Força de atrito)

$$\left|\vec{F}_{at}\right| = \mu\left|\vec{N}\right|$$

- **Propriedades da Força de atrito:**
- **Prop. 1:** Se o corpo não se move, a força de atrito estático ($f_{(at)_e}$) e a componente $\vec{F}$ paralela à superfície se equilibram (mesmo módulo e sentidos opostos);
- **Prop. 2:** O $\left|f_{(at)_e}\right|$ possui um valor máximo $f_{(at)_{máx.}} = \mu_e \vec{N}$. Se $\left|\vec{F}\right| > \left|f_{(at)_{máx.}}\right|$, o corpo desliza sobre a superfície; e
- **Prop. 3:** Se o corpo começa a deslizar, o $\left|f_{(at)_d}\right| < \left|f_{(at)_{máx.}}\right|$ atua sobre o corpo. Daí em diante, durante o deslizamento uma $f_{(at)_d} = \mu_d \vec{N}$ se opõe ao movimento.



μ_d: coef. de atrito dinâmico e μ_e: coef. de atrito estático

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Definição Básica

Além da tendência de empurrar ou puxar um corpo (translação), uma força também pode tender a girar um corpo em relação a um eixo. Essa tendência à rotação é conhecida como o Momento ($\overrightarrow{\mathrm{M}}$) da força, frequentemente denominado também de Torque.

Qual a diferença entre o Momento de uma Força e o Torque?

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Qual a diferença entre o Momento de uma Força e o Torque?

O torque e o momento medem a capacidade de uma força causar rotação, compartilhando a unidade Newton-metro (Nm). A diferença principal é funcional: o torque é associado à rotação dinâmica e transmissão de potência (ex: motor), enquanto o momento refere-se à tendência de giro estática, comumente usada em análise estrutural (ex: vigas).

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

- **Definição:** Torque (ou momento de força) é a medida da capacidade de uma força de produzir rotação em um corpo rígido em relação a um eixo, sendo igual ao produto da força pelo braço de momento (distância perpendicular entre a linha de ação da força e o eixo).

- **Equação:** $\overrightarrow{\mathrm{M}} = \vec{\mathrm{F}} \times \vec{\mathrm{d}}$ (onde $\vec{\mathrm{d}}$ é o “braço de alavanca”, a distância perpendicular do eixo até a linha de ação da força).

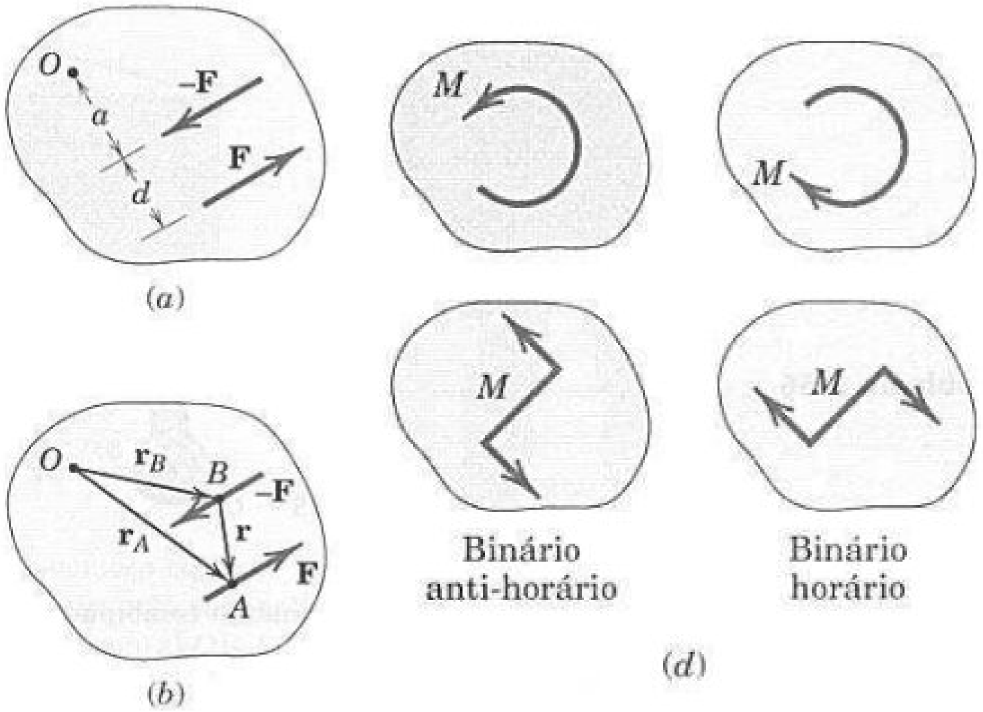
- **Binário:** Duas forças de mesma magnitude, direções paralelas e sentidos opostos. Produzem rotação pura, sem translação.

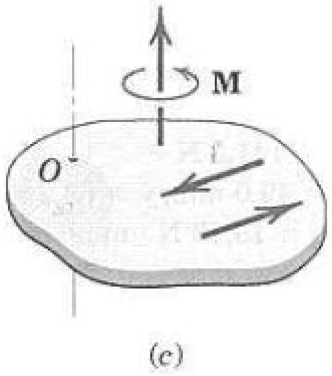
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Observe que:

- Figura a: $\mathrm{M} = \mathrm{F}(\mathrm{a} + \mathrm{d}) - \mathrm{Fa} = \mathrm{Fd}$
- Figura b: $\overrightarrow{\mathrm{M}} = \vec{\mathrm{F}} \times \vec{\mathrm{r}}$, onde $\vec{\mathrm{r}} = \vec{\mathrm{r}}_a - \vec{\mathrm{r}}_b$





1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

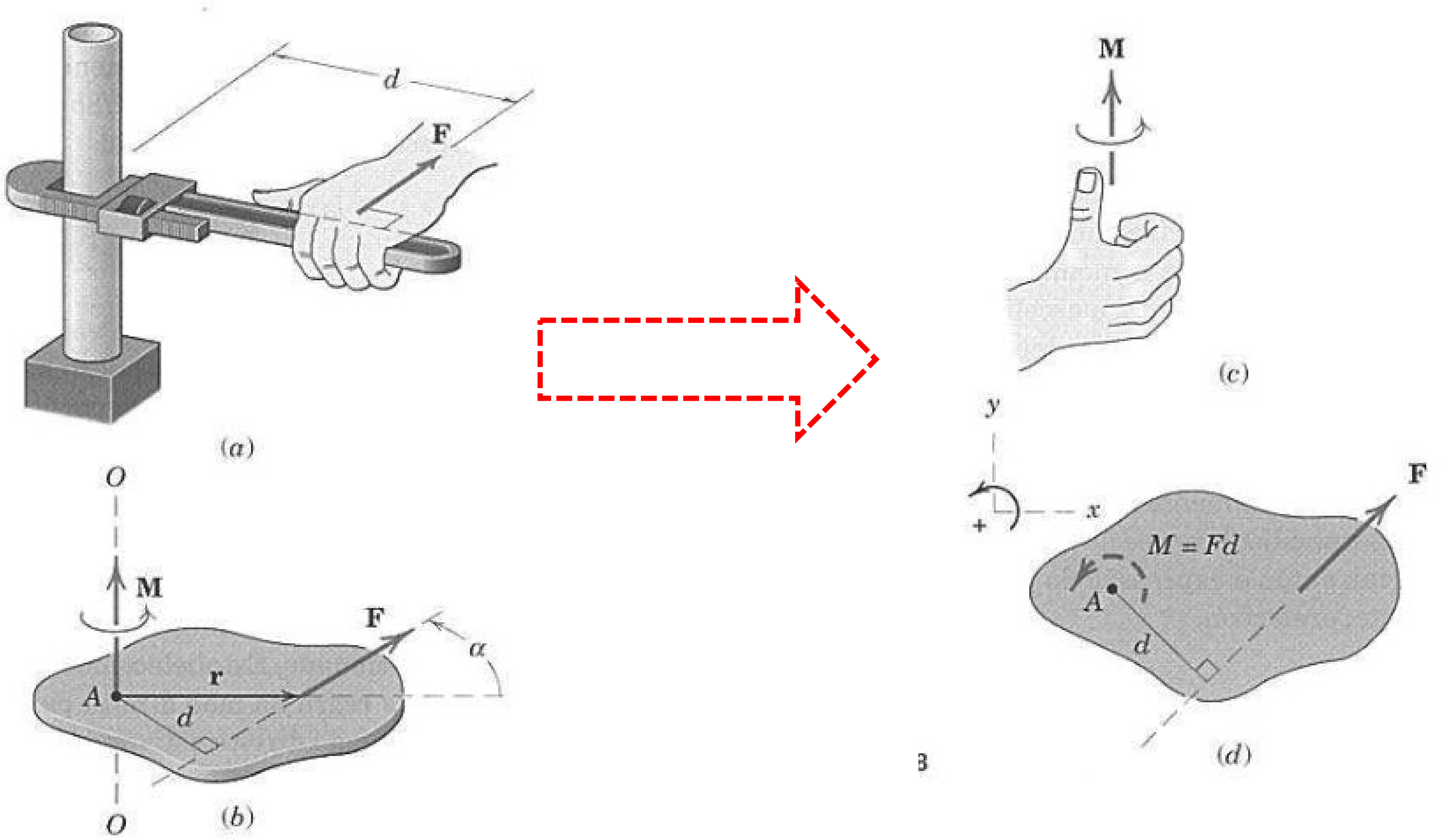
Importância do Ângulo: O senso comum (e a física) mostra que aplicar uma força a 90° (perpendicular) em relação a um cabo/haste é muito mais eficaz para gerar giro do que puxar em qualquer outra direção.

Unidades de Medida: No Sistema Internacional (SI), o momento é expresso em newton-metro (N·m).

Sentido da Rotação: O momento é uma grandeza vetorial. O seu sentido (horário ou anti-horário) obedece à regra da mão direita: os dedos curvam-se na direção da rotação e o polegar aponta o sentido do vetor momento, que é sempre perpendicular ao plano onde a força atua.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Teorema de Varignon

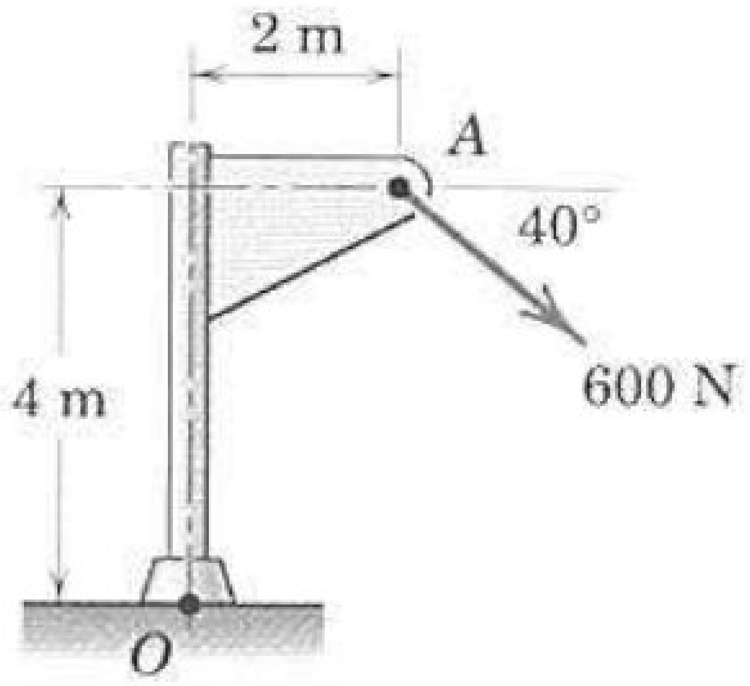
Para facilitar o cálculo em problemas complexos, usa-se o Teorema de Varignon, que diz: “O momento de uma força em relação a qualquer ponto é igual à soma dos momentos de seus componentes em relação ao mesmo ponto”. Ou seja, é mais fácil decompor uma força inclinada em F_x e F_y e calcular os momentos separados do que achar a distância perpendicular exata da força original.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Exemplo:

Na figura abaixo, calcule, de 05 maneiras diferentes, o módulo do momento da força de 600N em relação ao ponto O da base.



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

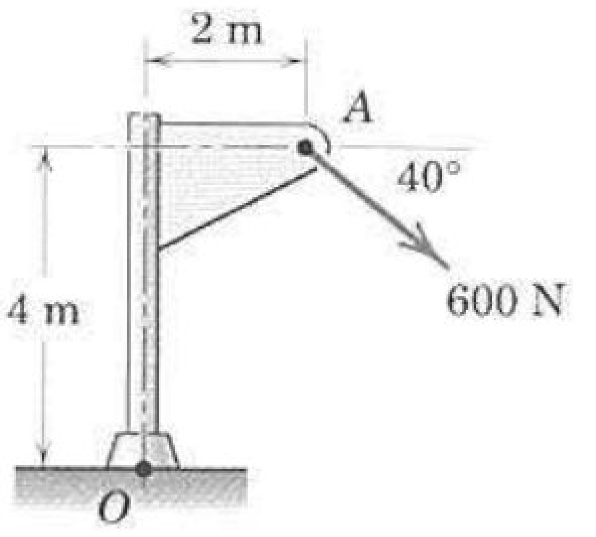
Exemplo:

Na figura abaixo, calcule, de 05 maneiras diferentes, o módulo do momento da força de 600N em relação ao ponto O da base.

Solução:

(I) O braço de alavanca da força de 600N é:

$$\mathrm{d} = 4 \cdot cos\, 40^o + 2\, sin\, 40^o = 4{,}35\ \mathrm{m}$$



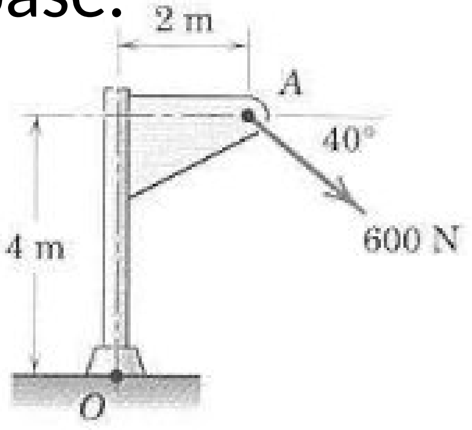
Usando $\mathrm{M} = \mathrm{F} \cdot \mathrm{d}$, o momento é no sentido horário e tem o módulo: $\mathrm{M}_O = 600 \cdot 4{,}35 = 2610\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Exemplo:

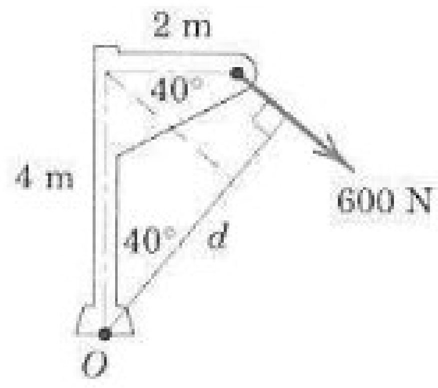
Na figura abaixo, calcule, de 05 maneiras diferentes, o módulo do momento da força de 600N em relação ao ponto O da base.



Solução:

(I) O braço de alavanca da força de 600N é:

$$d = 4 \cdot \cos 40^o + 2 \sin 40^o = 4{,}35 \text{ m}$$



Usando $M = F \cdot d$, o momento é no sentido horário e tem o módulo: $M_O = 600 \cdot 4{,}35 = 2610 \text{ N} \cdot \text{m}$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

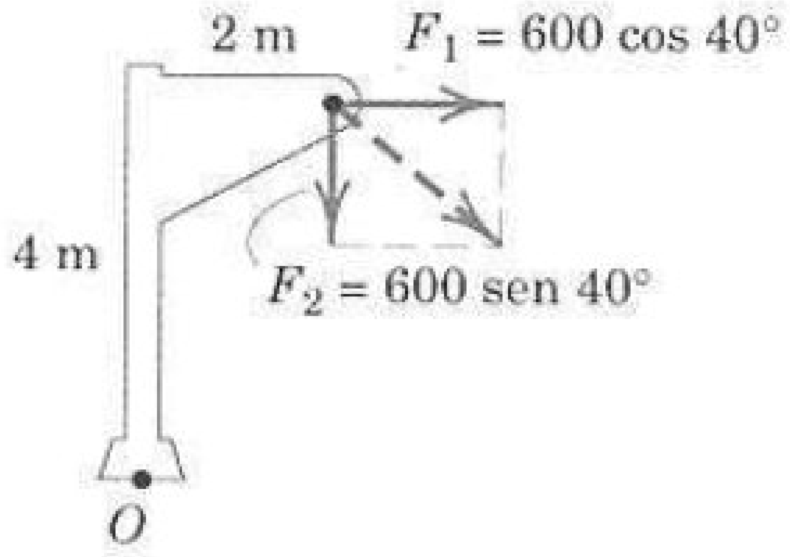
Exemplo:

Na figura abaixo, calcule, de 05 maneiras diferentes, o módulo do momento da força de 600N em relação ao ponto O da base.

Solução:

(II) Substitua a força por seus componentes retangulares em A:

$$F_1 = 600 \cdot cos\, 40^o = 460\ N$$
$$F_2 = 600 \cdot sin\, 40^o = 386\ N$$



Pelo Teorema de Varignon, o momento se torna: $M_O = 460\,(4) + 386(2) = 2610\ N{\cdot}m$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Exemplo:

Na figura abaixo, calcule, de 05 maneiras diferentes, o módulo do momento da força de 600N em relação ao ponto O da base.

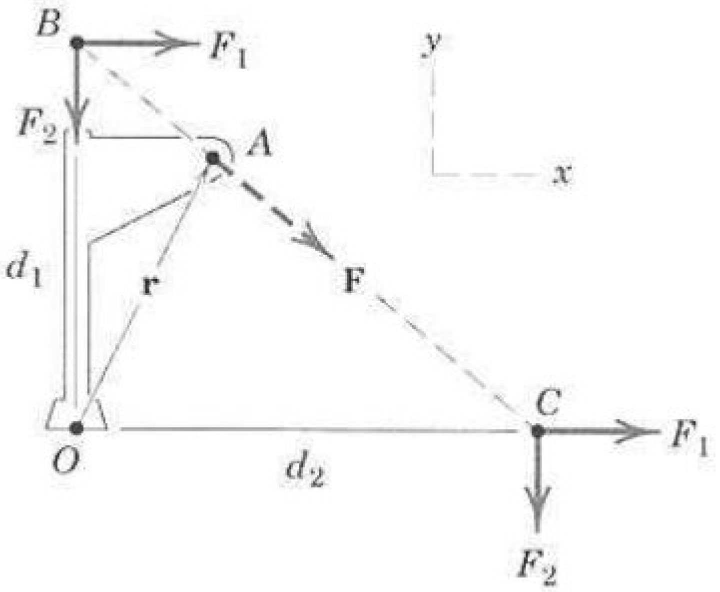
Solução:

(III) Pelo princípio da transmissibilidade, mova a força de 600 N ao longo de sua linha de ação até o ponto B, o que elimina o momento do componente F_2. O braço de alavanca de F_1 fica sendo

$$d_1 = 4 + 2\tan 40° = 5{,}68 \text{ m}$$

e o momento é

$$M_O = 460(5{,}68) = 2610 \text{ N}\cdot\text{m} \qquad \textit{Resp.}$$



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Exemplo:

Na figura abaixo, calcule, de 05 maneiras diferentes, o módulo do momento da força de 600N em relação ao ponto O da base.

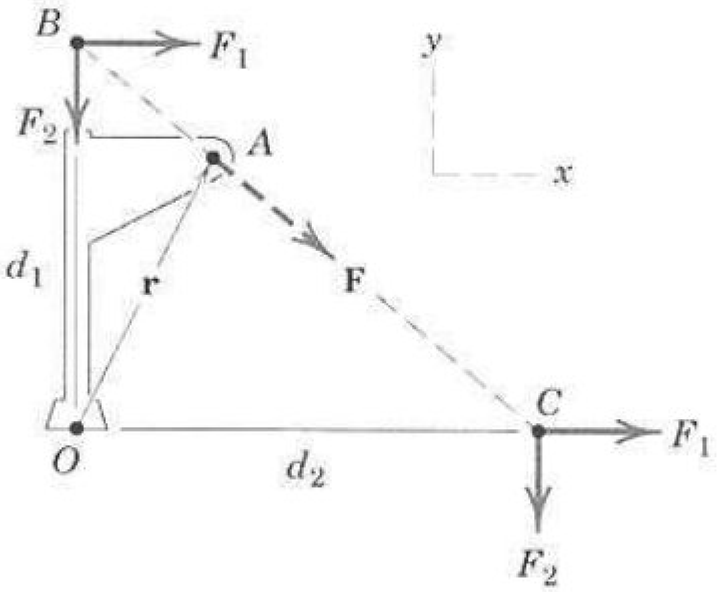
Solução:

(IV) Movendo a força até o ponto C, elimina-se o momento do componente F_1. O braço de alavanca de F_2 fica sendo

$$d_2 = 2 + 4 \cot 40° = 6{,}77 \text{ m}$$

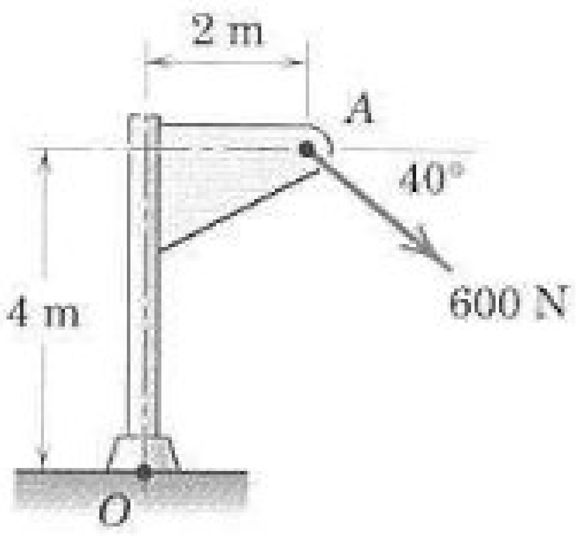
e o momento é

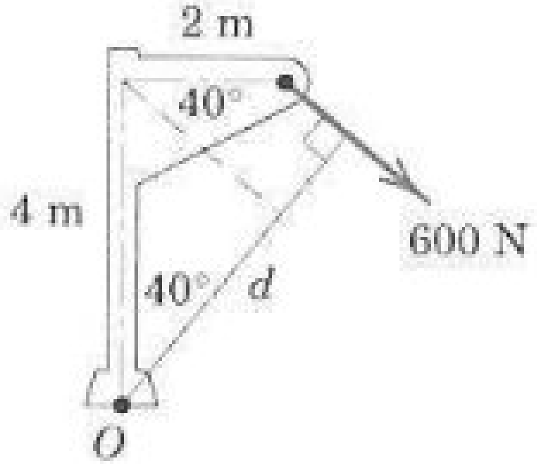
$$M_O = 386(6{,}77) = 2610 \text{ N·m} \qquad \textit{Resp.}$$

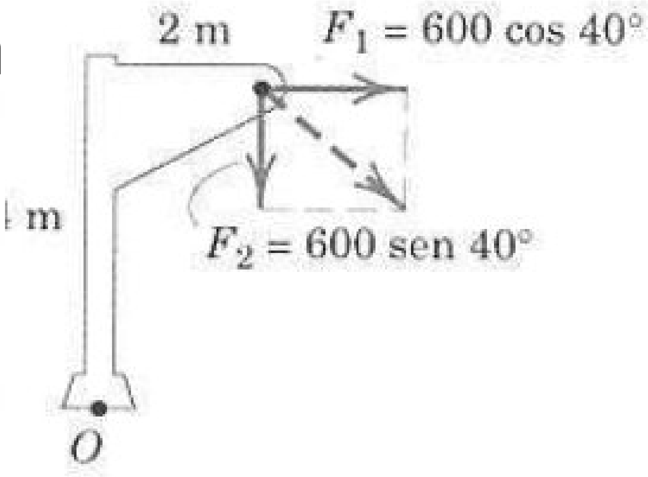


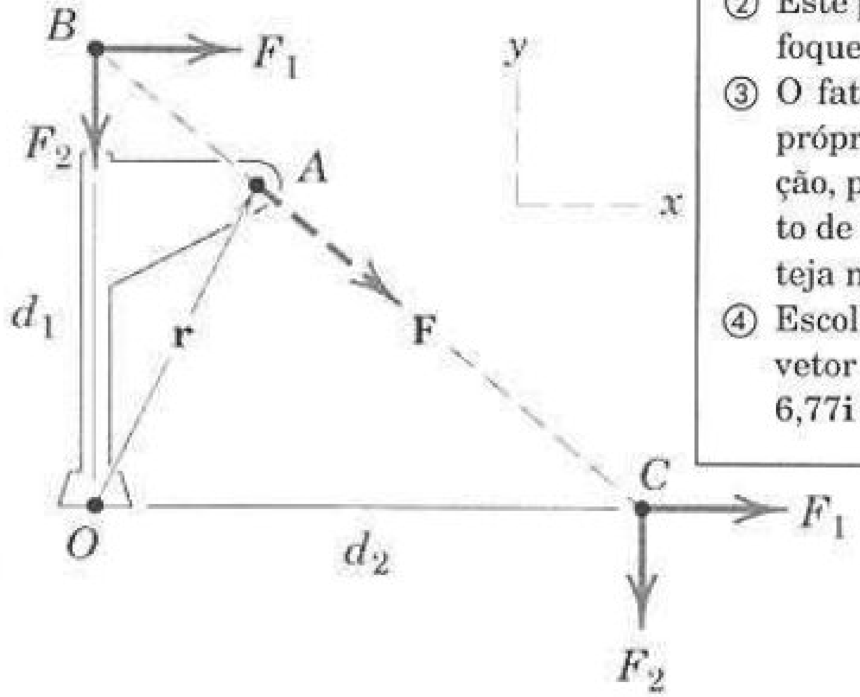
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força









Sugestões Úteis

① A geometria necessária aqui e em outros problemas semelhantes não deve causar dificuldades se o esboço for cuidadosamente desenhado.

② Este procedimento é freqüentemente o enfoque mais curto.

③ O fato dos pontos B e C não estarem no próprio corpo não deve causar preocupação, pois o cálculo matemático do momento de uma força não requer que a força esteja no corpo.

④ Escolhas alternativas para a posição do vetor **r** são $\mathbf{r} = d_1\mathbf{j} = 5{,}68\mathbf{j}$ m e $\mathbf{r} = d_2\mathbf{i} = 6{,}77\mathbf{i}$ m.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Exemplo:

Na figura abaixo, calcule, de 05 maneiras diferentes, o módulo do momento da força de 600N em relação ao ponto O da base.

Solução:

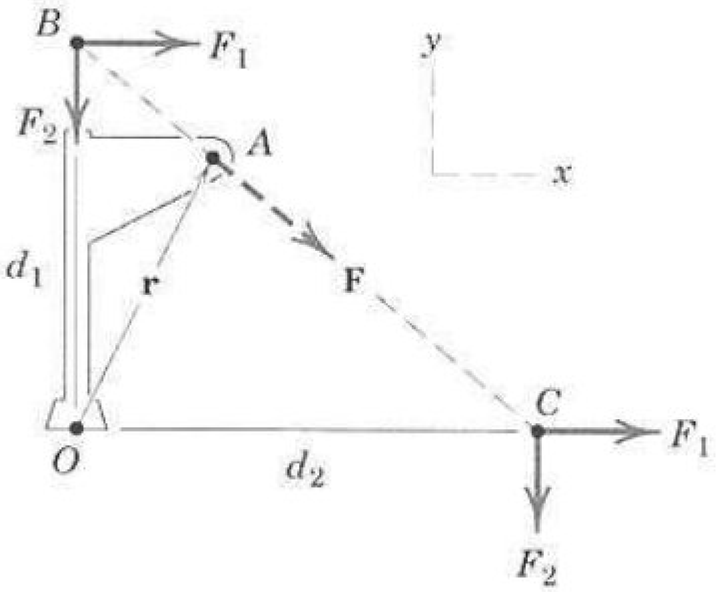
(V) Pela expressão vetorial para um momento, e usando o sistema de coordenadas indicado na figura juntamente com os procedimentos para calcular produtos vetoriais, temos

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = (2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}) \times 600(\mathbf{i}\cos 40^\circ - \mathbf{j}\operatorname{sen} 40^\circ)$$

$$= -2610\mathbf{k}\ \mathrm{N \cdot m}$$

O sinal de menos indica que o vetor está na direção negativa de z. O módulo da expressão vetorial é

$$M_O = 2610\ \mathrm{N \cdot m} \qquad \textit{Resp.}$$



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Exemplos de Aplicação Prática (Cotidiano e Engenharia)

Ferramentas Manuais (A Chave de Grifo / Chave de Boca)

Aplicação: O exemplo mais clássico e familiar. Ao apertar um cano com uma chave de grifo ou um parafuso com uma chave de boca, aplica-se uma força no cabo da chave.

Conceito: O quanto o tubo ou parafuso vai girar depende do módulo da força da sua mão e do comprimento efetivo do cabo da chave (o braço de alavanca, d). Se a mão estiver mais perto do parafuso, a mesma força fará menos efeito.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Exemplos de Aplicação Prática (Cotidiano e Engenharia)

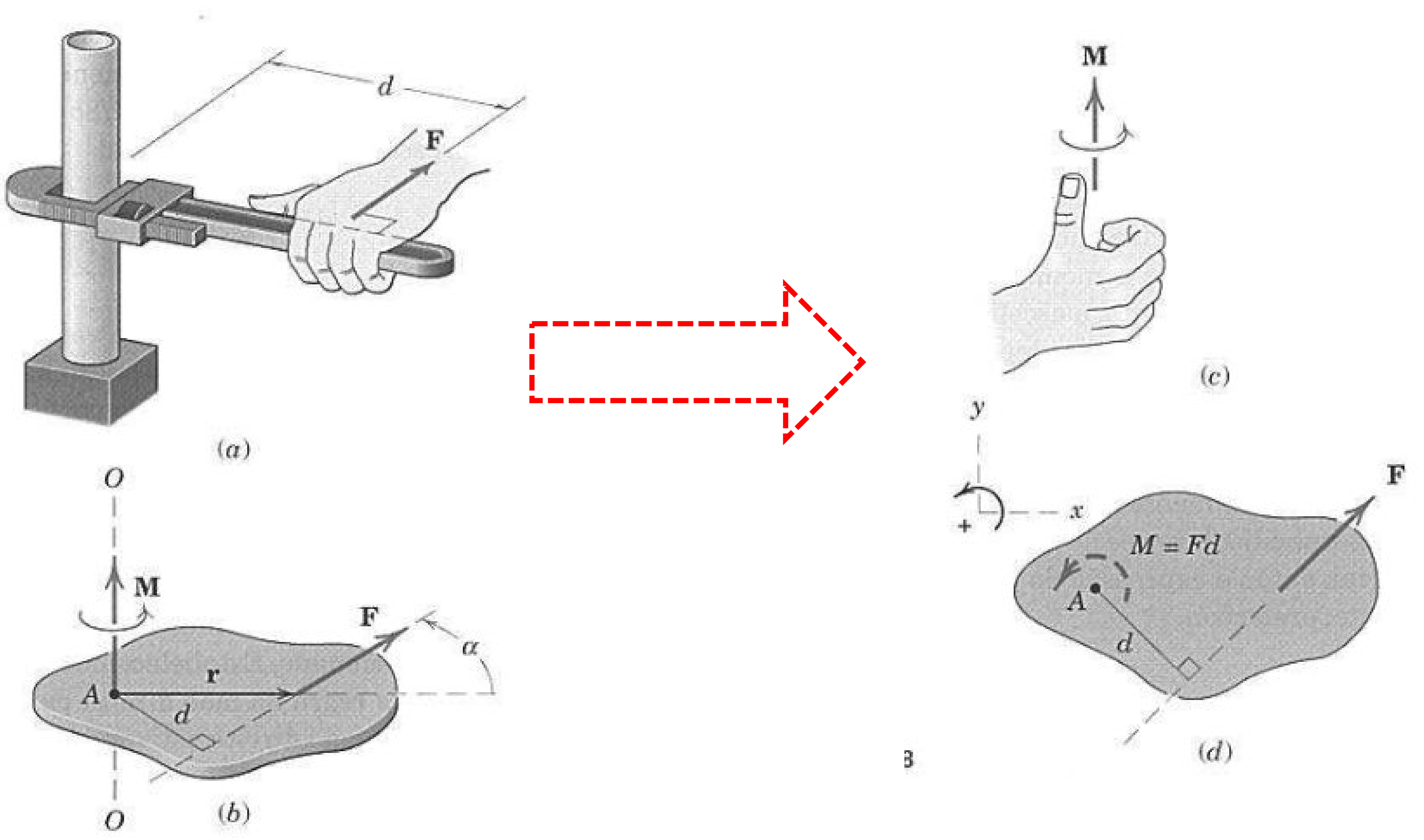
Ferramentas Manuais (A Chave de Grifo / Chave de Boca)

Aplicação: O exemplo mais clássico e familiar. Ao apertar um cano com uma chave de grifo ou um parafuso com uma chave de boca, aplica-se uma força no cabo da chave.

Conceito: O quanto o tubo ou parafuso vai girar depende do módulo da força da sua mão e do comprimento efetivo do cabo da chave (o braço de alavanca, d). Se a mão estiver mais perto do parafuso, a mesma força fará menos efeito.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Exemplos de Aplicação Prática (Cotidiano e Engenharia)

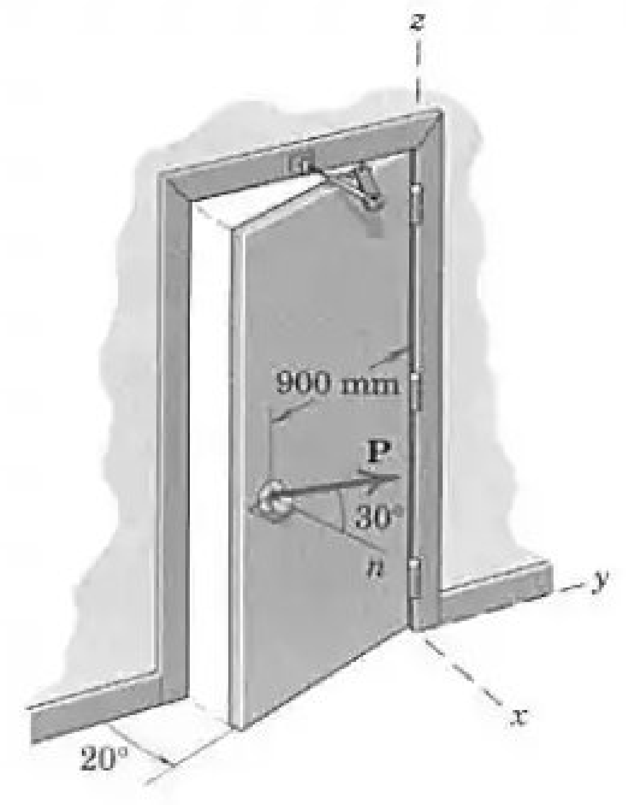
Abrir uma Porta ou Janela

Aplicação: Empurrar uma porta equipada com um mecanismo de retorno (ou uma dobradiça comum) é um exemplo diário de momento de força. A maçaneta é colocada longe da dobradiça justamente para maximizar o braço de alavanca (d), exigindo menos força (F) para gerar o momento (M) necessário para a rotação.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Ao se abrir uma porta que está equipada com um mecanismo de retorno, uma pessoa exerce uma força P de módulo 32 N, como mostrado. A força P e a normal n à face da porta estão em um plano vertical. Calcule o momento de P em relação ao eixo z.



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Nesse caso, como a força $\boldsymbol{P}$ faz um ângulo de 30° com a normal n, que é ortogonal ao eixo z, o momento $\boldsymbol{M}_z$ em relação a esse eixo será dado por:

$$\boldsymbol{M}_z = (P\cos 30^\circ)d\,\boldsymbol{k}$$

onde $d = 0{,}900\ m$ é a distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo z.

Então:

$$\boldsymbol{M}_z = (32\cos 30^\circ)(0{,}900)\ \boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{M}_z = 24{,}9\ \boldsymbol{k}\ N \bullet m$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

Exemplos de Aplicação Prática (Cotidiano e Engenharia)

Eixos de Transmissão (Motores e Máquinas)

Aplicação: Nas engenharias mecânica e automotiva, o torque (momento de torção) é fundamental em eixos de transmissão. Um motor ou turbina aplica um torque no eixo, que rotaciona para transmitir essa potência até as rodas traseiras de um carro, a um gerador elétrico ou às hélices de um navio.

Conceito: Nesses eixos maciços ou vazados, o momento gera uma "tensão de cisalhamento" no material. Os engenheiros projetam o diâmetro do eixo baseados no momento máximo que ele deve suportar para não torcer até a ruptura.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Momento de uma Força

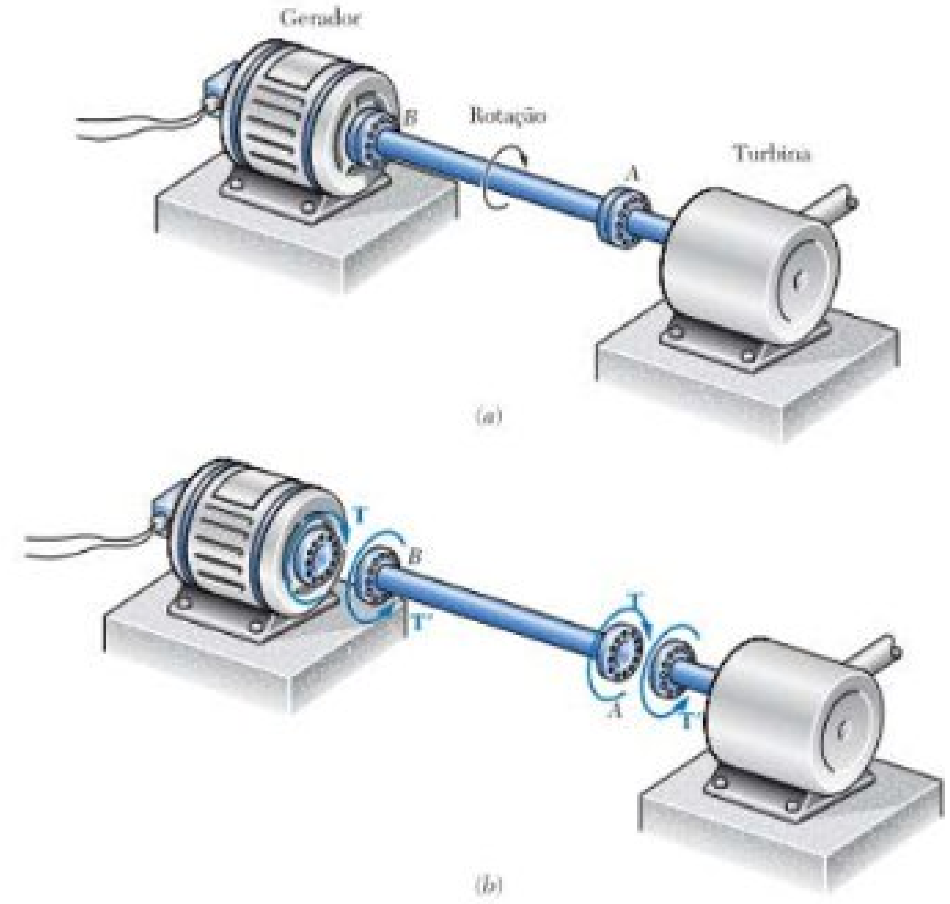


Fig. 3.2 (*a*) Um gerador recebe potência em um número constante de revoluções por minuto de uma turbina através do eixo *AB*. (*b*) Diagrama de corpo livre do eixo *AB* junto com os torques de direção e reação no gerador e na turbina, respectivamente.

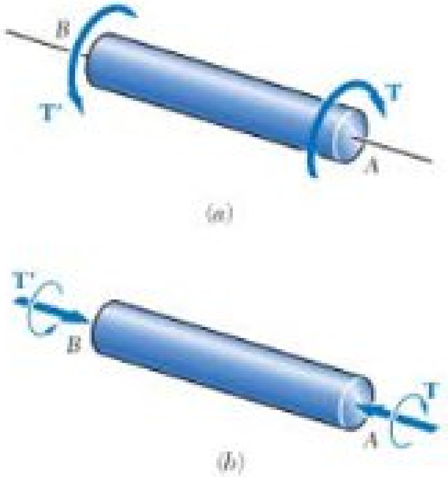


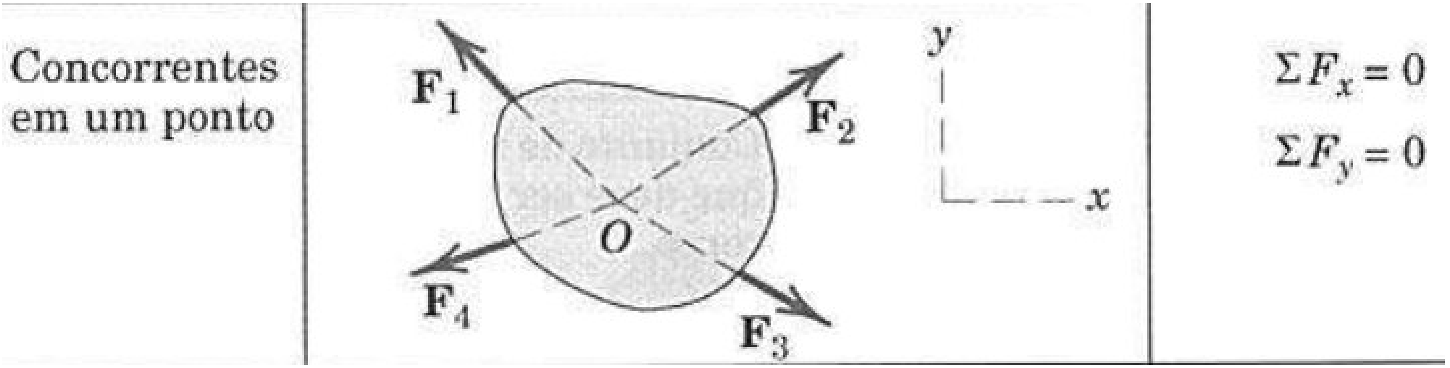
Fig. 3.1 Duas formas equivalentes de representar um torque em um diagrama de corpo livre.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Condição de Equilíbrio Estático

Equilíbrio da Partícula em 2D

- Apenas forças concorrentes atuam na partícula (todas passam pelo mesmo ponto).
- A soma vetorial $\sum \vec{\mathrm{F}} = 0\ \mathrm{N}$ é dividida em duas equações independentes: $\sum \vec{\mathrm{F}}_x = 0\ \mathrm{N}$ e $\sum \vec{\mathrm{F}}_y = 0\ \mathrm{N}$.
- O polígono de forças formado pelos vetores deve ser fechado (o início do primeiro vetor coincide com o fim do último).



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Condição de Equilíbrio Estático

Condições de Equilíbrio do Corpo Rígido (2D)

O corpo rígido não deve transladar nem rotacionar, isto é, $\sum \vec{\mathrm{F}}_x = 0\ \mathrm{N}$, $\sum \vec{\mathrm{F}}_y = 0\ \mathrm{N}$ e $\sum \overrightarrow{M}_o = 0\ \mathrm{N{\cdot}m}$ (o somatório dos momentos em relação a qualquer ponto O deve ser nulo).

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Condição de Equilíbrio Estático

Equilíbrio da Partícula em 3D

- A partícula está sujeita a forças em três dimensões.
- A condição $\sum \vec{\mathrm{F}} = 0\ \mathrm{N}$ desdobra-se em três equações: $\sum \vec{\mathrm{F}}_x = 0\ \mathrm{N}$, $\sum \vec{\mathrm{F}}_y = 0\ \mathrm{N}$ e $\sum \vec{\mathrm{F}}_z = 0\ \mathrm{N}$.
- Em 3D, a notação vetorial (usando vetores unitários **i**, **j** e **k**) é muito mais vantajosa e reduz erros de cálculo.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Condição de Equilíbrio Estático

Equilíbrio do Corpo Rígido (3D)

São necessárias e suficientes 06 equações independentes para garantir o equilíbrio total:

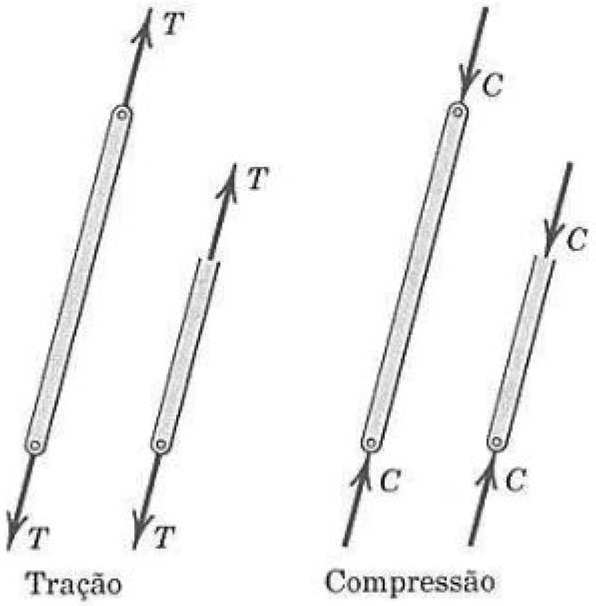
- Soma de Forças: $\sum \vec{\mathrm{F}}_x = 0\ \mathrm{N}$, $\sum \vec{\mathrm{F}}_y = 0\ \mathrm{N}$ e $\sum \vec{\mathrm{F}}_z = 0\ \mathrm{N}$; e
- Soma de Momentos: $\sum \overrightarrow{M}_x = 0\ \mathrm{N{\cdot}m}$, $\sum \overrightarrow{M}_y = 0\ \mathrm{N{\cdot}m}$ e $\sum \overrightarrow{M}_z = 0\ \mathrm{N{\cdot}m}$.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

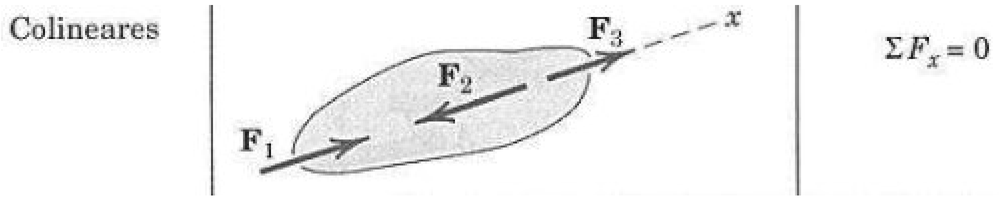
Condição de Equilíbrio Estático

Membros de Duas e Três Forças

- **Elemento de Duas Forças:** Se um corpo está em equilíbrio sob a ação de apenas duas forças, elas devem ser iguais, opostas e colineares. (Exemplo: barras de treliças).



Elementos de duas forças

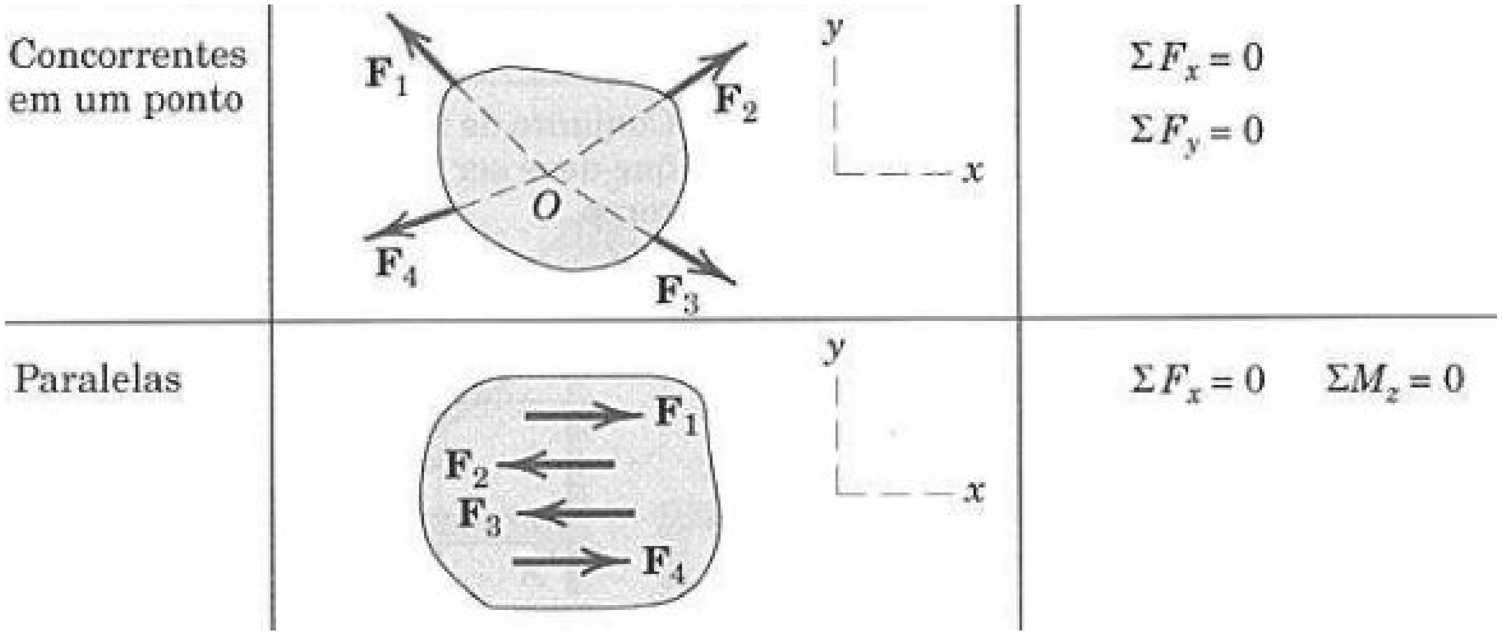


1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Condição de Equilíbrio Estático

Membros de Duas e Três Forças

- **Elemento de Três Forças:** Se um corpo está em equilíbrio sob a ação de três forças, as linhas de ação dessas três forças devem ser concorrentes em um único ponto (ou serem paralelas).



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Condição de Equilíbrio Estático

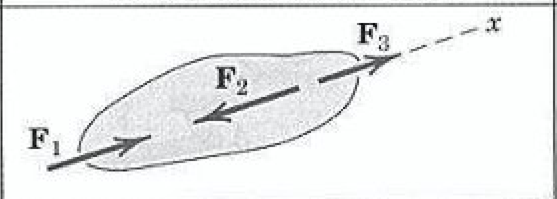
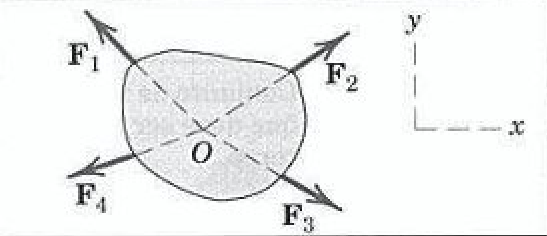
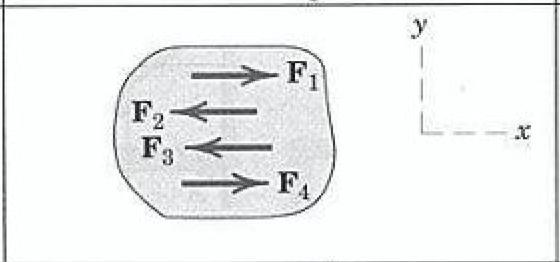
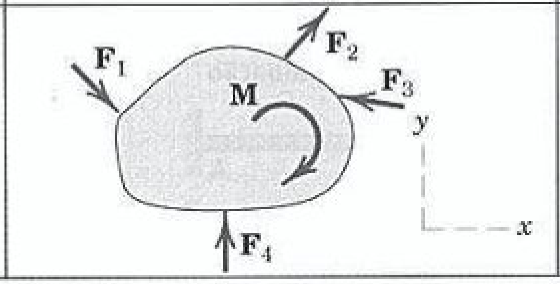
Em resumo...

Um corpo está em equilíbrio quando:

- A resultante de todas as forças atuando nele é nula ($\vec{F}_R = 0\ N$); e
- O somatório dos momentos de todas as forças em relação a qualquer ponto O no corpo ou fora dele é nulo ($\overrightarrow{M}_O = 0\ N{\cdot}m$).

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Condição de Equilíbrio Estático

CATEGORIAS DE EQUILÍBRIO EM DUAS DIMENSÕES		
Sistema de Força	**Diagrama de Corpo Livre**	**Equações Independentes**
1. Colineares		$\Sigma F_x = 0$
2. Concorrentes em um ponto		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$
3. Paralelas		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_z = 0$
4. Geral		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_z = 0$ $\Sigma F_y = 0$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Condição de Equilíbrio Estático

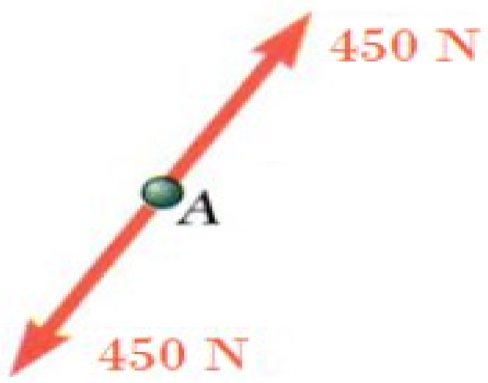
Relembrando a ideia de uma Força no Equilíbrio de uma Partícula

Quando a resultante de todas as forças que atuam sobre uma partícula é zero, a partícula está em equilíbrio.

Primeira Lei de Newton: Se a força resultante em uma partícula é nula, a partícula permanecerá em repouso ou se moverá em velocidade constante em linha reta.

Para uma partícula em equilíbrio sob a ação de duas forças, ambas as forças devem ter:

- mesma intensidade;
- mesma linha de ação; e
- sentidos opostos.



Equilíbrio de uma partícula.

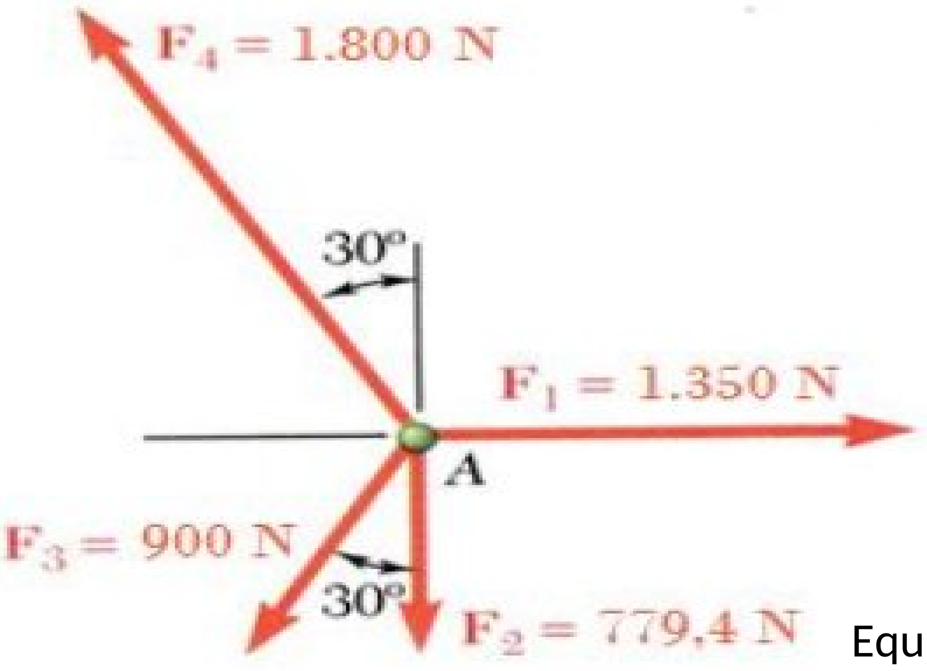
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

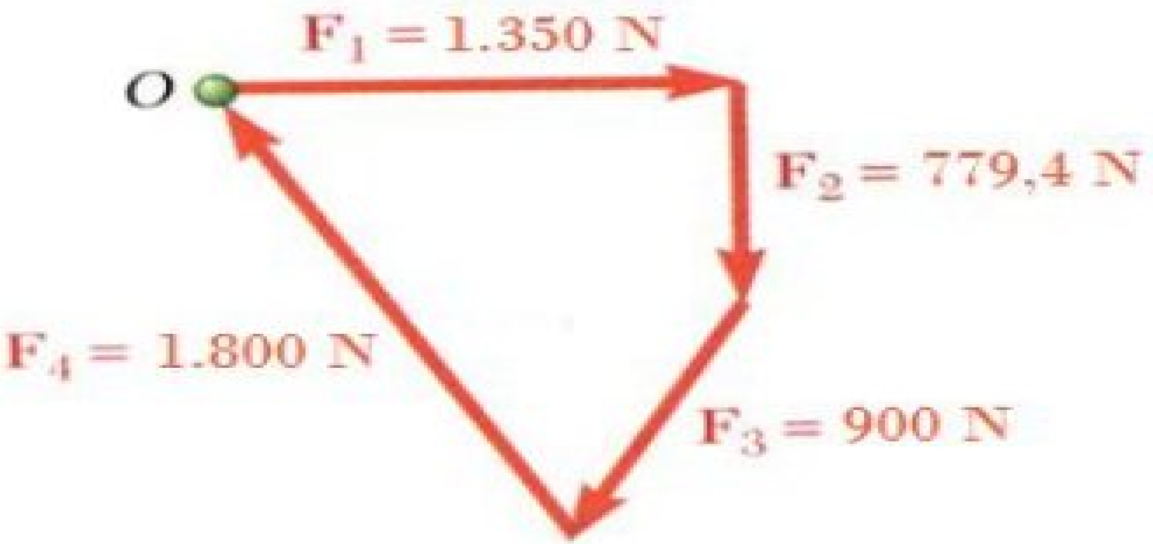
Condição de Equilíbrio Estático

Para uma partícula sob a ação de três ou mais forças:

- a solução gráfica gera um polígono fechado;
- solução algébrica:

$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0$, em que $\sum F_x = 0$ e $\sum F_y = 0$





Equilíbrio de uma partícula.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre

- Ao analisar as forças atuando em um corpo, é essencial isolar o corpo em questão de todos os outros corpos. Isto é, desenhar o corpo isolado de sua vizinhança, mostrando todas as forças externas atuantes sobre ele; e

- O isolamento é concebido mentalmente e representado em papel (graficamente) por meio do **Diagrama de Corpo Livre (DCL)**, ferramenta pela qual causa e efeito são claramente separados.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre

Diagramas de Corpo Livre

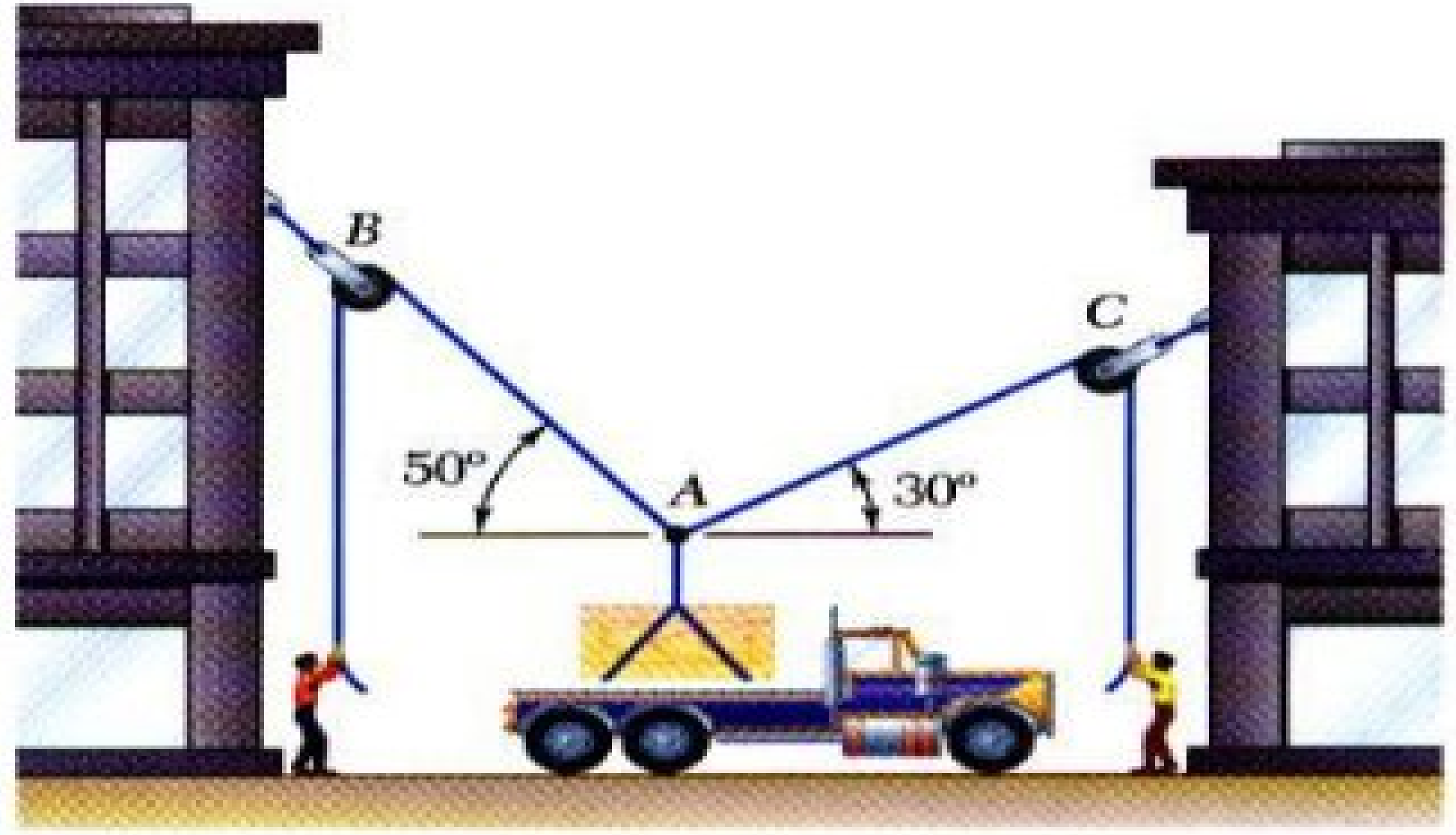


Diagrama espacial: um esboço mostrando as condições físicas do problema.

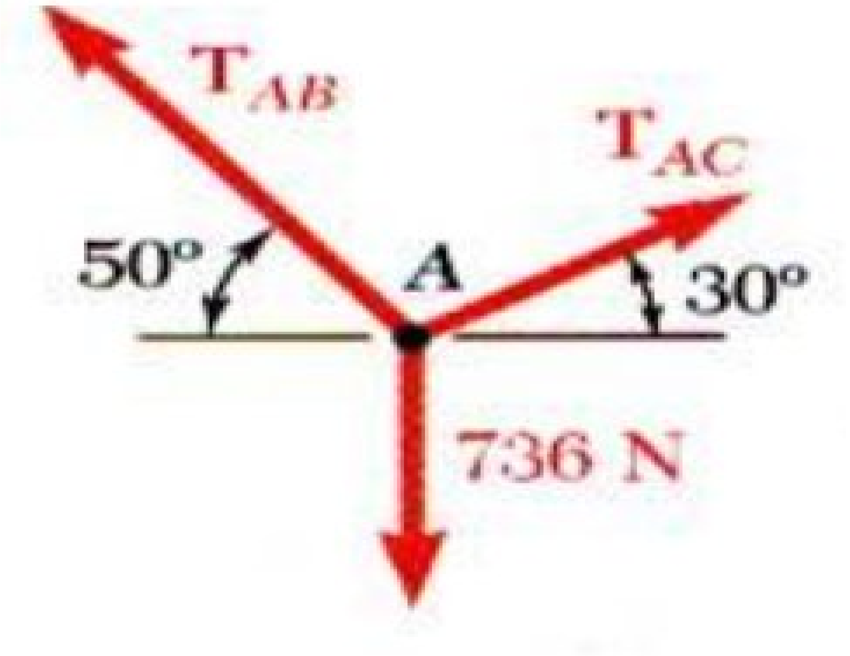


Diagrama de Corpo Livre: um esboço mostrando apenas as forças que atuam sobre a partícula escolhida para análise.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre

Como construir um DCL (Passo a Passo)

1. **Isolamento:** Decida qual corpo (ou nó/ponto) isolar e desenhe seu contorno.

2. Identificação das Forças: Represente todas as forças ativas (pesos, cargas aplicadas) e reativas (aquelas que substituem os apoios removidos);

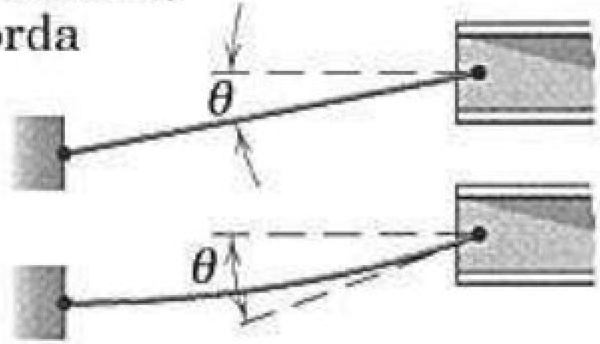
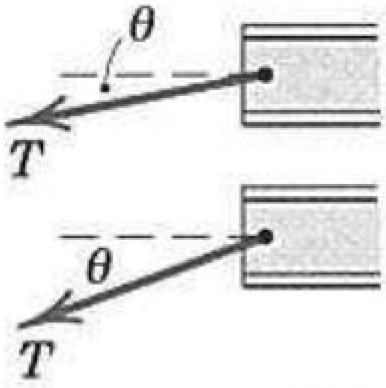
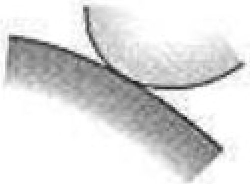
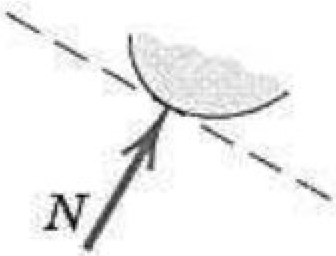
3. Vínculos/Apoios: Substitua os apoios físicos por vetores que representam a restrição de movimento. (Ex: um cabo só exerce tração, uma superfície lisa exerce força normal); e

4. Sistemas de Eixos: Indique claramente os eixos de referência (x, y, z).

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

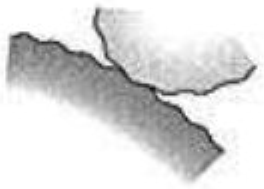
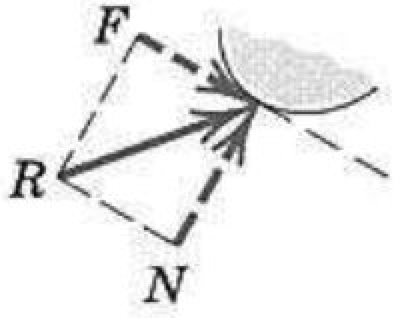
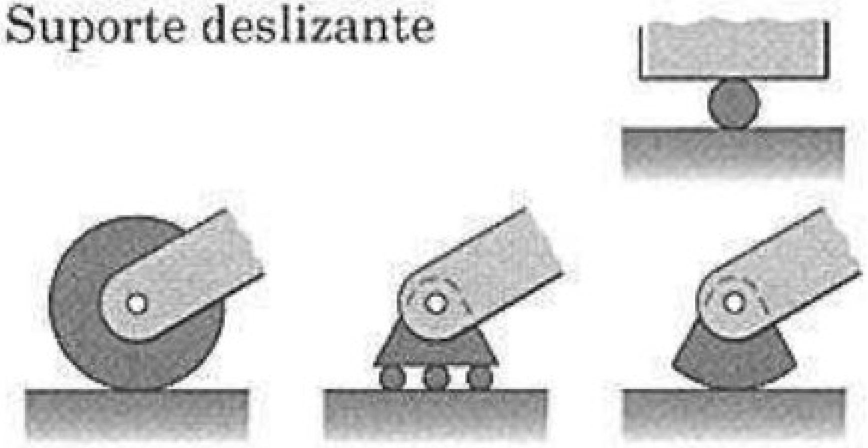
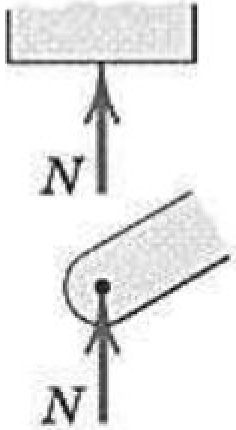
Diagrama de Corpo Livre – Modelagem 2D

Modelagem da Ação de Forças na Análise Bidimensional

Tipo de Contato e Origem da Força	Ação sobre o Corpo a Ser Isolado
1. Cabo flexível, correia, corrente ou corda O peso do cabo é desprezível O peso do cabo não é desprezível  	 A força exercida por um cabo flexível é sempre trativa e direcionada do corpo para a direção do cabo.
2. Superfícies lisas 	 A força de contato é compressiva e normal à superfície.

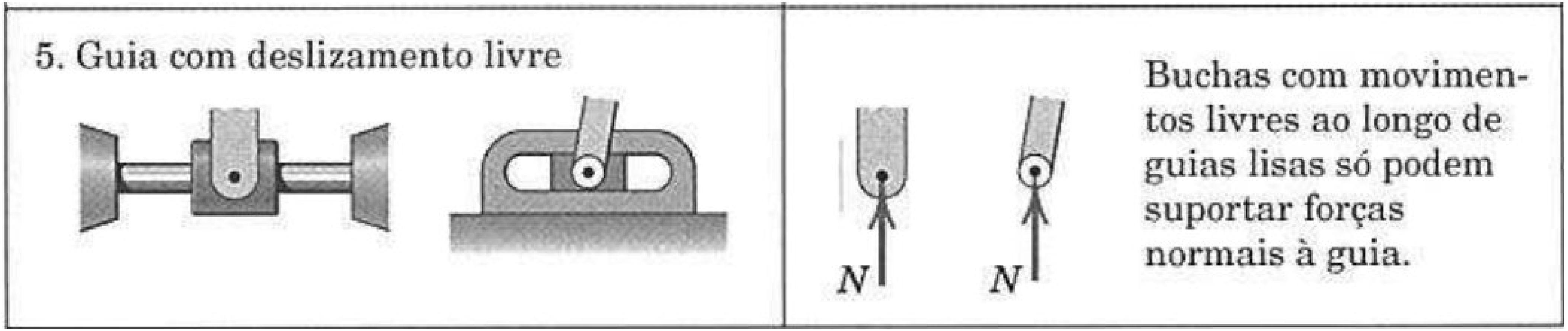
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

3. Superfícies rugosas 	 Superfícies rugosas são capazes de suportar um componente tangencial F (força de atrito), assim como um componente normal N da força de contato resultante R.
4. Suporte deslizante 	 Apoios de rolete, oscilantes ou de esfera transmitem uma força compressiva normal à superfície de apoio.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

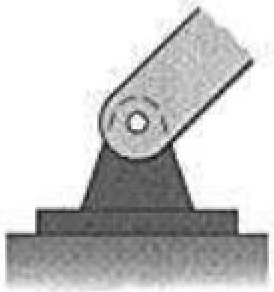
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)



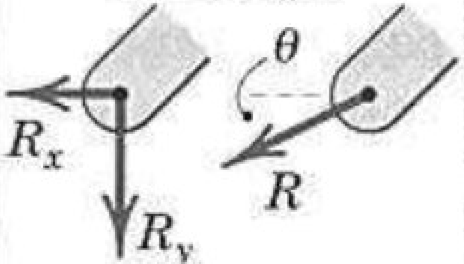
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

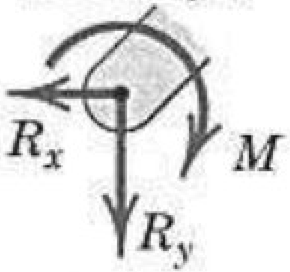
6. Conexão com pino



Pino com liberdade de rotação



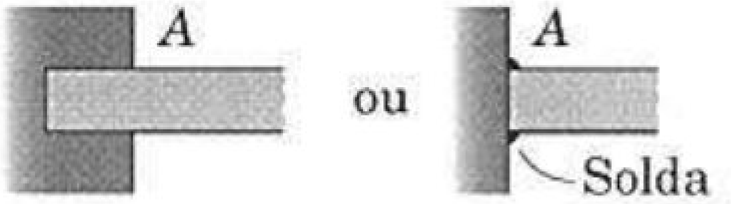
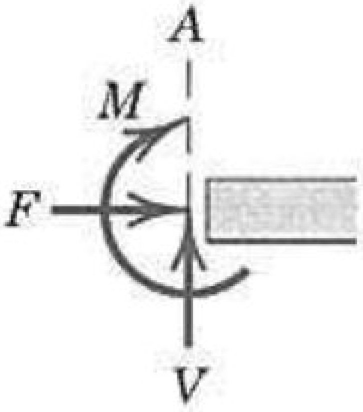
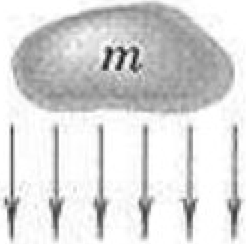
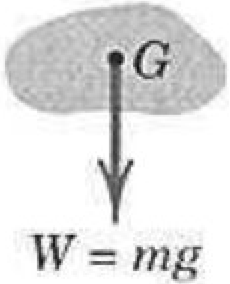
Pino sem liberdade de rotação



Uma conexão com pino, com articulação, é capaz de suportar uma força em qualquer direção no plano normal ao eixo do pino. Podemos mostrar ou duas componentes, R_x e R_y, ou um módulo R e uma direção θ. Uma conexão com pino sem liberdade de rotação também suporta um momento M.

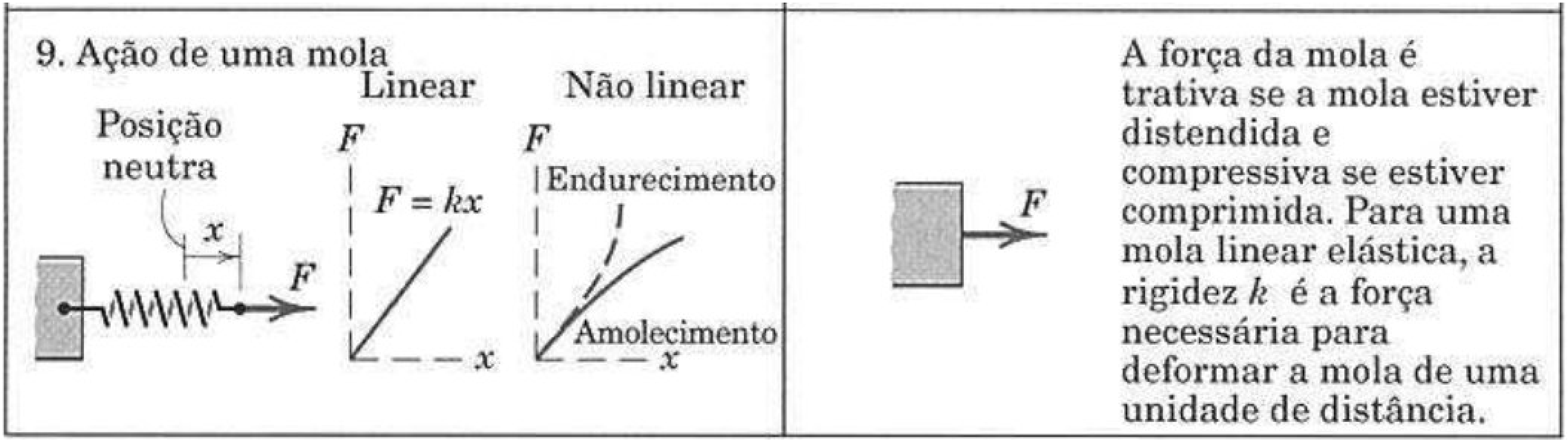
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

7. Suporte fixo ou engastado 		Um suporte engastado ou fixo é capaz de sustentar uma força axial F, uma força transversal V (força cisalhante ou cortante) e um momento M (momento fletor) para prevenir rotação.
8. Atração gravitacional 		A resultante da atração gravitacional sobre todos os elementos de um corpo de massa m é o peso $W = mg$ e atua na direção do centro da Terra passando pelo centro de massa G.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

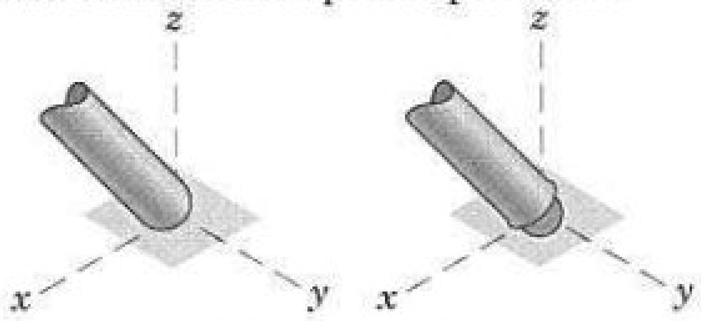
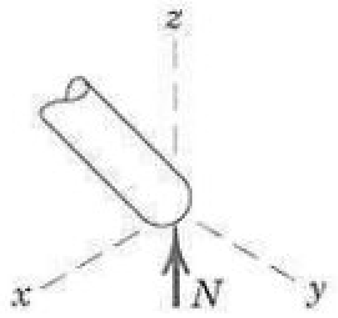
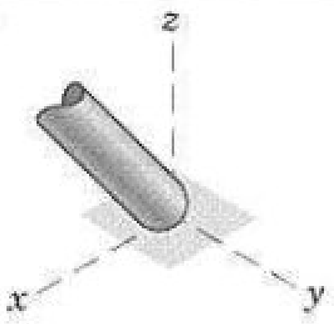
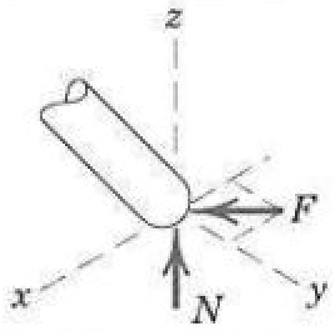
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre – Modelagem 3D

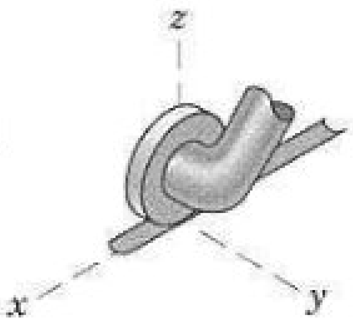
Modelagem da Ação de Forças na Análise Tridimensional

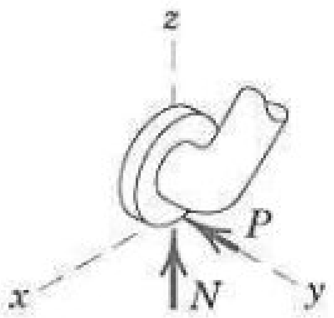
Tipo de Contato e Origem da Força	Ação no Corpo a Ser Isolado
1. Elemento em contato com uma superfície lisa ou elemento apoiado por esfera 	 A força deve ser normal à superfície e direcionada para o elemento.
2. Elemento em contato com uma superfície rugosa 	 Existe a possibilidade que uma força F tangente à superfície (força de atrito), como também uma força normal N, atuem no elemento.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

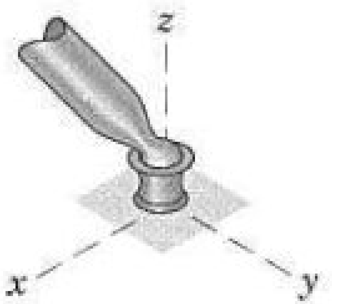
3. Suporte com rolamento ou roda com restrição lateral

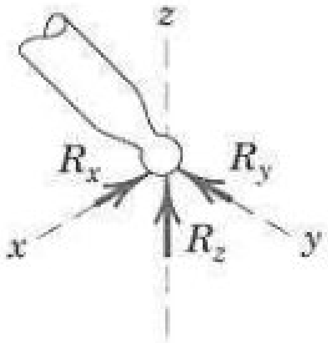




Além da força normal N, pode existir uma força lateral P exercida pela guia sobre a roda.

4. Rótula



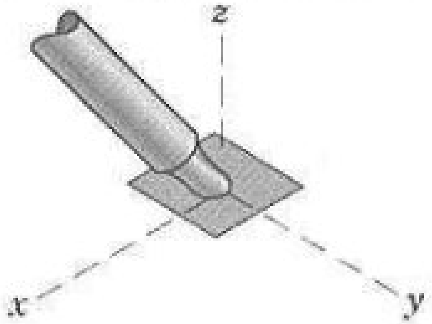


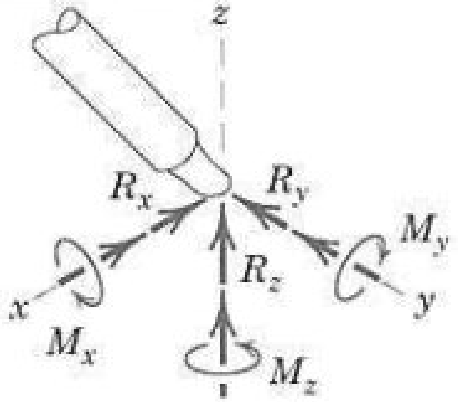
Uma rótula livre para articular em torno do centro da esfera pode suportar uma força **R** com todas as suas três componentes.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

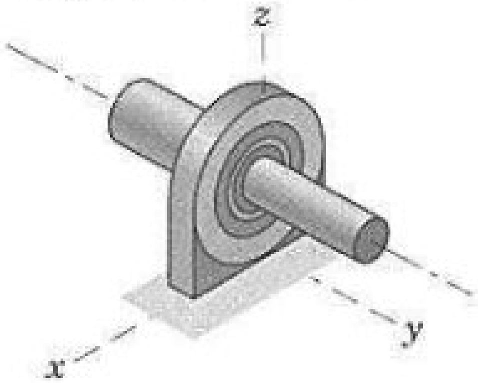
5. Conexão fixa (engastada ou soldada)

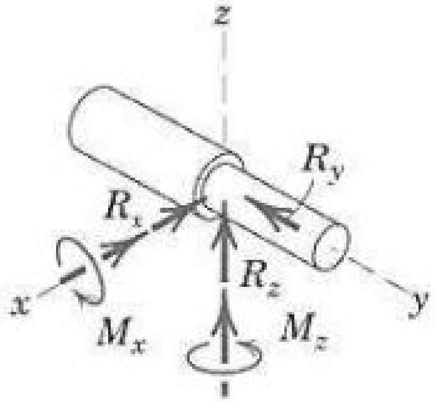




Além das três componentes de força, uma conexão fixa pode suportar um momento **M**, representado por suas três componentes.

6. Suporte para mancal axial





O mancal axial é capaz de suportar uma força axial R_y, bem como forças radiais R_x e R_z. Os momentos M_x e M_z devem, em alguns casos, ser considerados nulos, a fim de tornar o sistema estaticamente determinado.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

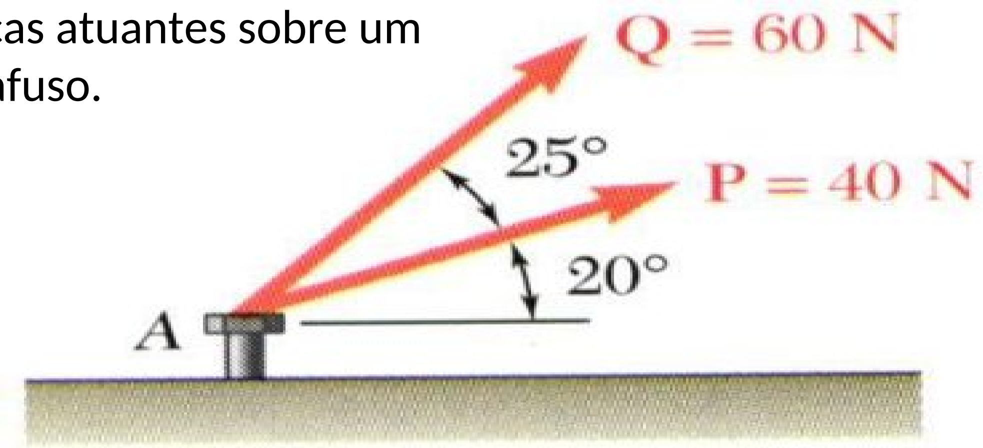
Exemplo de Aplicação de Diagrama de Corpo Livre.

Exemplo: Duas forças atuam sobre um parafuso A. Determine sua resultante.

Solução:

1) Solução gráfica – constrói-se um paralelogramo com lados nas mesmas direções de $\vec{P}$ e $\vec{Q}$ desenhados em escala. Avaliando graficamente a resultante que é equivalente à diagonal em direção e proporcional em módulo.

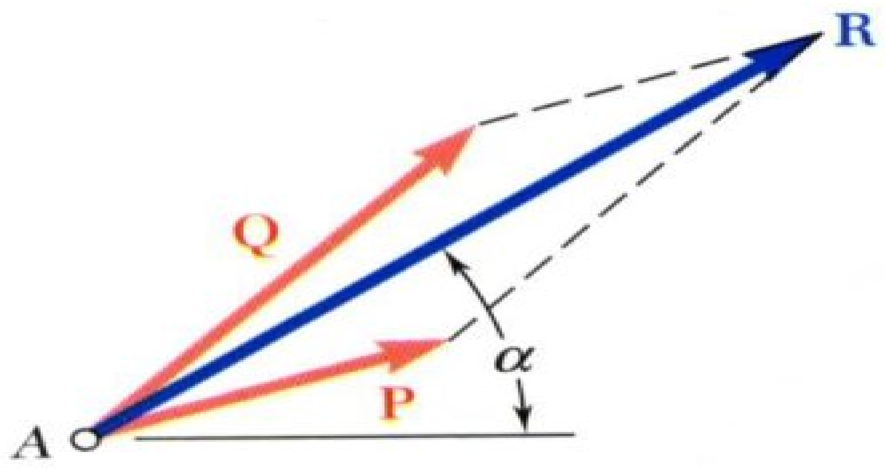
Forças atuantes sobre um parafuso.

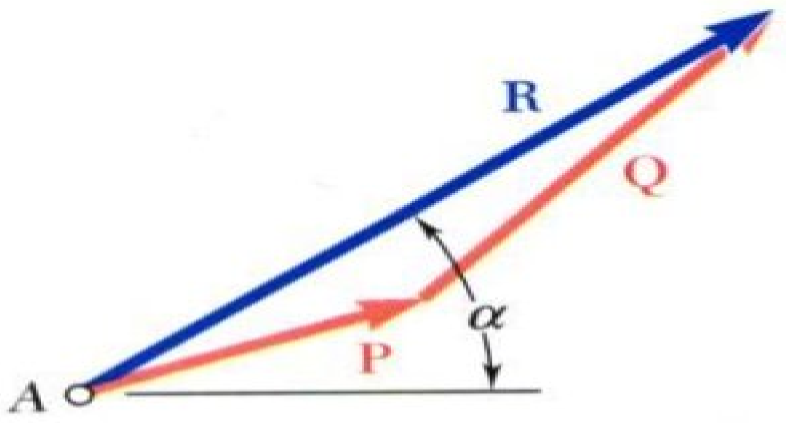


Um paralelogramo com lados iguais a $\vec{P}$ e $\vec{Q}$ é desenhado em escala. A intensidade e o ângulo que define a direção da resultante (diagonal do paralelogramo) são medidos e um triângulo é desenhado com $\vec{P}$ e $\vec{Q}$ no padrão ponta-a-cauda e em escala. A intensidade e o ângulo que define a direção da resultante (terceiro lado do triângulo) são medidos.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Duas Forças em Ponto Material (continuação...)
Exemplo: Duas forças atuam sobre um parafuso A. Determine sua resultante.
Solução:
1) Solução gráfica

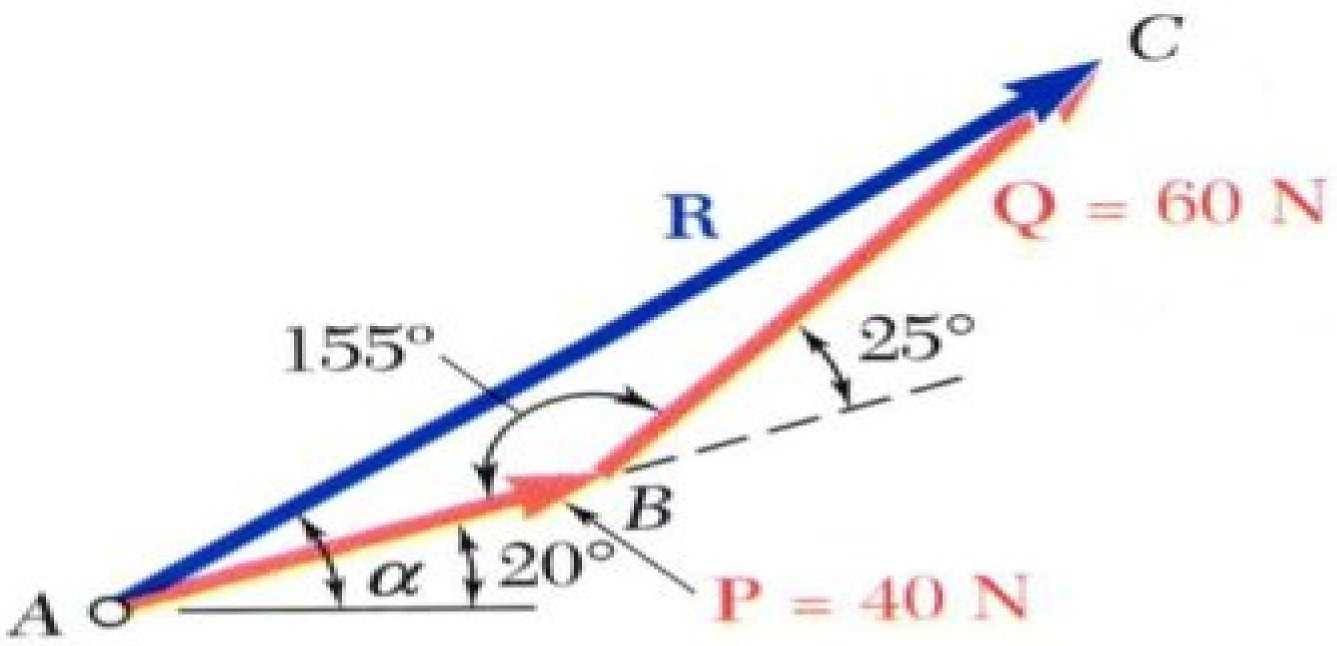




$$\vec{R} = 98 \text{ N} \quad \alpha = 35^o$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Duas Forças em Ponto Material (continuação...)
Exemplo: Duas forças atuam sobre um parafuso A. Determine sua resultante.
Solução:
2) Solução trigonométrica – usaremos a **regra do triângulo** para soma de vetores em conjunto com a **lei dos cossenos** ou a **lei dos senos** para encontrar a resultante de $\vec{P}$ e $\vec{Q}$.



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Duas Forças em Ponto Material (continuação...)

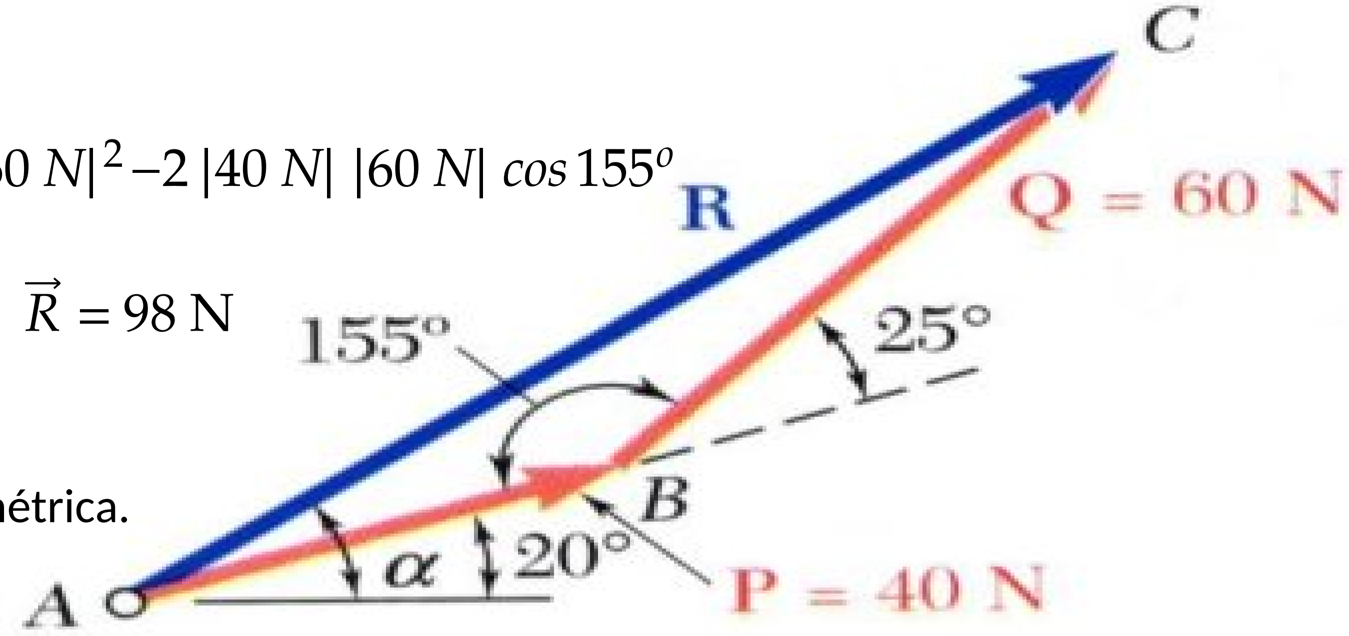
Exemplo: Duas forças atuam sobre um parafuso A. Determine sua resultante.

Solução:

2) Solução trigonométrica – Aplicamos a regra do triângulo. B = 180º – 25º = 155º. Pela lei dos cossenos, $\left|\vec{\mathrm{R}}\right|^2 = \left|\vec{\mathrm{P}}\right|^2 + \left|\vec{\mathrm{Q}}\right|^2 - 2\left|\vec{P}\right|\left|\vec{Q}\right| \cos B$

$$\left|\vec{\mathrm{R}}\right|^2 = |40\ N|^2 + |60\ N|^2 - 2\,|40\ N|\,|60\ N|\,\cos 155^o$$

$$\vec{R} = 98\ \mathrm{N}$$



Solução trigonométrica.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Duas Forças em Ponto Material (continuação...)
Exemplo: Duas forças atuam sobre um parafuso A. Determine sua resultante.
Solução:
2) Solução trigonométrica – Pela lei dos senos, $\frac{\sin A}{\vec{Q}} = \frac{\sin B}{\vec{R}}$

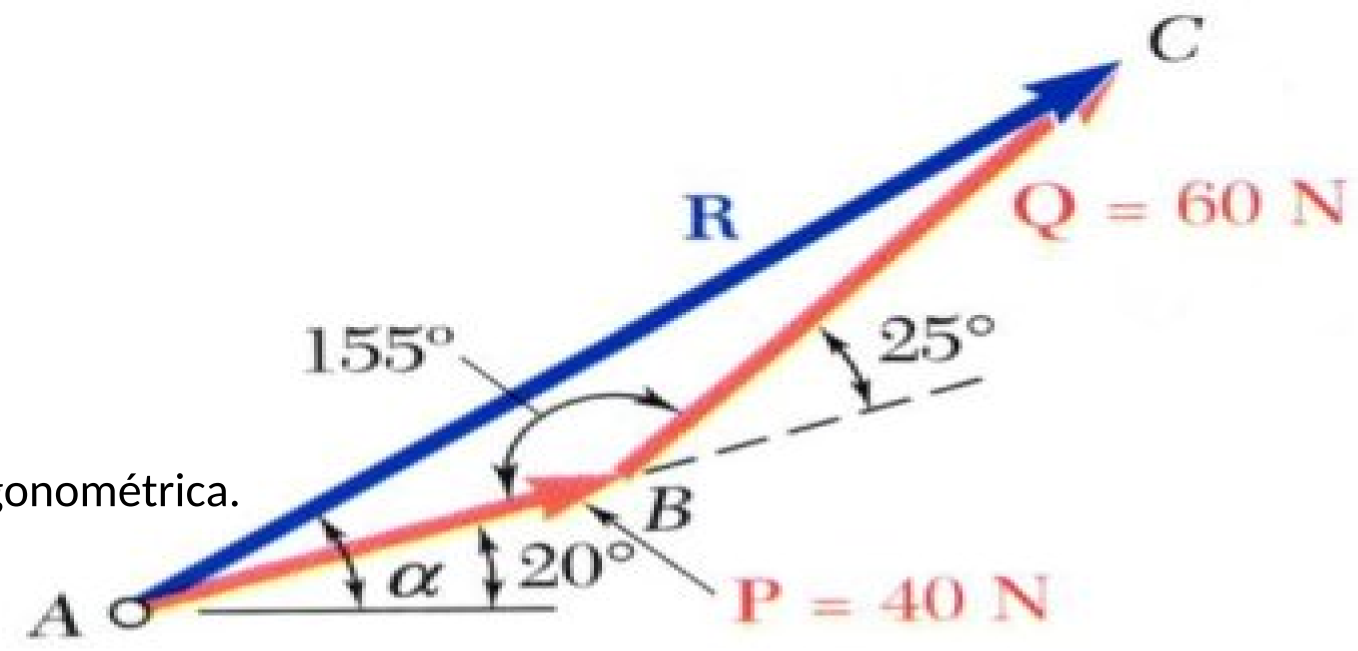
$$\sin A = \frac{\vec{Q}}{\vec{R}} \sin B$$

$$\sin A = \frac{60\ N}{97{,}73\ N} \sin 155^o$$

$$A = 15{,}04^o$$

$$\alpha = 20^o + A$$

$$\alpha = 35{,}04^o$$



Solução trigonométrica.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

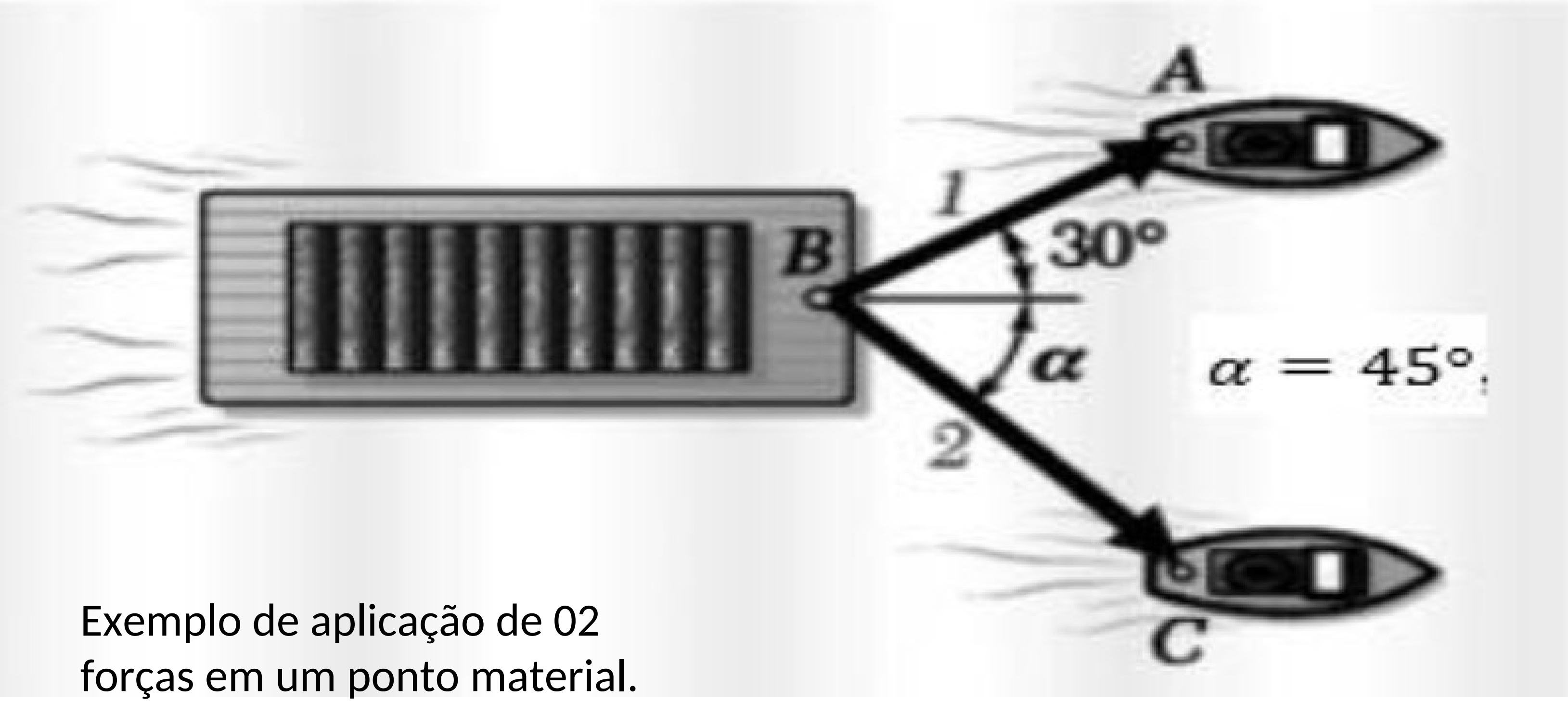
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Duas Forças em Ponto Material (continuação...)

Exemplo: Uma barcaça é puxada por 02 rebocadores. A intensidade e direção da resultante das forças exercidas pelos rebocadores são respectivamente 22,25 kN e axial da barcaça. Determine:

a) A força de tração em cada um dos cabos para $\alpha=45^o$; e

b) O valor de α para que a tração no cabo 2 seja mínima.



Exemplo de aplicação de 02 forças em um ponto material.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Duas Forças em Ponto Material (continuação...)

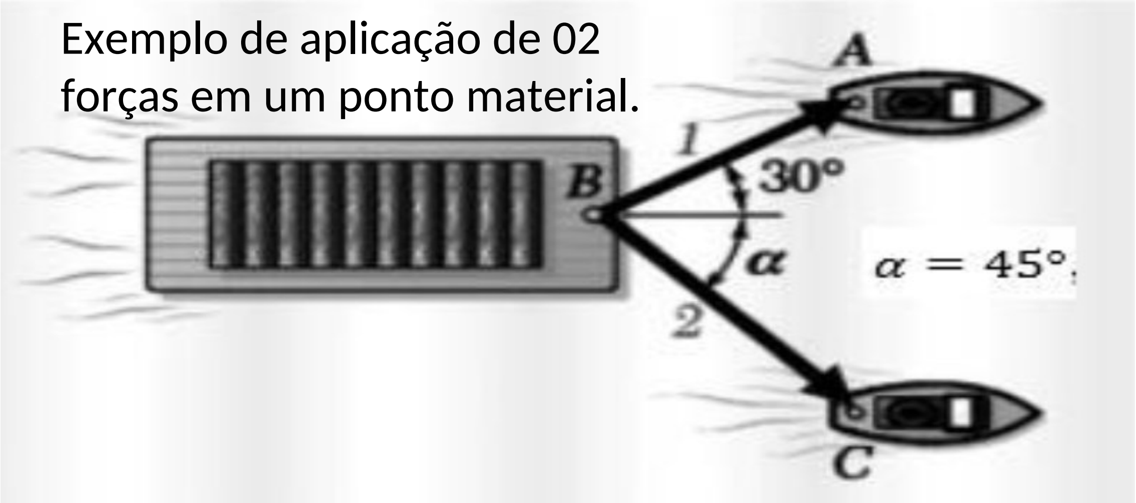
Solução gráfica: aplicando a Regra do Paralelogramo para soma vetorial.

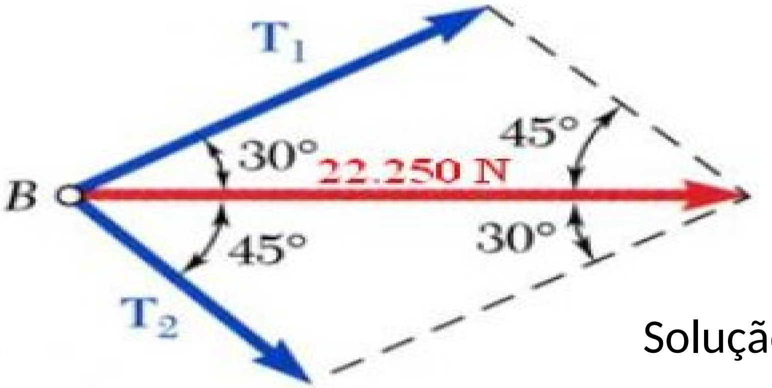
O paralelogramo tem lados nas direções dos dois cabos e diagonal na direção do eixo da barcaça com comprimento proporcional a 22.250 N.

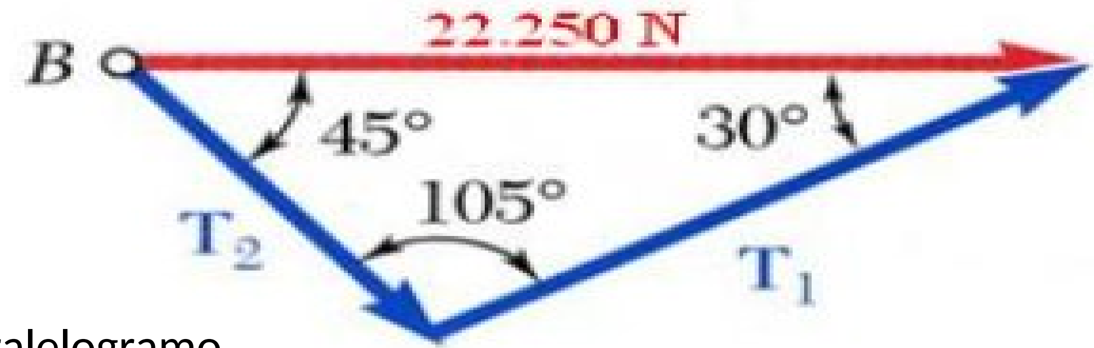
Aplicamos a regra do paralelogramo conhecendo a direção e a intensidade da resultante e as direções dos lados.

$T_1 = 16.200$ N $\qquad T_2 = 11.500$ N

Exemplo de aplicação de 02 forças em um ponto material.







Solução pela regra do paralelogramo.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Duas Forças em Ponto Material (continuação...)

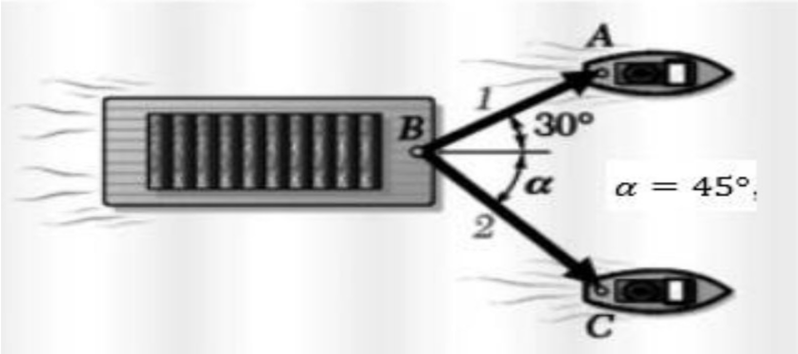
Solução trigonométrica:

Aplica-se a Regra do Triângulo e a Lei dos Senos:

$$\frac{\vec{T}_1}{sin\,45^o} = \frac{\vec{T}_2}{sin\,30^o} = \frac{22.250\text{ N}}{sin\,105^o}$$

$$\vec{T}_1 = 16.288\ N \text{ e } \vec{T}_2 = 11.517\ N$$

Exemplo de aplicação de 02 forças em um ponto material.



O ângulo para tração mínima no cabo 2 é determinado aplicando a **regra do triângulo** e observando o efeito de variações em α.

A tração mínima no cabo 2 ocorre quando T_1 e T_2 são perpendiculares:

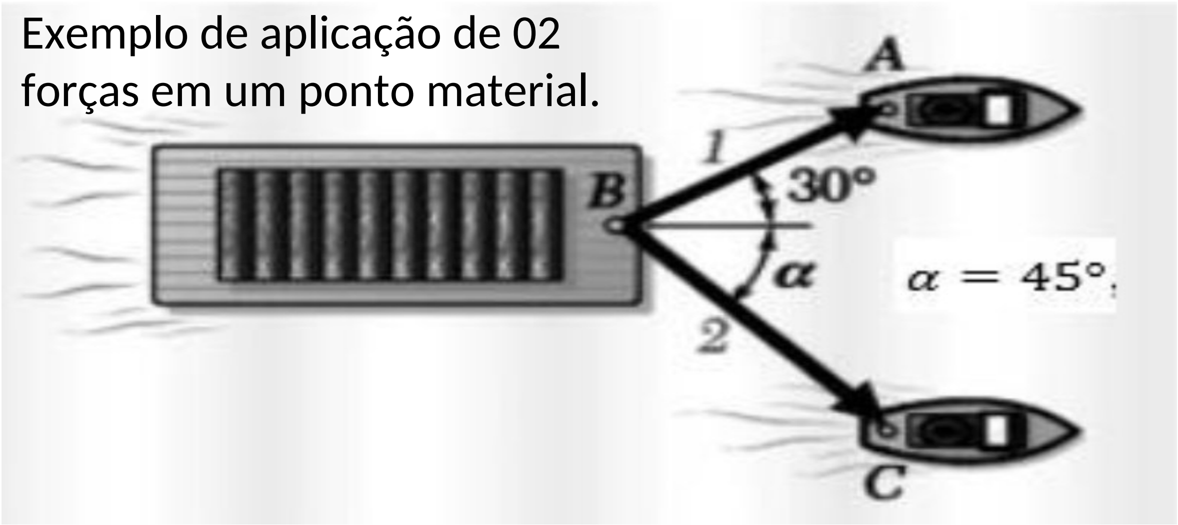
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Duas Forças em Ponto Material (continuação...)

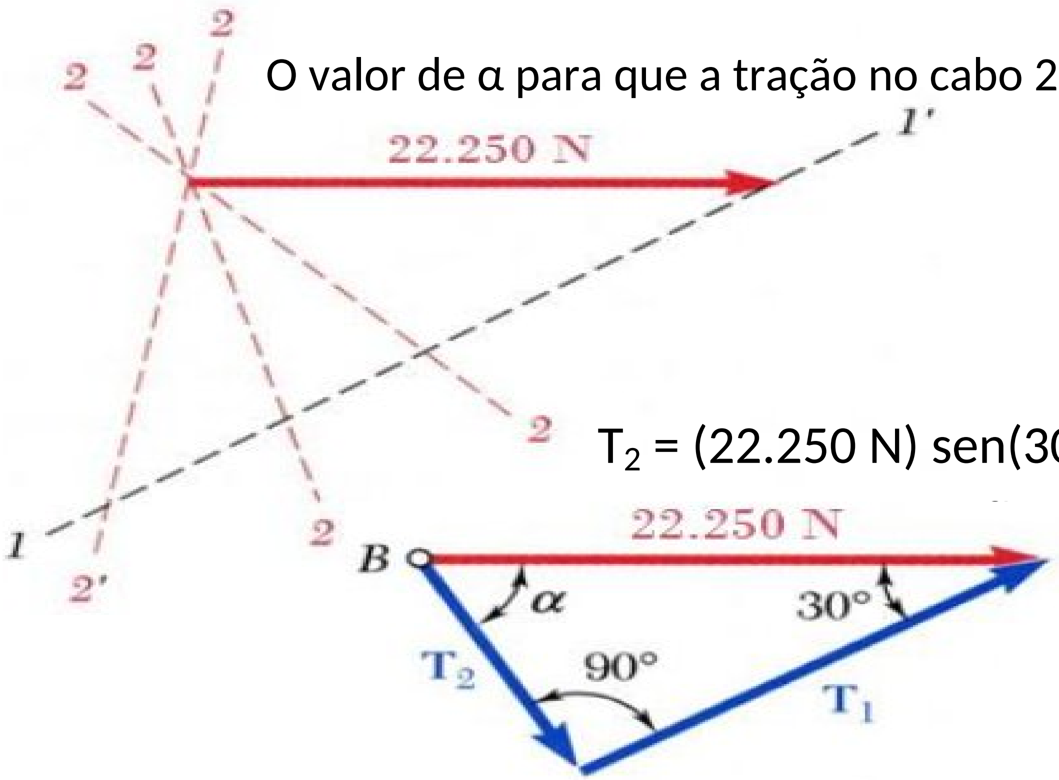
Solução trigonométrica:

A tração mínima no cabo 2 ocorre quando T_1 e T_2 são perpendiculares:

Exemplo de aplicação de 02 forças em um ponto material.



O valor de α para que a tração no cabo 2 seja mínima.



T_2 = (22.250 N) sen(30°) e T_1 = (22.250 N) cos(30°)

90°-30°

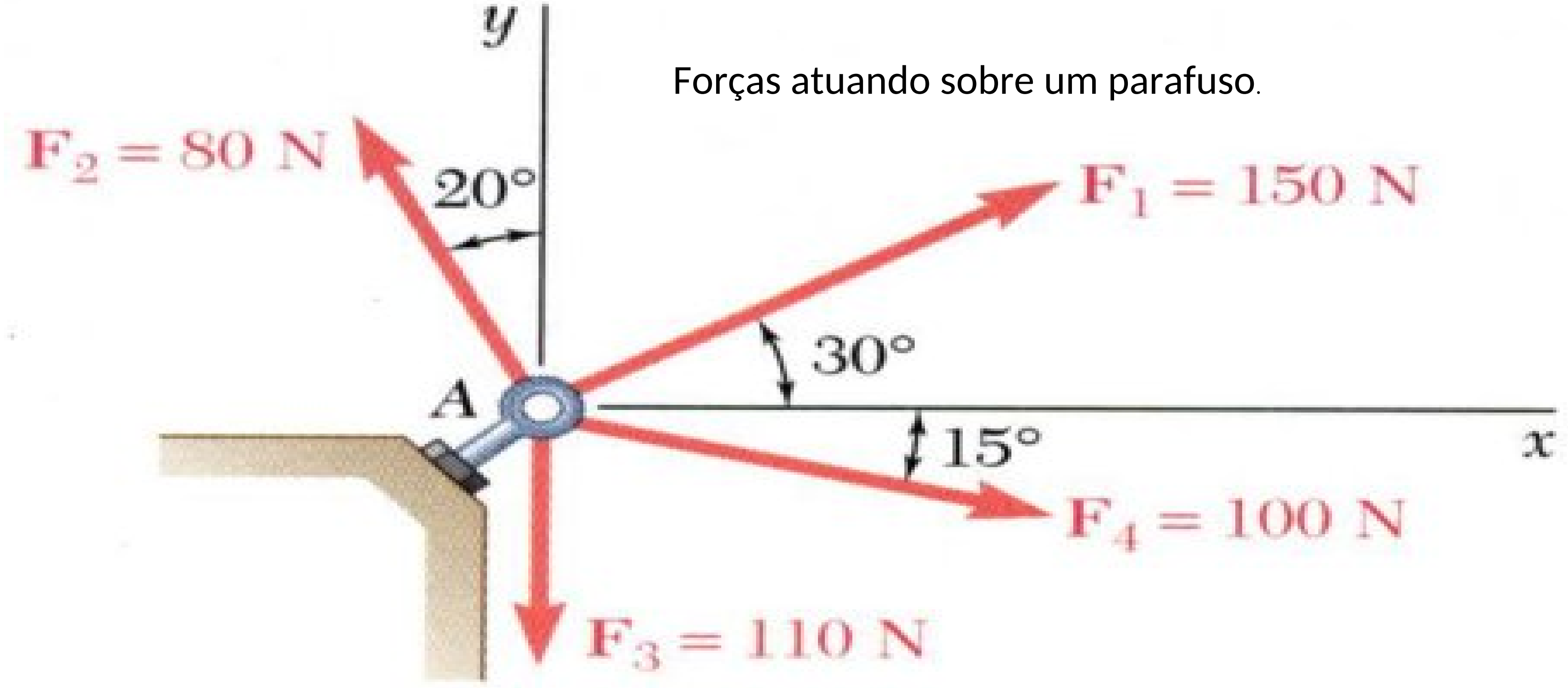
T_1 = 19269 N e T_2 = 11125 N

α = 60°

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Várias Forças em Ponto Material

Exemplo: Quatro forças atuam no parafuso A, como mostrado abaixo determine a resultante das quatro forças no parafuso.



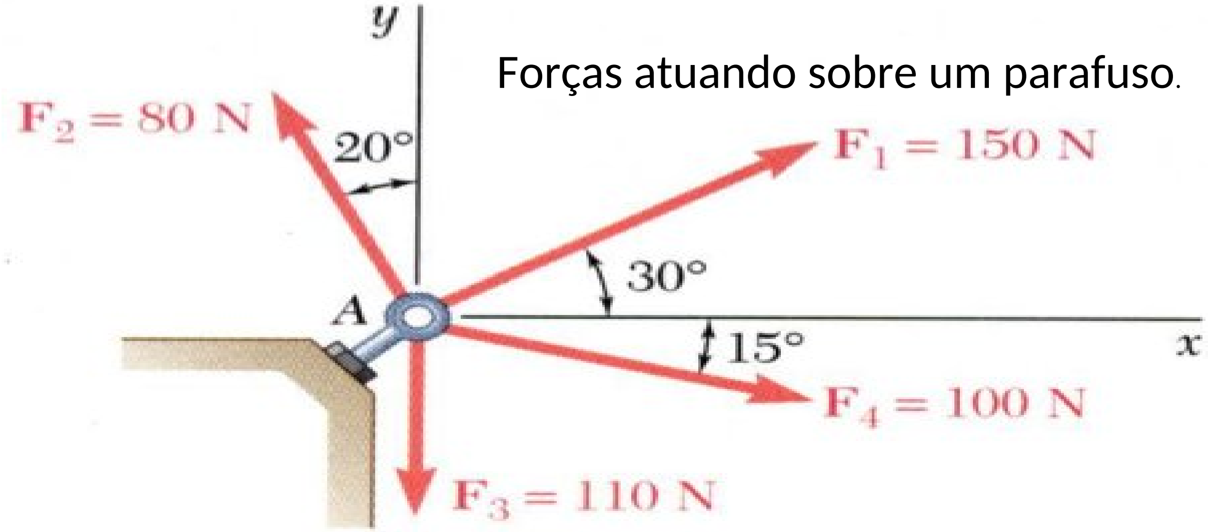
Forças atuando sobre um parafuso.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Várias Forças em Ponto Material (continuação...)

Exemplo: Quatro forças atuam no parafuso A, como mostrado na figura. Determine a resultante das quatro forças no parafuso.



Forças atuando sobre um parafuso.

Solução:

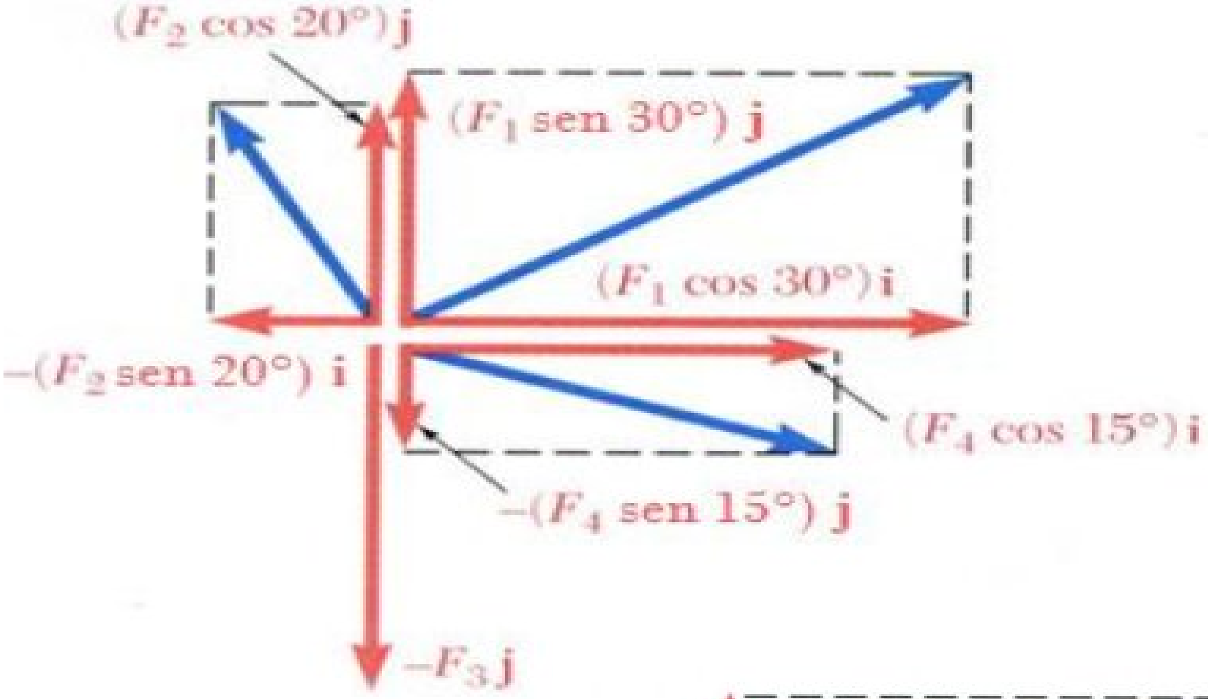
1) Inicialmente, decompomos cada força em componentes retangulares.

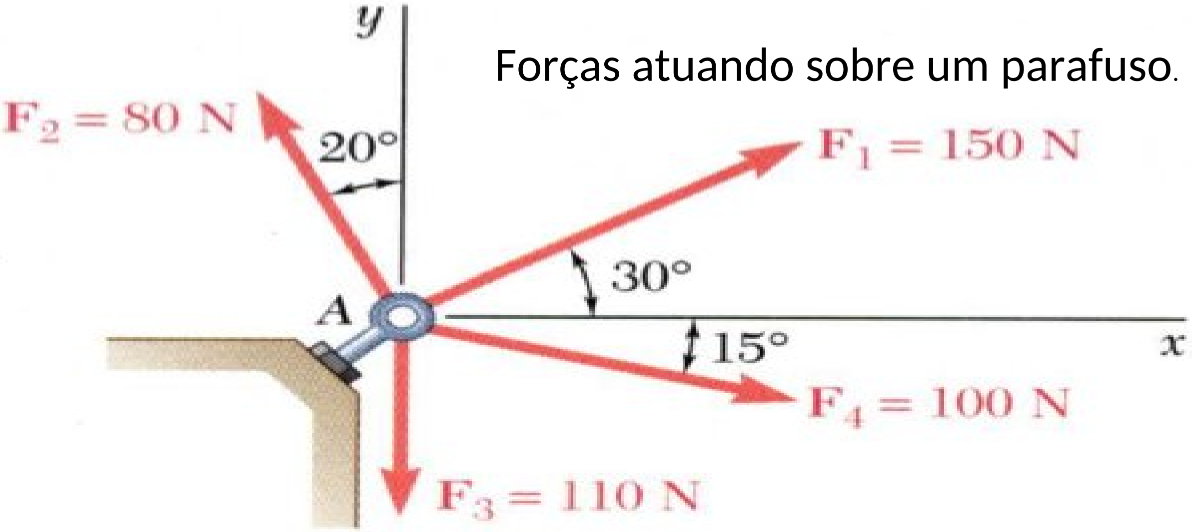
2) Em seguida, determinamos os componentes da resultante somando os componentes correspondentes de cada uma das forças.

3) Por último, calculamos a intensidade e a direção da resultante.

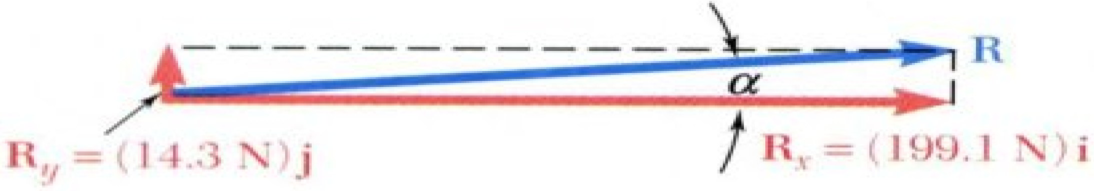
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Várias Forças em Ponto Material (continuação...)
Solução:





Forças atuando sobre um parafuso.



Decomposição das forças sobre o parafuso.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Força Resultante da Aplicação de Várias Forças em Ponto Material (continuação...)

Solução: Decompomos cada força em componentes retangulares.

Força	Intens. (N)	Comp. x (N)	Comp. y (N)
$\vec{F}_1$	150	+129,9	+75,0
$\vec{F}_2$	80	-27,4	+75,2
$\vec{F}_3$	110	0	-110,0
$\vec{F}_4$	100	+96,6	-25,9
		R_x = +199,1	R_y = +14,3

Tabela - Desenvolvimento da solução para obtenção da força resultante.

Determinamos os componentes da resultante somando os componentes correspondentes de cada uma das forças.

Calculamos a intensidade e a direção da resultante.

$$R = \sqrt{(199{,}1)^2 + (14{,}3)^2} = 199{,}6\ \text{N} \qquad \tan\alpha = \frac{14{,}3\ N}{199{,}1\ N} \quad \therefore \alpha = 4{,}1^o$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Diagramas de Corpo Livre (continuação...)

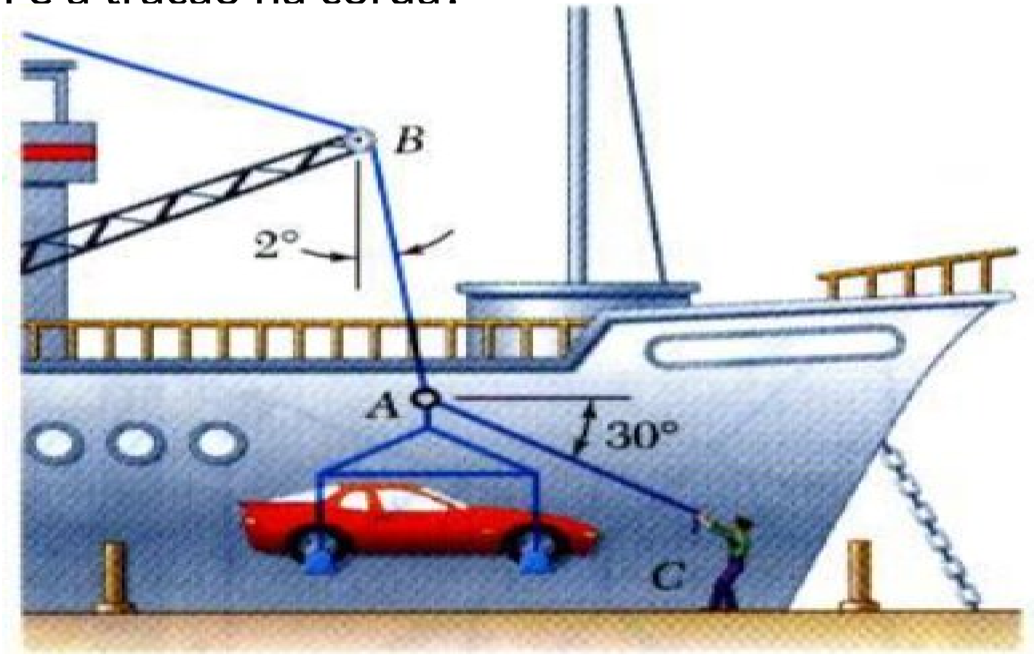
Em uma operação de descarregamento de um navio, um automóvel de 15.750 N (15,75 kN) é sustentado por um cabo. Uma corda é amarrada ao cabo em A e puxada para centrar o automóvel para a posição desejada. Qual é a tração na corda?

Solução:

1) Construímos um diagrama de corpo livre para a partícula na junção da corda e do cabo;

2) Aplicamos as condições de equilíbrio, criando um polígono fechado a partir das forças aplicadas na partícula; e

3) Aplicamos relações trigonométricas para determinar a intensidade das forças desconhecidas.



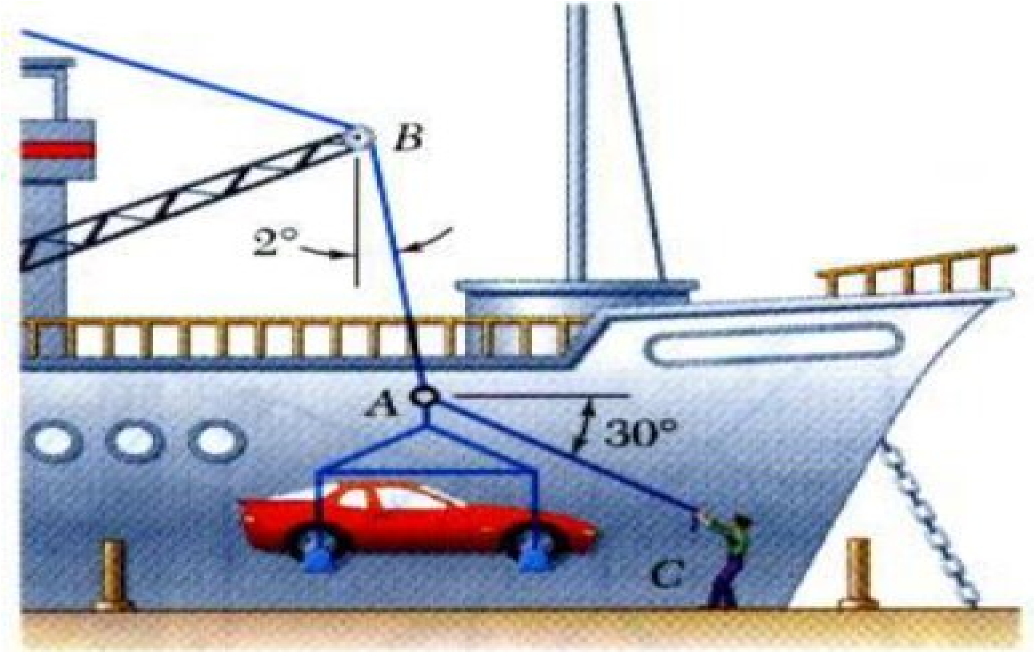
Esquema de uma operação de descarregamento de um navio.

Diagramas de Corpo Livre (continuação...)

Solução:

1) Construímos um diagrama de corpo livre para a partícula A;

2) Aplicamos as condições de equilíbrio; e



Esquema de uma operação de descarregamento de um navio.

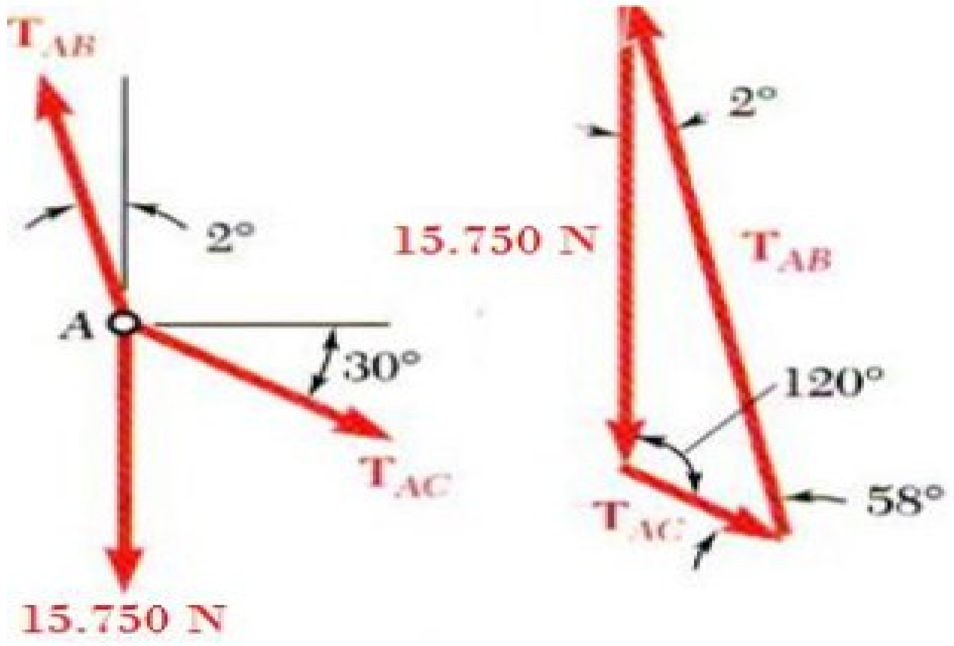


Diagrama de corpo livre para a partícula A e as condições de equilíbrio.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Diagramas de Corpo Livre (continuação...)

Solução:

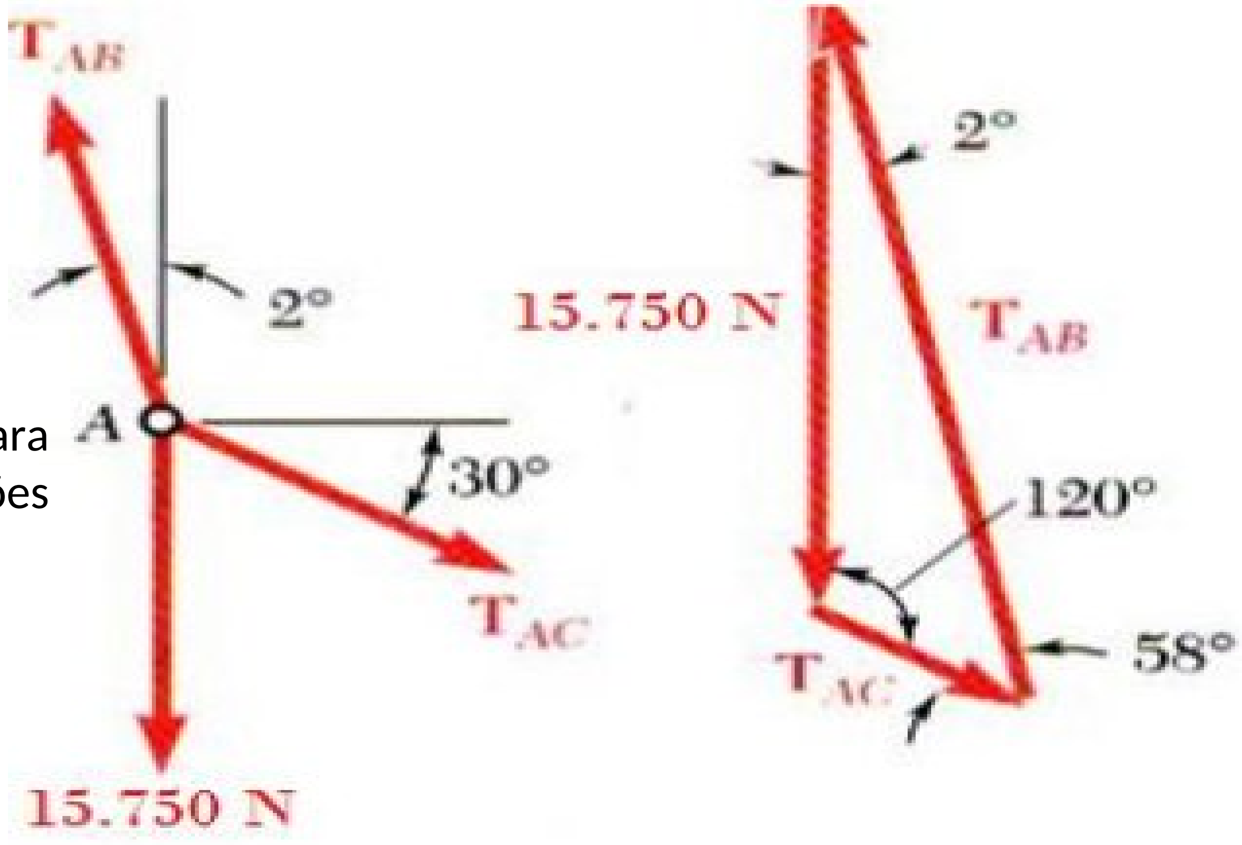
3) Calculamos as intensidades das forças desconhecidas.

$$\frac{\vec{T}_{AB}}{sin\,120^o} = \frac{\vec{T}_{AC}}{sin\,2^o} = \frac{15.750\ \mathrm{N}}{sin\,58^o}$$

$$\vec{T}_{AB} = 16.084\ N$$

$$\vec{T}_{AC} = 648\ N$$

Diagrama de corpo livre para a partícula A e as condições de equilíbrio.



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Diagramas de Corpo Livre (continuação...)

Deseja-se determinar a força de arrasto no casco de um novo barco a vela a uma dada velocidade. Um modelo é colocado em um canal de teste e são usados três cabos para alinhar sua proa com a linha de centro do canal. A uma dada velocidade, a tração é de 180 N no cabo AB e de 270 N no cabo AE.

Determine a força de arrasto exercida no casco e a tração no cabo AC.

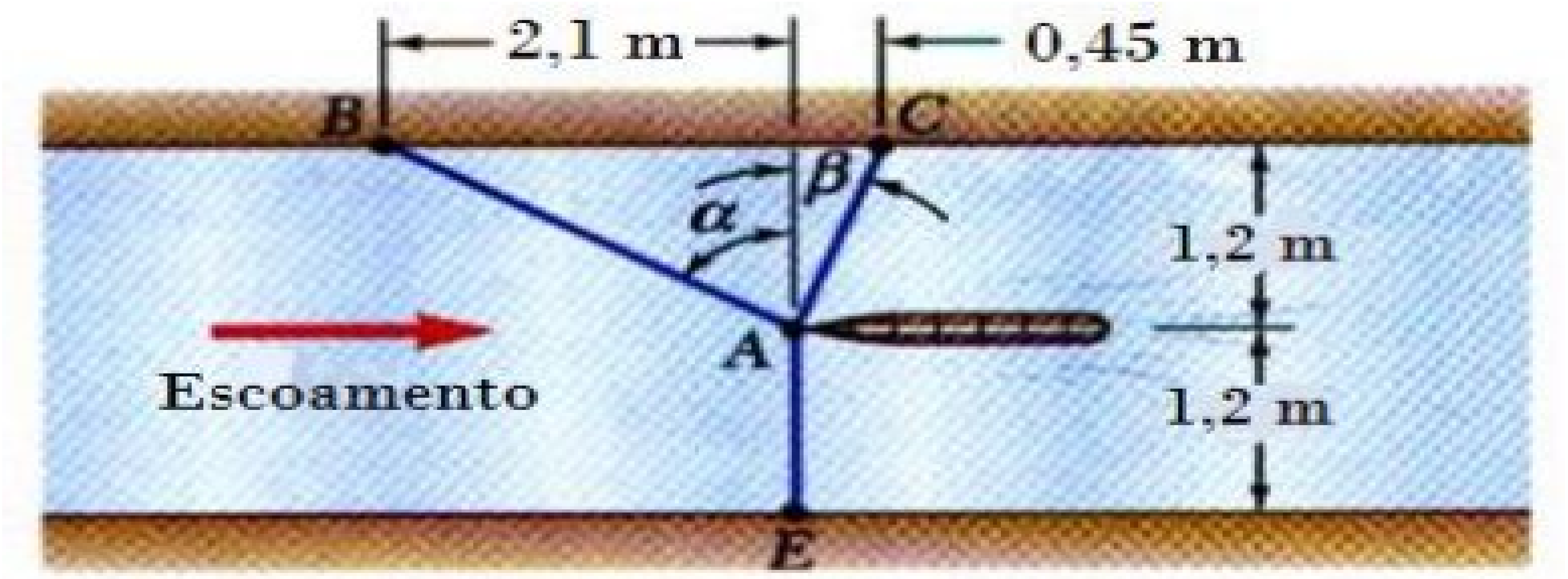


Ilustração do barco a vela em um canal de teste.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Diagramas de Corpo Livre (continuação...)
Solução:
1) Escolhendo o casco como um corpo livre, desenhamos o diagrama de corpo livre;
2) Expressamos as condições de equilíbrio para o casco escrevendo que a resultante de todas as forças é zero; e
3) Decompomos a equação vetorial de equilíbrio em duas equações para as componentes. Resolvemos para as trações desconhecidas nos dois cabos.

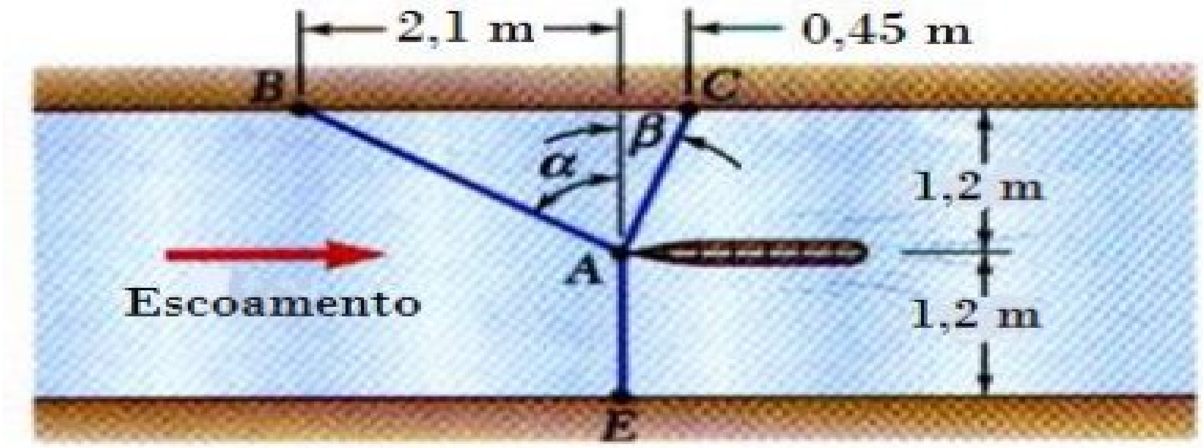


Ilustração do barco a vela em um canal de teste.

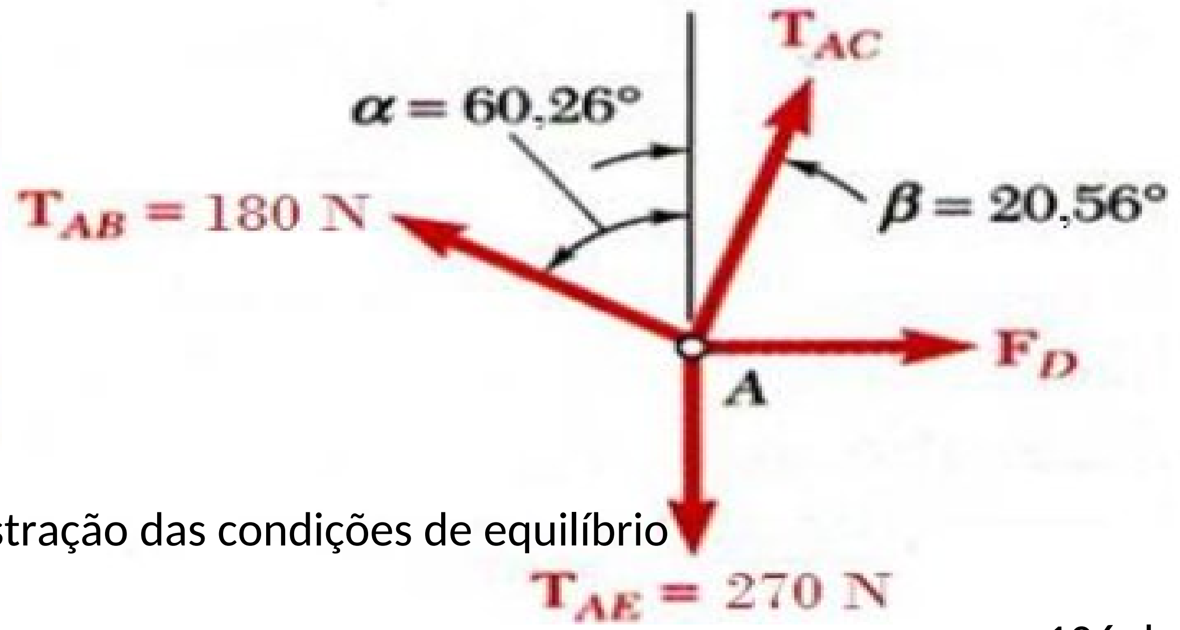


Ilustração das condições de equilíbrio

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Diagramas de Corpo Livre (continuação...)

Solução:

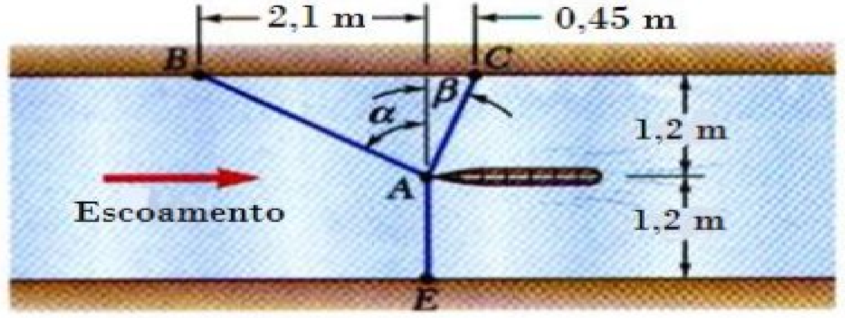


Ilustração do barco a vela em um canal de teste.

Desenhamos o diagrama de corpo livre, escolhendo o casco como um corpo livre.

$$\tan\alpha = \frac{2{,}1\ m}{1{,}2\ m} = 1{,}75 \qquad \tan\beta = \frac{0{,}45\ m}{1{,}2\ m} = 0{,}375$$

$$\alpha = 60{,}26° \qquad \beta = 20{,}56°$$

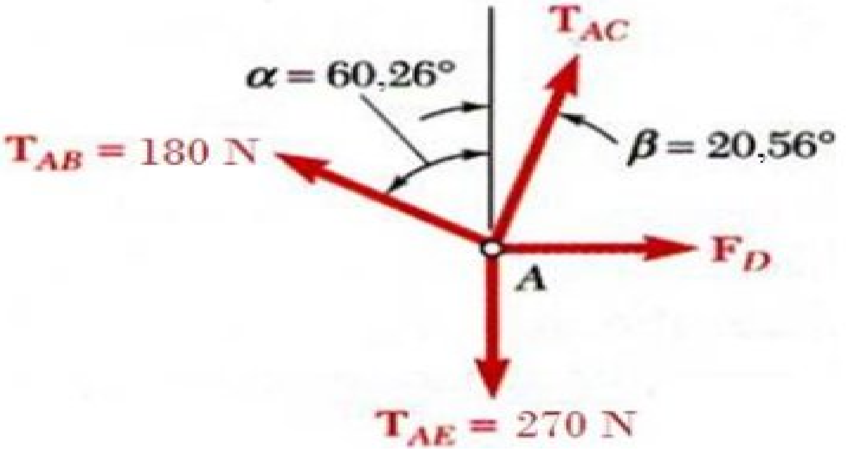


Ilustração das condições de equilíbrio

Expressamos as condições de equilíbrio para o casco escrevendo que a resultante de todas as forças é zero.

$$\vec{R} = \vec{T}_{AB} + \vec{T}_{AC} + \vec{T}_{AE} + \vec{F}_D$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Diagramas de Corpo Livre (continuação...)

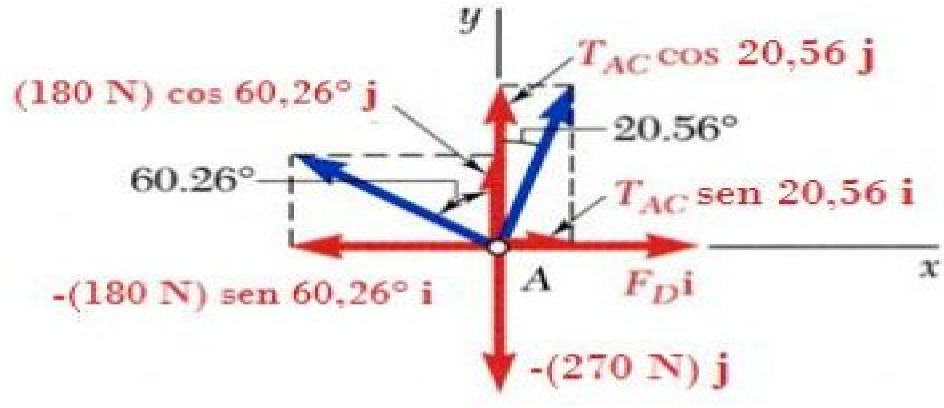
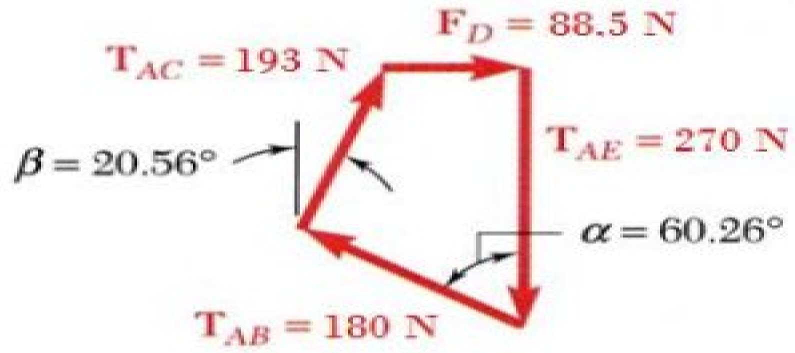


Ilustração da decomposição dos vetores Forças/Trações.



Solução:

Decompomos a equação vetorial de equilíbrio em duas equações para as componentes.

Resolvemos para as trações desconhecidas nos dois cabos.

$$\vec{T}_{AB} = -(180\ N)\, sin\, 60{,}26°\,\hat{\imath} + (180\ N)\, cos\, 60{,}26°\hat{\jmath}$$

$$\vec{T}_{AB} = -(156{,}29\ N)\hat{\imath} + (89{,}29\ N)\hat{\jmath}$$

$$\vec{T}_{AC} = T_{AC}\, sin\, 20{,}56°\,\hat{\imath} + T_{AC}\, cos\, 20{,}56°\hat{\jmath}$$

$$\vec{T}_{AC} = 0{,}3512 T_{AC}\hat{\imath} + 0{,}9363 T_{AC}\hat{\jmath}$$

$$\vec{T}_{AE} = -(270\ N)\hat{\jmath}$$

$$\vec{F}_D = F_D\hat{\imath}$$

$$\vec{R} = \vec{T}_{AB} + \vec{T}_{AC} + \vec{T}_{AE} + \vec{F}_D = 0$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Diagramas de Corpo Livre (continuação...)

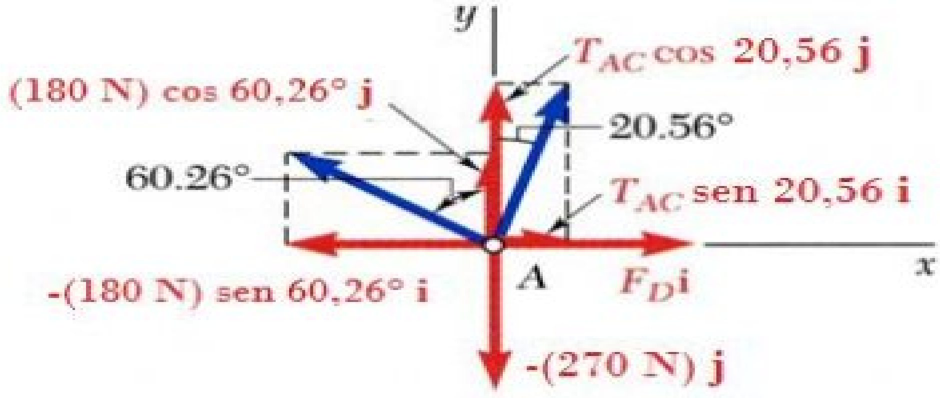
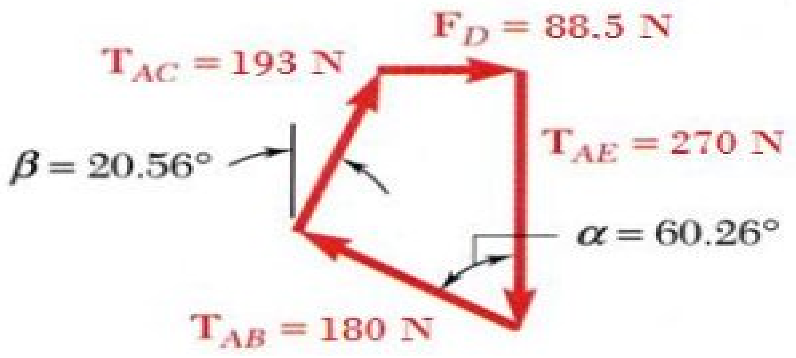


Ilustração da decomposição dos vetores Forças/Trações.



Solução:

Resolvendo para $\vec{R} = \vec{T}_{AB} + \vec{T}_{AC} + \vec{T}_{AE} + \vec{F}_D = 0$

$$\vec{R} = (-156{,}29\ N + 0{,}3512T_{AC} + F_D)\hat{\imath} + (89{,}29\ N + 0{,}9363T_{AC} - 270\ N)\hat{\jmath}$$

Esta equação só é satisfeita se cada componente da resultante é igual a zero.

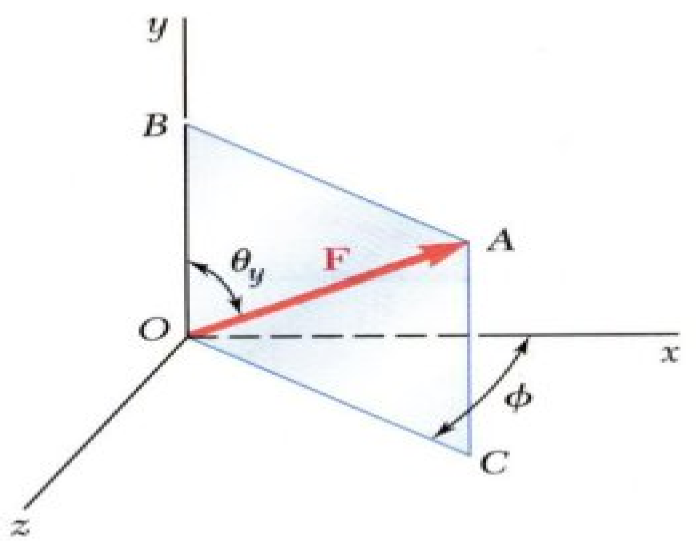
$$\left(\sum F_x = 0\right): -156{,}29\ N + 0{,}3512T_{AC} + F_D = 0$$
$$\left(\sum F_y = 0\right): 89{,}29\ N + 0{,}9363T_{AC} - 270\ N = 0$$

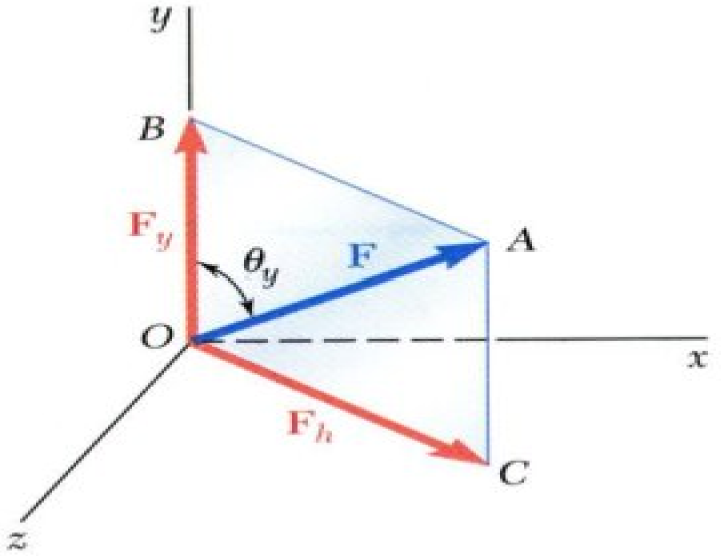
Logo, $T_{AC} = +193\ N$ e $F_D = +88{,}5N$

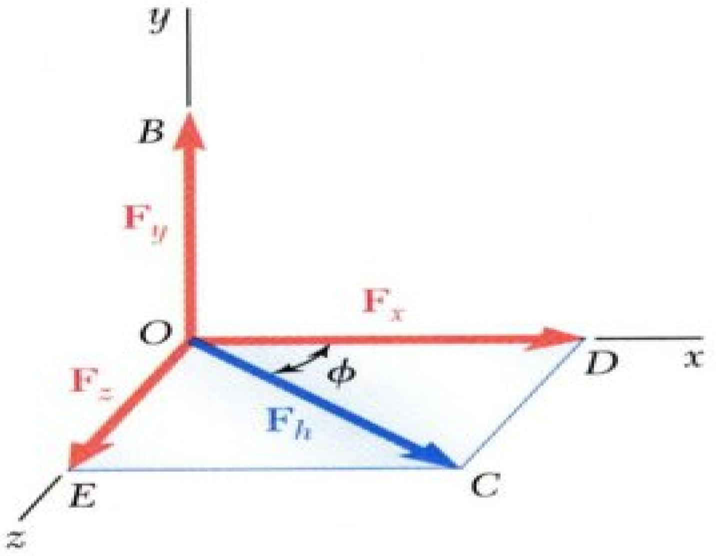
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Componentes Retangulares no Espaço

Ilustração das componentes retangulares no Espaço.







O vetor $\vec{F}$ está contido no plano OBAC.

Decompomos $\vec{F}$ em uma componente horizontal $(F_h = F\, sin\, \theta_y)$ e outra vertical $(F_y = F\, cos\, \theta_y)$.

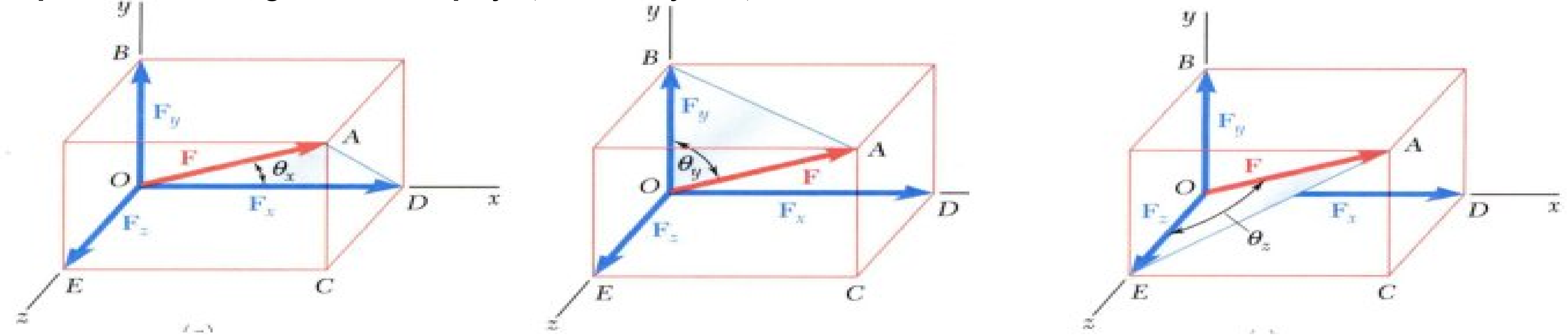
Decompomos F_h componentes retangulares:

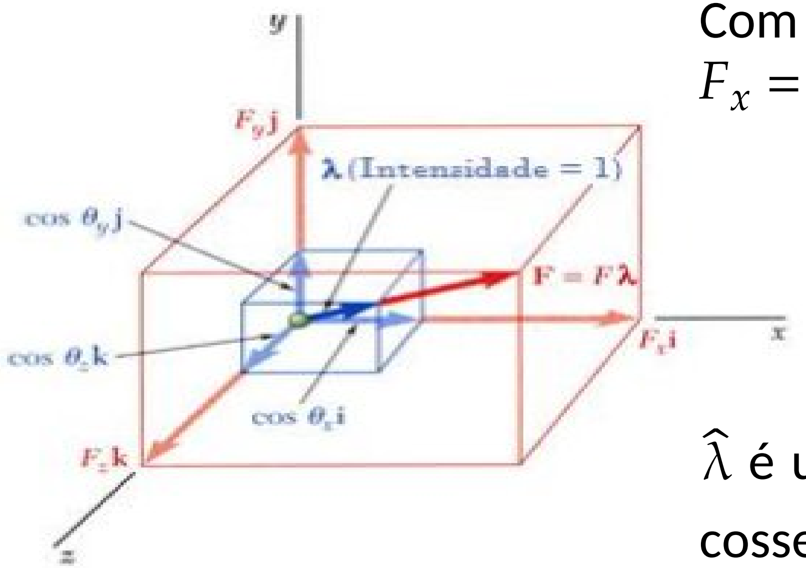
$$F_x = F_h\, cos\, \phi = F\, sin\, \theta_y\, cos\, \phi$$
$$F_z = F_h\, sin\, \phi = F\, sin\, \theta_y\, sin\, \phi$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Componentes Retangulares no Espaço (continuação...)





Com os ângulos entre F e os eixos x, y e z temos,

$F_x = F\,cos\,\theta_x \qquad F_y = F\,cos\,\theta_y \qquad F_z = F\,cos\,\theta_z$

$$\vec{\mathrm{F}} = F_x\hat{\imath} + F_y\hat{\jmath} + F_z\hat{\mathrm{k}}$$

$$\vec{\mathrm{F}} = F\,(cos\,\theta_x\hat{\imath} + cos\,\theta_y\hat{\jmath} + cos\,\theta_z\,\hat{\mathrm{k}})$$

$$\vec{\mathrm{F}} = \hat{\lambda}$$

$$\hat{\lambda} = cos\,\theta_x\hat{\imath} + cos\,\theta_y\hat{\jmath} + cos\,\theta_z\,\hat{\mathrm{k}}$$

$\hat{\lambda}$ é um vetor unitário ao longo da linha de ação de $\vec{\mathrm{F}}$ e $cos\,\theta_x$, $cos\,\theta_y$ e $cos\,\theta_z$ são cossenos que orientam a linha de ação de $\vec{\mathrm{F}}$.

Componentes Retangulares no Espaço (continuação...)

A direção de uma força é definida pelas coordenadas de dois pontos, $M(x_1,y_1,z_1)$ e $N(x_2,y_2,z_2)$ em sua linha de ação.

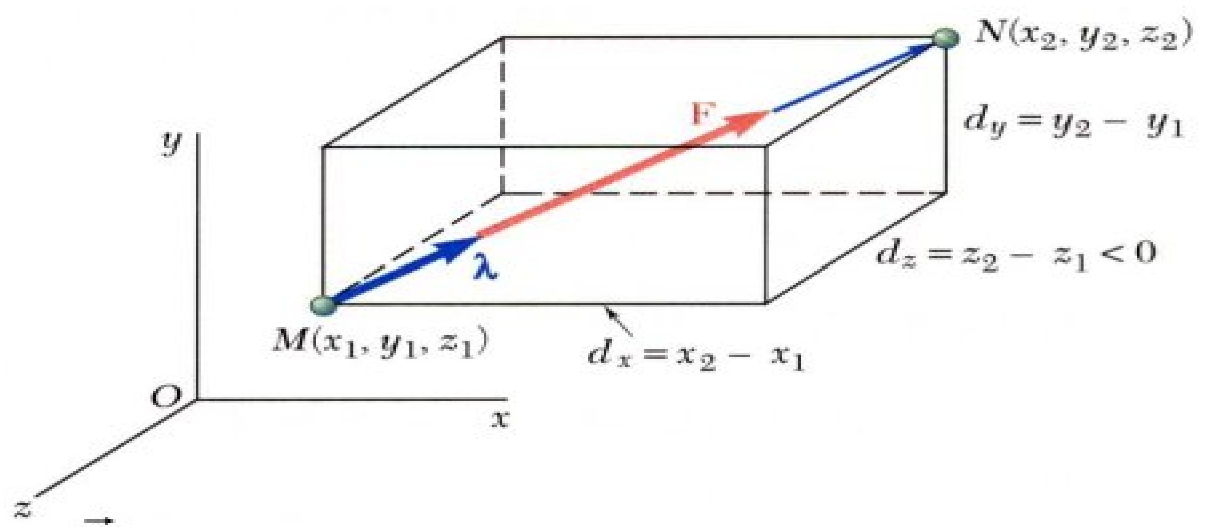
$\vec{d} = d_x\hat{\imath} + d_y\hat{\jmath} + d_z\hat{k}$ (vetor que liga *M* e *N*), em que $d_x = x_2 - x_1$, $d_y = y_2 - y_1$ e $d_z = z_2 - z_1$.

$$\vec{F} = F\hat{\lambda}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{d}(d_x\hat{\imath} + d_y\hat{\jmath} + d_z\hat{k})$$

$$F_x = \frac{Fd_x}{d} \qquad F_y = \frac{Fd_y}{d} \qquad F_z = \frac{Fd_z}{d}$$

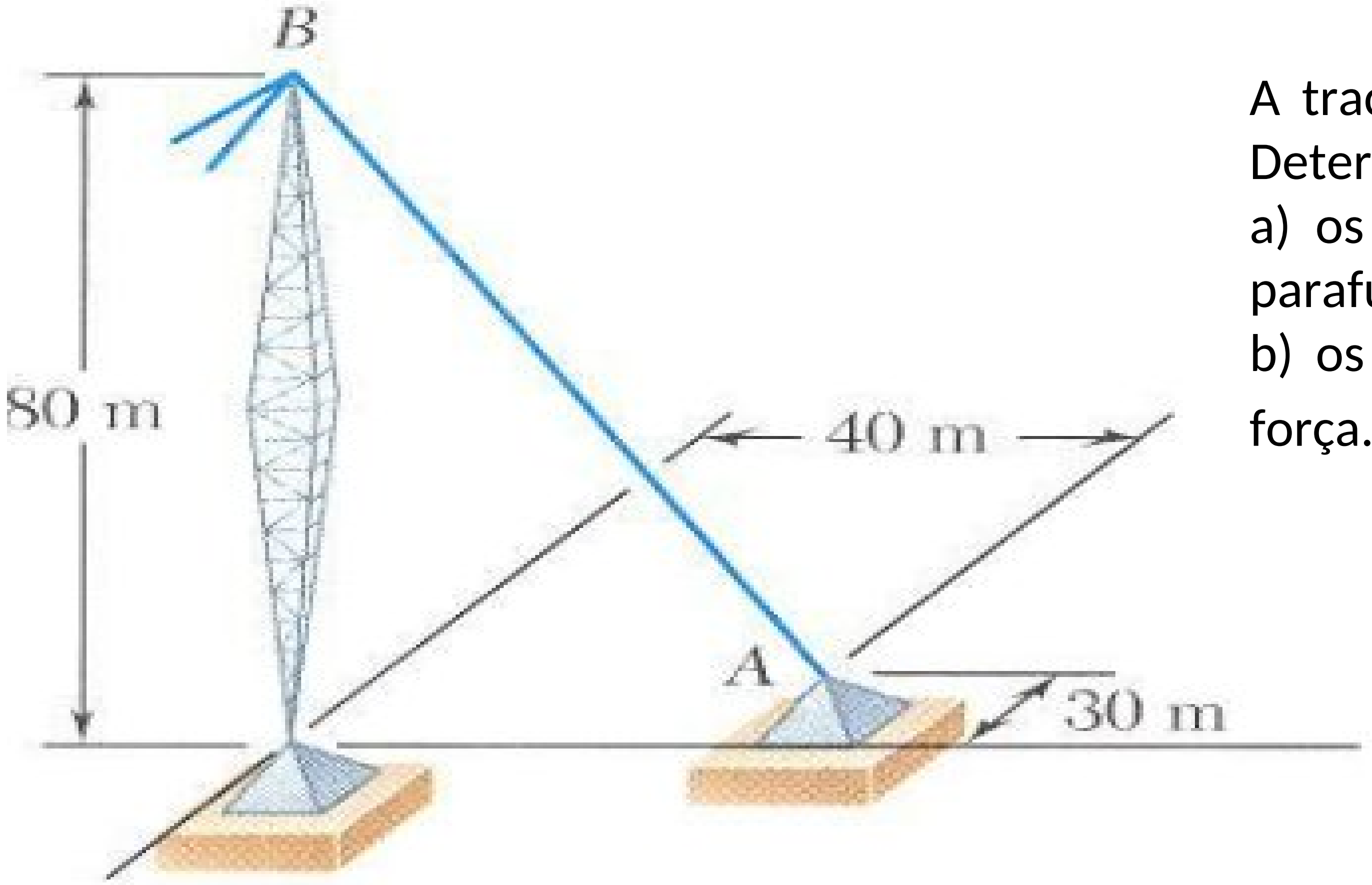
Direção de uma força definida pelas coordenadas de dois pontos.



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Componentes Retangulares no Espaço (continuação...)



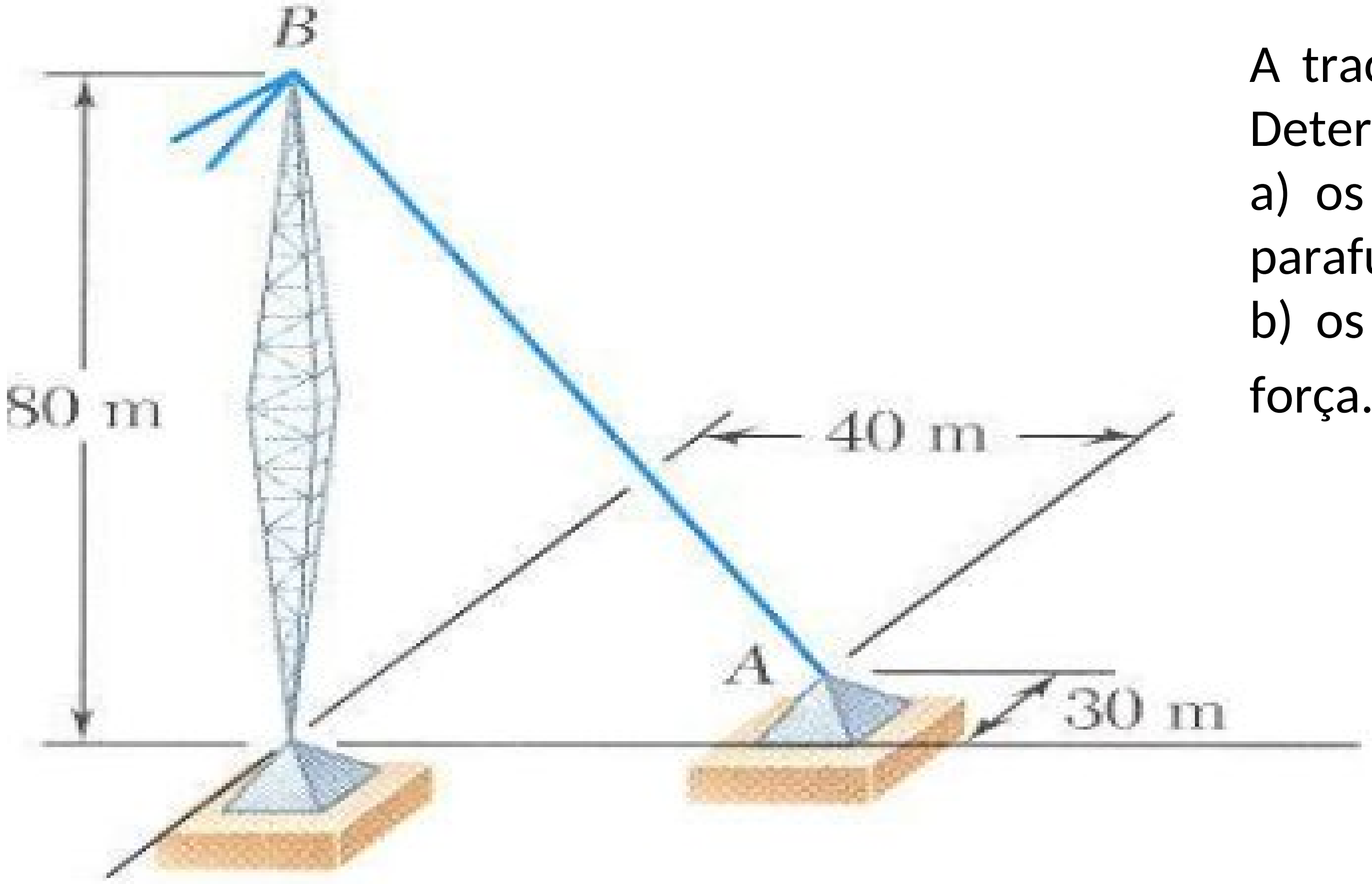
Problema resolvido sobre Mecânica Vetorial.

A tração no cabo de sustentação da torre é 2500 N. Determine:

a) os componentes F_x, F_y e F_z da força que atua no parafuso em A; e

b) os ângulos θ_x, θ_y e θ_z que definem a direção da força.

Componentes Retangulares no Espaço (continuação...)



Problema resolvido sobre Mecânica Vetorial.

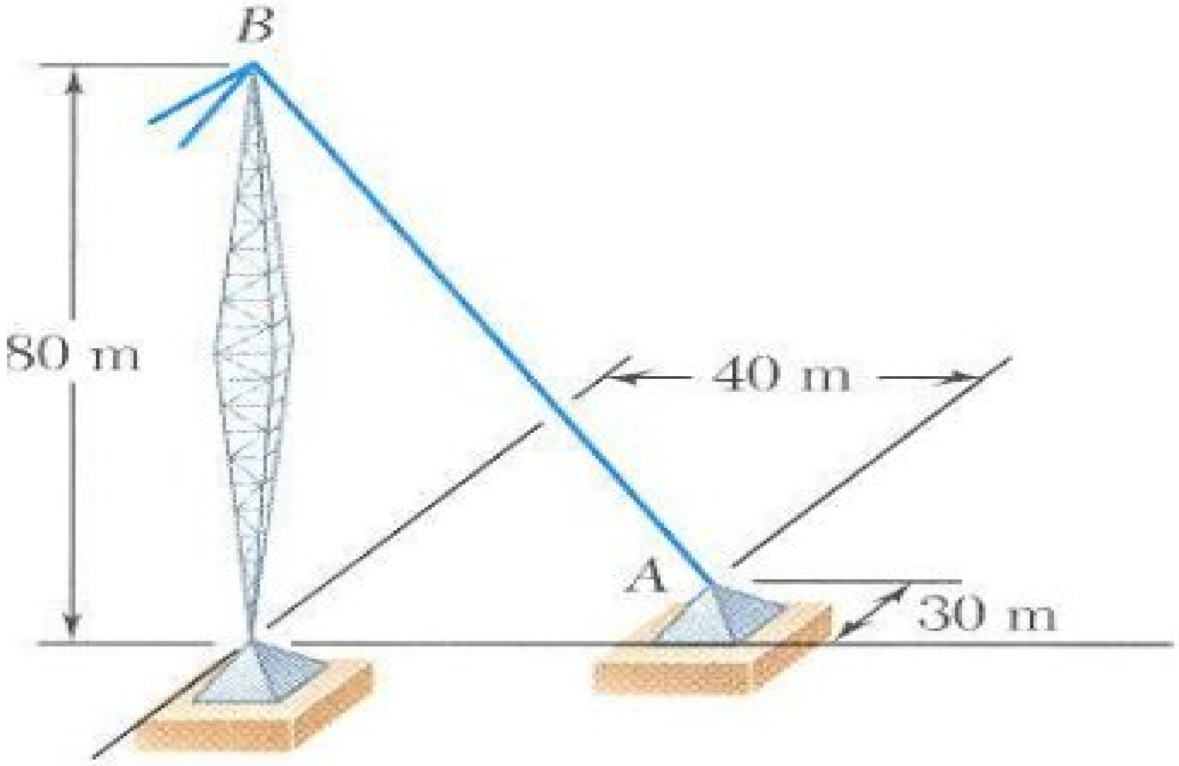
A tração no cabo de sustentação da torre é 2500 N. Determine:

a) os componentes F_x, F_y e F_z da força que atua no parafuso em A; e

b) os ângulos θ_x, θ_y e θ_z que definem a direção da força.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Componentes Retangulares no Espaço (continuação...)



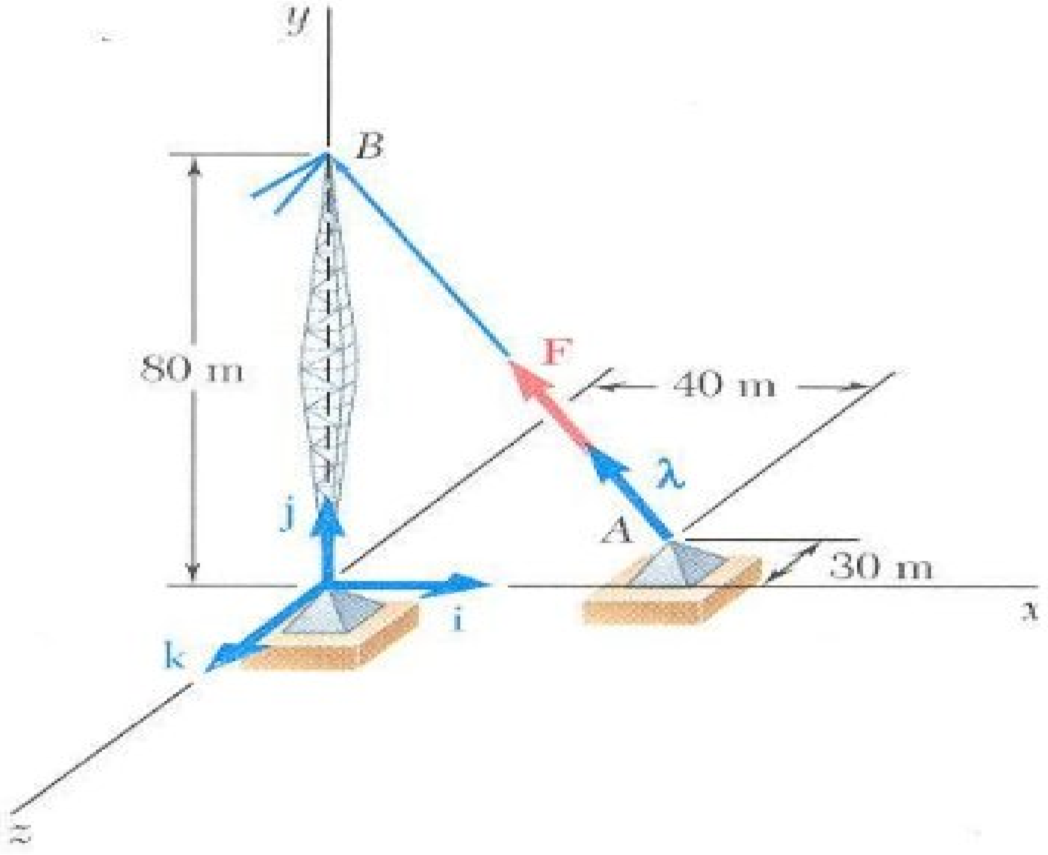
Problema resolvido sobre Mecânica Vetorial.

Solução:

1) Considerando a posição relativa dos pontos A e B, determinamos o vetor unitário orientado de A para B.
2) Utilizamos o vetor unitário para determinar os componentes da força atuando em A.
3) Observando que os componentes do vetor unitário são os cossenos que orientam a direção do vetor, calculamos os ângulos correspondentes.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Componentes Retangulares no Espaço (continuação...)



Desenho esquemático de atuação da força.

Solução:

1) Determinamos o vetor unitário orientado de A para B.

$$\overrightarrow{AB} = (-40\ m)\hat{\imath} + (80\ m)\hat{\jmath} + (30\ \mathrm{m})\hat{k}$$

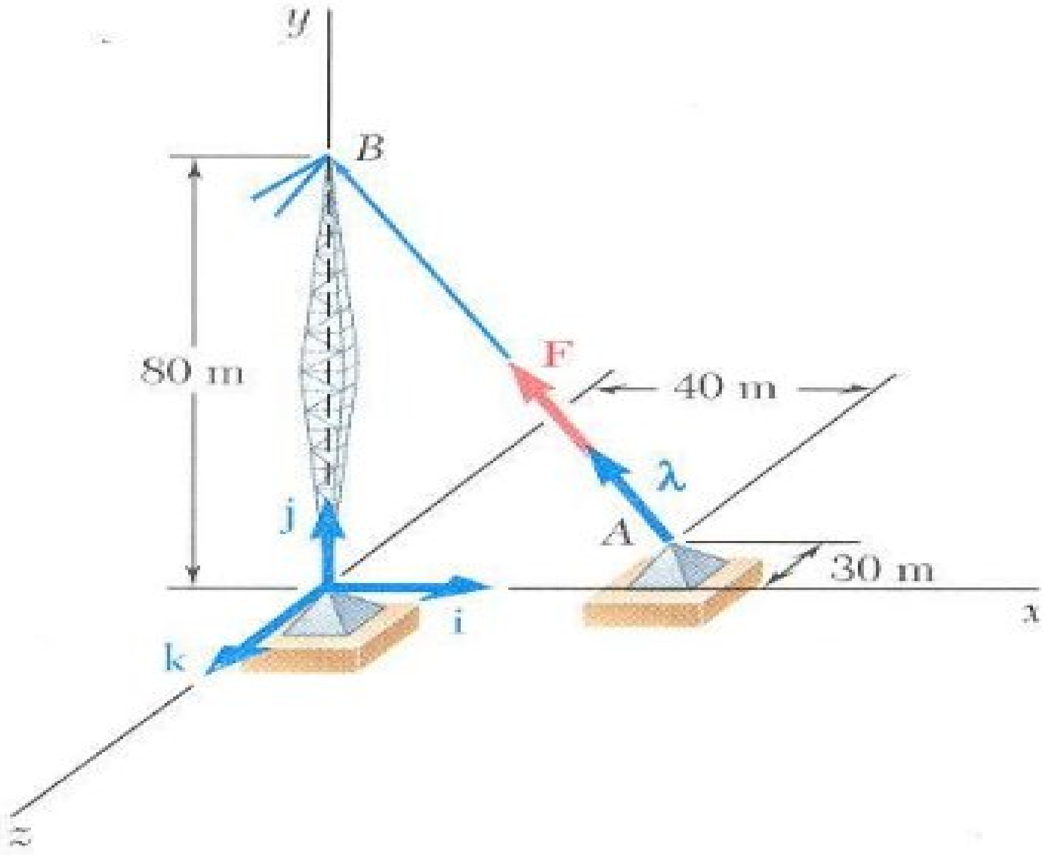
$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-40\ m)^2 + (80\ m)^2 + (30\ \mathrm{m})^2} = 94{,}3\ \mathrm{m}$$

$$\hat{\lambda} = \left(\frac{-40}{94{,}3}\right)\hat{\imath} + \left(\frac{80}{94{,}3}\right)\hat{\jmath} + \left(\frac{30}{94{,}3}\right)\hat{k}$$

$$\hat{\lambda} = -0{,}424\hat{\imath} + 0{,}848\hat{\jmath} + 0{,}318\hat{k}$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Componentes Retangulares no Espaço (continuação...)



Desenho esquemático de atuação da força.

Solução:

1) Determinamos os componentes da força.

$$\vec{F} = F\hat{\lambda}$$

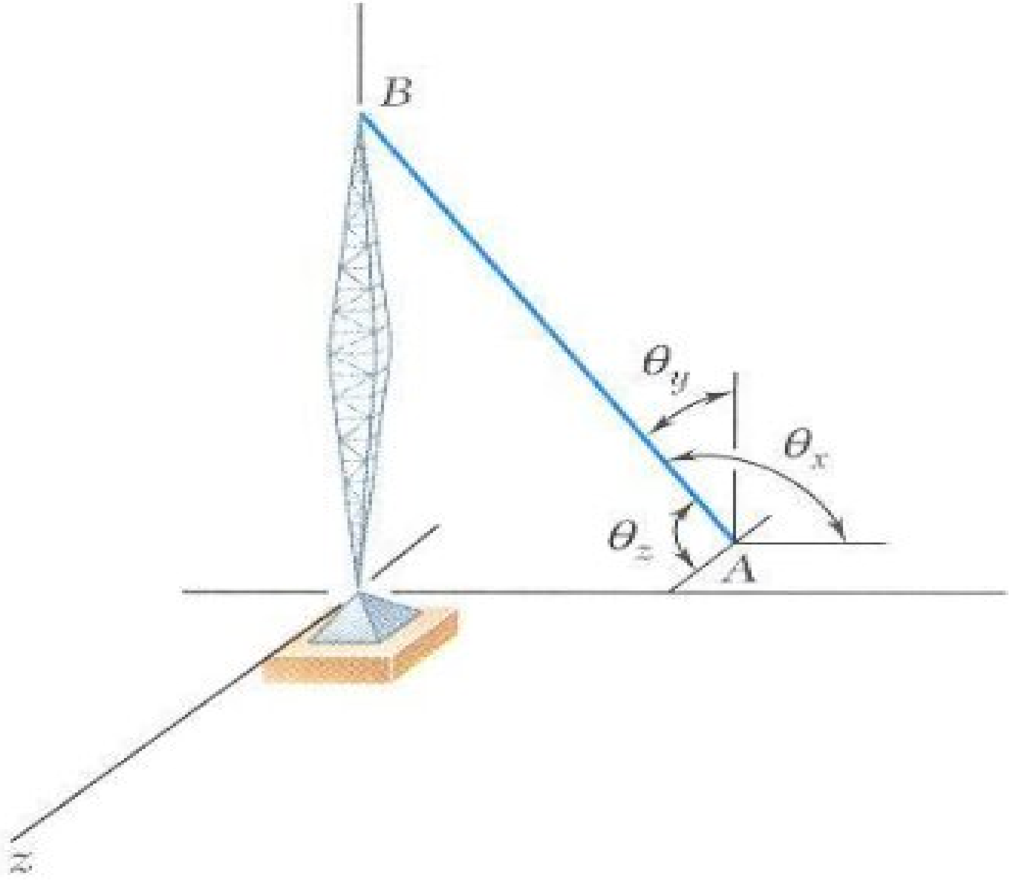
$$\vec{F} = (2500N)(-0{,}424\hat{\imath} + 0{,}848\hat{\jmath} + 0{,}318\hat{k})$$

$$\vec{F} = (-1060\ N)\hat{\imath} + (2120\ N)\hat{\jmath} + (795\ N)\hat{k}$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Diagrama de Corpo Livre (Exemplos)

Componentes Retangulares no Espaço (continuação...)



Cálculo dos cossenos que orientam a direção da força

Solução:

2) Observando que os componentes do vetor unitário são os cossenos que orientam a direção da força, calculamos os ângulos correspondentes.

$$\hat{\lambda} = cos\,\theta_x \hat{\imath} + cos\,\theta_y \hat{\jmath} + cos\,\theta_z \hat{k}$$

$$\hat{\lambda} = -0{,}424\hat{\imath} + 0{,}848\hat{\jmath} + 0{,}318\hat{k}$$

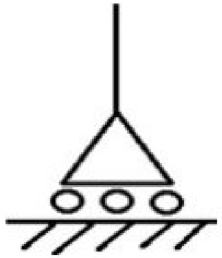
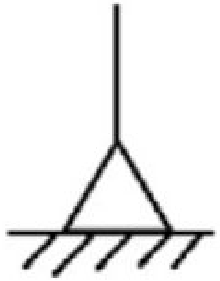
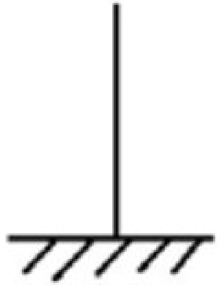
$$\theta_x = 115{,}1^o \qquad \theta_y = 32{,}0^o \qquad \theta_z = 71{,}5^o$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Representação Comum de Respostas das Estruturas

A análise de estrutura aplica uma simbologia abreviada para indicar os tipos de apoios possíveis, que suportam a estrutura ou com os quais ela se cruza espacialmente. Estas representações são comuns à estática básica, a forma mais "fácil" de compreender as reações envolvidas a cada tipo de apoio é identificar qual movimento ele não pode realizar (movimento restringido).

Ao lado exemplos de alguns tipos de apoio e suas representações.

Apoio-vínculo	Movimento restringido	Nº de incógnitas	Representativo de
	Reação na vertical	1	Rolete Balancim Superfície lisa
	Reação na vertical, Reação na horizontal	2	Articulação Superfície áspera
	Reação na vertical, Reação na horizontal, Momento (giro)	3	Engastamento ou apoio fixo

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Representação Comum de Respostas das Estruturas

Iremos agora conhecer outras formas de representar os tipos de apoio bem como verificar, de uma outra forma, o grau de restrição da estrutura, o que será importante no momento de determinar o grau de estaticidade da estrutura.

Apoio do 1º gênero

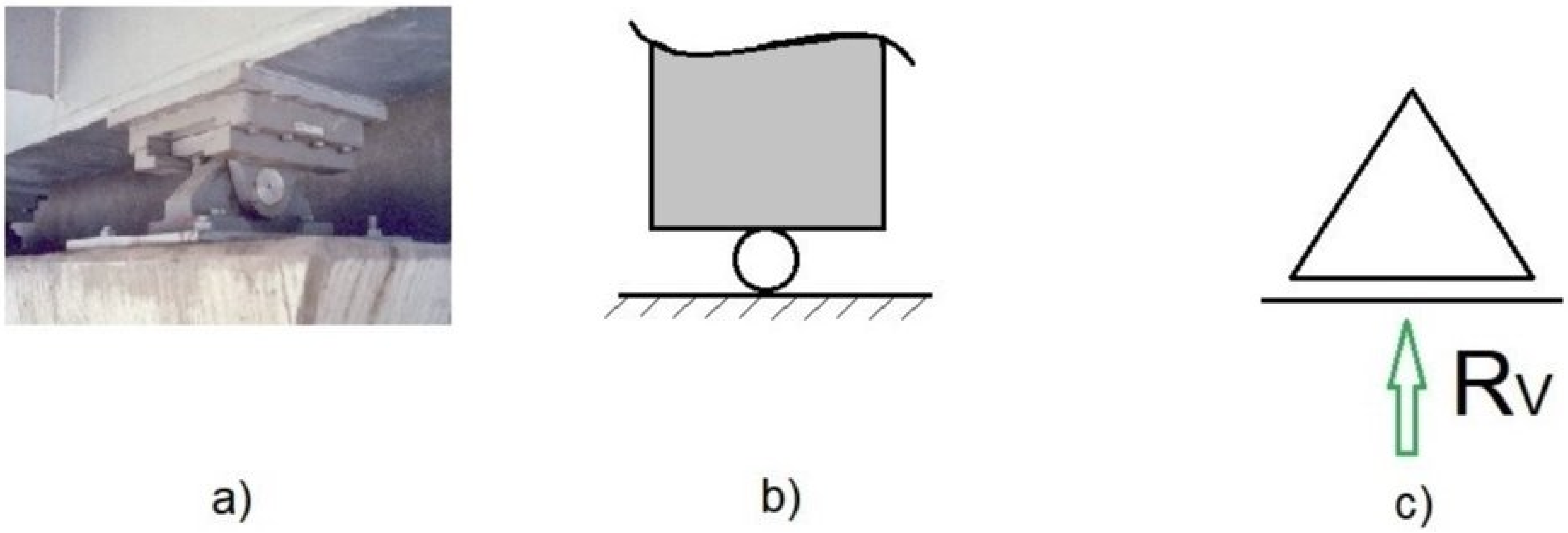
Ocorre quando se consegue restringir apenas o deslocamento vertical, mas permite o deslocamento horizontal e a livre rotação da estrutura. Portanto, possui apenas 01 reação de apoio na direção do deslocamento impedido, ou seja, na direção vertical e que chamaremos de R_V. Exemplo: quando temos a estrutura apoiada sobre um rolo lubrificado que impede apenas o deslocamento vertical.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Representação Comum de Respostas das Estruturas

Apoio do 1º gênero

Deslocamento vertical restrito, mas permite o deslocamento horizontal e a livre rotação da estrutura, logo possui apenas 01 reação de apoio na direção do deslocamento impedido, ou seja, na direção vertical (R_V).



Apoio do 1º gênero: situação real (a e b) e o símbolo usual (c).

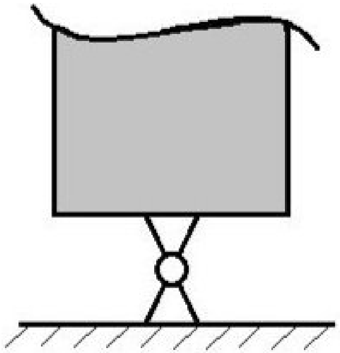
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Representação Comum de Respostas das Estruturas

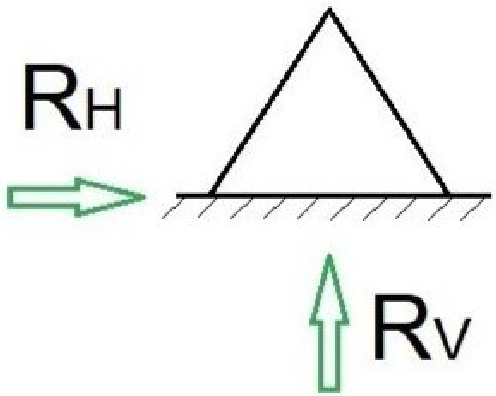
Apoio do 2º gênero

Ocorre quando se consegue restringir as translações horizontais e verticais, permitindo apenas a rotação da estrutura, logo possui 02 reações de apoio na direção dos deslocamentos impedidos e que chamaremos de R_V e R_H. Exemplo: quando tem-se a estrutura apoiada sobre uma chapa presa completamente ao plano-suporte, conforme mostra o esquema abaixo.

a)



b)



c)

Apoio do 2º gênero: situação real (a e b) e o símbolo usual (c).

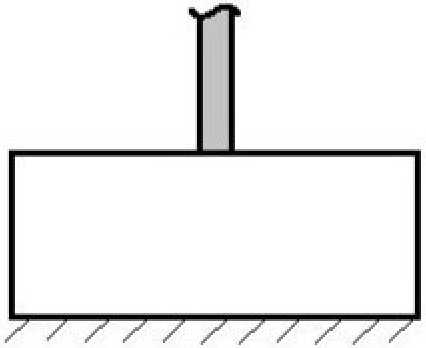
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Representação Comum de Respostas das Estruturas

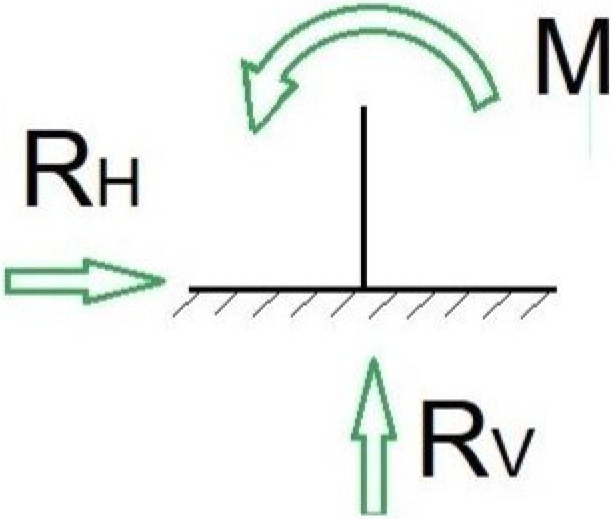
Apoio do 3º gênero

Também chamado de engaste e ocorre quando se consegue restringir todos os movimentos possíveis da estrutura, ou seja, as translações horizontais e verticais e a rotação. Portanto, possui 3 reações de apoio na direção dos 03 movimentos impedidos, que chamaremos de R_H, R_V e M. Exemplo: Ancoragem de um elemento estrutural em outro de elevada rigidez, conforme mostra o esquema abaixo.

a)



b)



c)

Apoio do 3º gênero: situação real (a e b) e o símbolo usual (c).

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

Condições de equilíbrio estático

Antes de estudarmos estruturas hipoestáticas, isostáticas e hiperestáticas, isto é, os conceitos fundamentais da análise estrutural, que se referem ao grau de estaticidade de uma estrutura — ou seja, se as equações da estática são suficientes para determinar todas as reações de apoio, precisamos entender que uma estrutura precisa atender a 02 condições de equilíbrio estático:

1ª) Uma estrutura está em equilíbrio quando a soma de todas as forças que atuam sobre ela é zero, ou seja, as forças devem se anular.

2ª) A soma dos momentos (ou torque) em relação a um ponto qualquer dessa estrutura também seja zero.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

Para que o corpo esteja em equilíbrio estável, ele precisa estar adequadamente apoiado (restringido), pois os apoios impedem movimentos indesejados (translação ou rotação). E para a estabilidade, o apoio deve garantir que, após uma perturbação, a linha de ação da força peso (que passa pelo Centro de Gravidade) caia dentro da base de apoio.

Exemplos:

- **Uma mesa:** As pernas são os apoios. Eles restringem o movimento e mantêm o tampo em equilíbrio estável.
- **Um cone:** Se estiver apoiado pela base (ampla restrição), é estável. Se tentarmos apoiá-lo pela ponta, o apoio é inadequado e ele cai (instável).

Em resumo: Apoio adequado = Restrição de liberdade de movimento = Equilíbrio estável.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

Estrutura Isostática

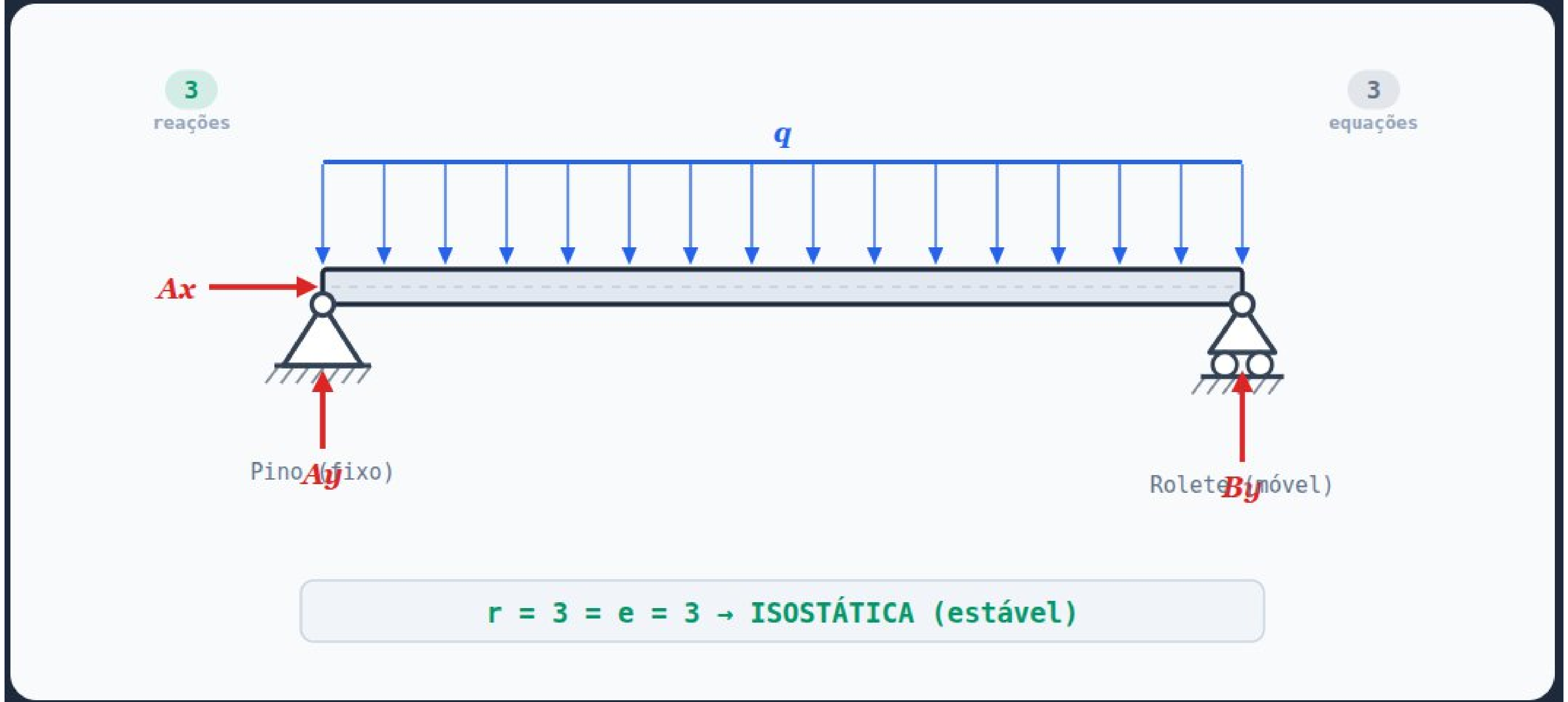
Quando as equações da estática são suficientes para determinar todas as reações de apoio (Ex: número de incógnitas = número de equações de equilíbrio). Em outras palavras, é um sistema estrutural estável onde o número de reações de apoio (incógnitas) é rigorosamente igual ao número de equações de equilíbrio da estática ($\sum \vec{\mathrm{F}}_x = 0\ \mathrm{N}$, $\sum \vec{\mathrm{F}}_y = 0\ \mathrm{N}$, $\sum \vec{\mathrm{F}}_z = 0\ \mathrm{N}$, $\sum \overrightarrow{M}_x = 0\ \mathrm{N{\cdot}m}$, $\sum \overrightarrow{M}_y = 0\ \mathrm{N{\cdot}m}$ e $\sum \overrightarrow{M}_z = 0\ \mathrm{N{\cdot}m}$).

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

✓ Isostática

ESTÁVEL (determinada)



FÓRMULA $g = r - e = 0$ onde g = grau de estaticidade

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

O QUE SIGNIFICA?

A estrutura possui exatamente o número mínimo de vínculos necessários para garantir equilíbrio. Todas as reações podem ser calculadas apenas com as equações da estática.

EXEMPLO ILUSTRADO ACIMA

Viga biapoiada clássica: apoio fixo (pino) à esquerda fornecendo 2 reações (Ax, Ay) e apoio móvel (rolete) à direita fornecendo 1 reação (By). Total: 3 incógnitas = 3 equações.

PONTO-CHAVE

São as mais simples de analisar. Não precisam de métodos avançados (compatibilidade de deformações). Se um apoio cede, a estrutura colapsa — não há redundância.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

Estrutura Hiperestática

Quando existem vínculos superabundantes. Há mais incógnitas de reação do que equações da estática disponíveis (exigindo métodos de deformação e compatibilidade geométrica para resolver). Isto é, são sistemas de engenharia com mais reações de apoio ou vínculos internos do que o necessário para o equilíbrio estático, tornando-as estaticamente indeterminadas. Elas exigem métodos avançados (como método das forças ou deslocamentos) para cálculo, apresentando maior rigidez, segurança e capacidade de redistribuição de esforços.

Vantagens: Apresentam menores deformações (flechas) e maior resistência se comparadas às isostáticas. Se um suporte falhar, a carga pode ser redistribuída para os demais membros.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

Estrutura Hiperestática

Exemplos: Vigas contínuas (apoiadas em vários pilares), vigas engastadas nas extremidades, arcos, e pórticos fechados.

Métodos de Resolução: Utilizam o Método das Forças (variável é o esforço) ou Método dos Deslocamentos (variável é a deformação).

Hiperestaticidade: O número de reações excedentes define o grau da estrutura (g = r - e), onde R são as reações e E as equações de equilíbrio.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

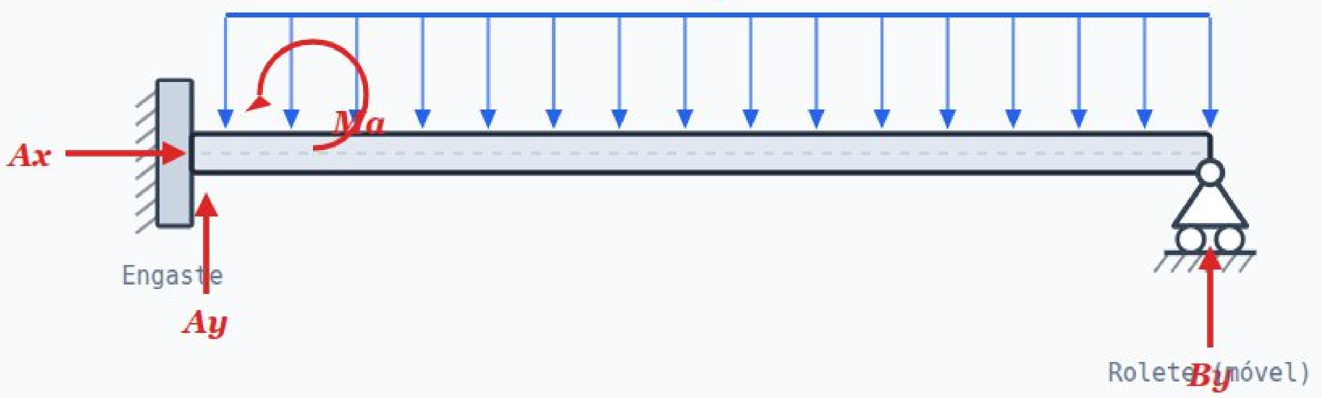
Restrições e Determinação Estática

🔒 **Hiperestática**

ESTÁVEL (indeterminada)

4 reações

3 equações



r = 4 > e = 3 → HIPERESTÁTICA (g.h. = 1)

FÓRMULA $g = r - e > 0$ onde g = grau de estaticidade

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

O QUE SIGNIFICA?

A estrutura possui mais vínculos do que o estritamente necessário. As equações da estática sozinhas NÃO bastam para resolver todas as reações — são necessários métodos adicionais baseados em compatibilidade de deformações.

EXEMPLO ILUSTRADO ACIMA

Viga com engaste à esquerda (3 reações: Ax, Ay, Ma) e apoio de rolete à direita (1 reação: By). Total: 4 incógnitas, mas apenas 3 equações. Grau de hiperestaticidade = 1.

PONTO-CHAVE

Têm redundância estrutural — se um apoio falha, a estrutura pode redistribuir esforços. É o caso da maioria das estruturas reais (edifícios, pontes, pórticos).

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

Fixação Imprópria (Hipostática)

O corpo tem apoios insuficientes ou arranjados de forma que não evitam o movimento. Em outras palavras, uma estrutura hipostática é mecanicamente instável. Ela possui mais "graus de liberdade" (possibilidades de mover-se) do que "restrições" (apoios). Portanto, ela não se comporta como uma estrutura sólida, mas sim como um mecanismo (se move sob carga) ou se desestabiliza totalmente.

Características

Instabilidade: Sob carga, o sistema sai do lugar, rota ou deforma excessivamente, não mantendo o equilíbrio.

Insuficiência de Vínculos: O número de reações de apoio é menor que 03 (em um plano 2D: horizontal, vertical e rotação).

Equilíbrio Apenas Especial: parece equilibrada em repouso (sem cargas aplicadas), mas torna-se instável assim que uma força é aplicada.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

Exemplos Clássicos

- **Viga com dois apoios móveis (1º gênero):** Se você tem uma viga apoiada em dois roletes, ela está presa verticalmente, mas não há restrição horizontal. Uma força horizontal simples fará a viga deslizar. É hipostática.
- **Uma barra apoiada em apenas um ponto:** A barra pode girar livremente em torno desse ponto.

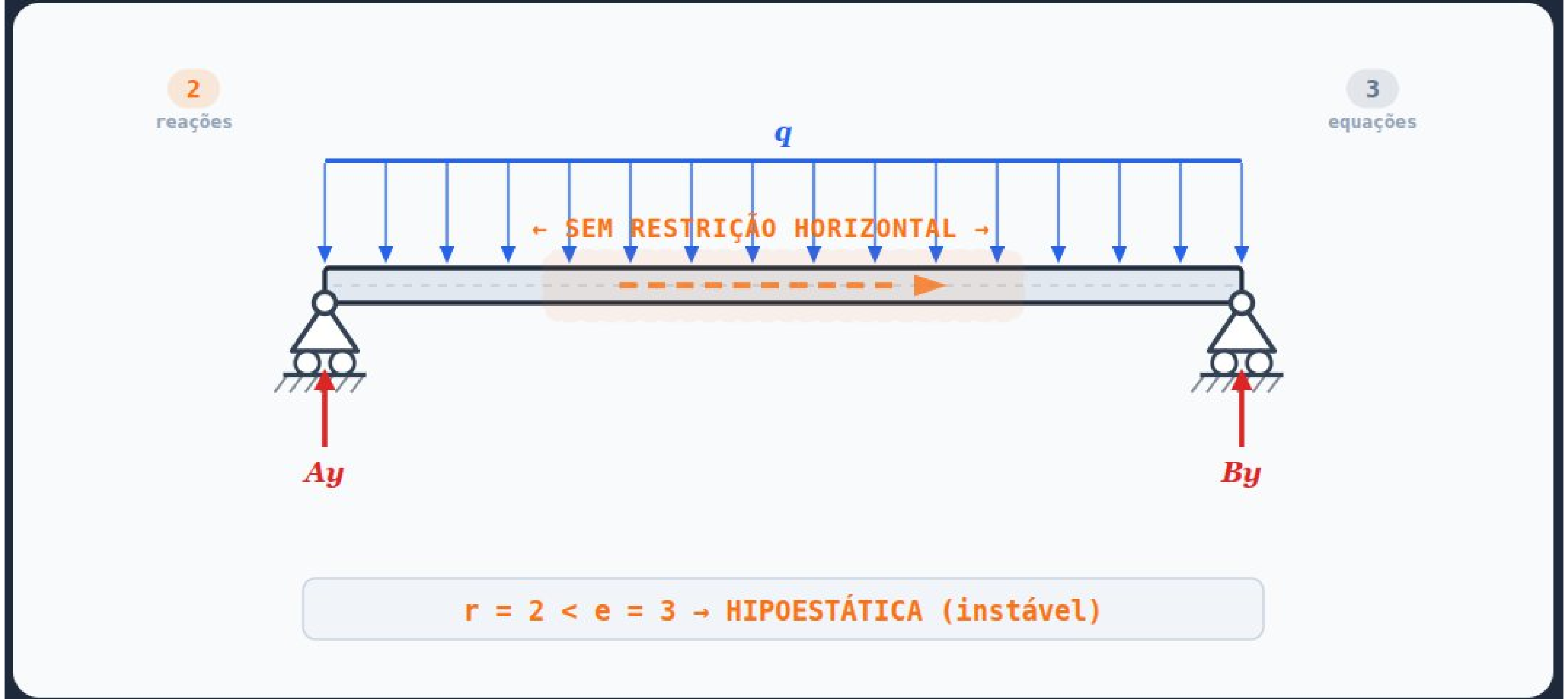
Consequências na Mecânica

- **Incapacidade de Resistir a Esforços:** O sistema falha em manter a integridade geométrica.
- **Não aplicabilidade da Estática Tradicional:** As equações de equilíbrio ($\sum \vec{\mathrm{F}}_x = 0\ \mathrm{N}$, $\sum \vec{\mathrm{F}}_y = 0\ \mathrm{N}$, $\sum \vec{\mathrm{F}}_z = 0\ \mathrm{N}$, $\sum \overrightarrow{M}_x = 0\ \mathrm{N{\cdot}m}$, $\sum \overrightarrow{M}_y = 0\ \mathrm{N{\cdot}m}$ e $\sum \overrightarrow{M}_z = 0\ \mathrm{N{\cdot}m}$) não conseguem resolver o sistema, porque as incógnitas (reações) são menos numerosas que as equações disponíveis.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

⚠ **Hipoestática** INSTÁVEL



FÓRMULA $g = r - e < 0$ onde g = grau de estaticidade

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

O QUE SIGNIFICA?

A estrutura possui vínculos insuficientes para impedir todos os movimentos possíveis. Faltam restrições, logo ela pode se mover — é um mecanismo.

EXEMPLO ILUSTRADO ACIMA

Viga apoiada sobre dois apoios de rolete: ambos só impedem deslocamento vertical, mas nenhum impede o deslocamento horizontal. A viga desliza livremente.

PONTO-CHAVE

Na prática, estruturas hipoestáticas não são usadas porque entram em colapso ou se deslocam. É uma situação de projeto a ser evitada.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

Resumo Comparativo

CRITÉRIO	HIPOESTÁTICA	ISOSTÁTICA	HIPERESTÁTICA
Condição	`r < e`	`r = e`	`r > e`
Estabilidade	❌ Instável	✅ Estável	✅ Estável
Resolução	Impossível	Estática pura	Estática + deformações
Redundância	Nenhuma	Nenhuma	Sim (segurança extra)
Uso prático	Evitar!	Pontes simples, treliças	Edifícios, pontes, pórticos

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Restrições e Determinação Estática

Classificação Estática de Estruturas

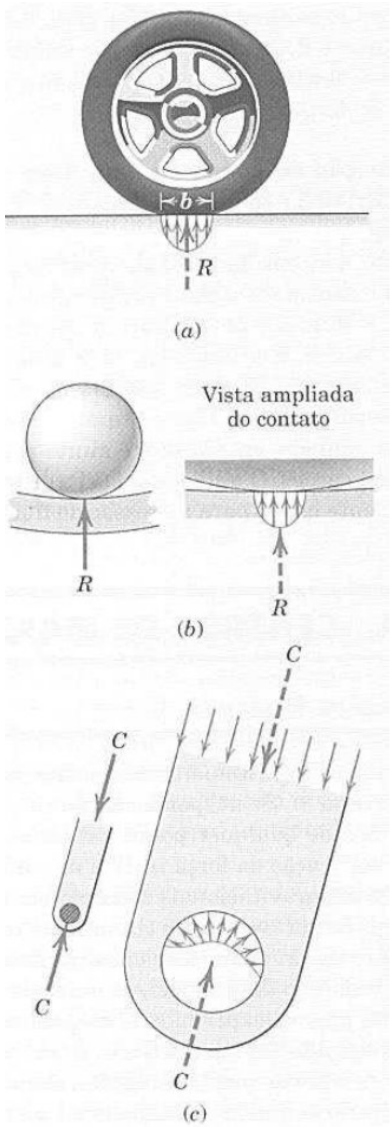
Sendo rigoroso com a lógica: um ponto que muitos ignoram é a condição $r \geq e$ que é necessária, mas não suficiente. É possível ter 03 reações e a estrutura ainda ser instável se os vínculos estiverem mal posicionados (por exemplo, 03 reações todas verticais e paralelas não impedem deslocamento horizontal). Então a classificação exige também análise da disposição geométrica dos apoios, não apenas contagem numérica.

⚠ Atenção: $r \geq e$ é condição **necessária**, mas não **suficiente** para estabilidade.
Apoios mal posicionados (ex: 3 reações paralelas) podem tornar a estrutura hipoestática mesmo com $r = e$.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Força distribuída é uma carga aplicada sobre uma área ou comprimento (ex: pressão, peso próprio, vento), em vez de em um único ponto. Ela é modelada pela intensidade $q(x)$ (força/unidade de comprimento ou área), sendo frequentemente simplificada para uma força resultante equivalente aplicada no centroide da área do carregamento (retangular, triangular) para cálculo de reações.



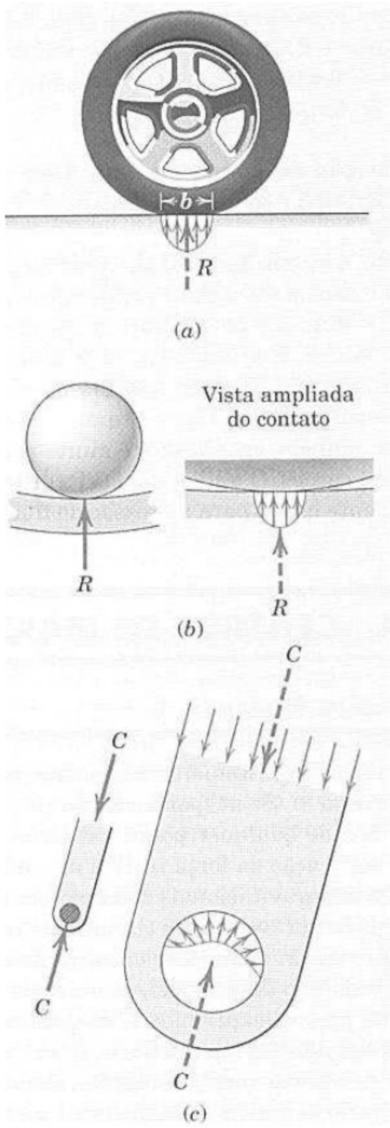
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Principais Conceitos:

Representação: Geralmente visualizada como vetores unidos no topo, indicando carga por unidade de comprimento (N/m) ou área (N/m^2 ou *Pa*).

Para encontrar as reações de apoio, a carga distribuída é substituída por uma carga concentrada equivalente ($\vec{F}_R$) igual à área da distribuição, aplicada no centroide da forma.



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Principais Conceitos:

Fórmula: A carga distribuída é substituída por uma carga concentrada equivalente ($\vec{\mathrm{F}}_R$) igual à área da distribuição, aplicada no centroide da forma. Isto é,

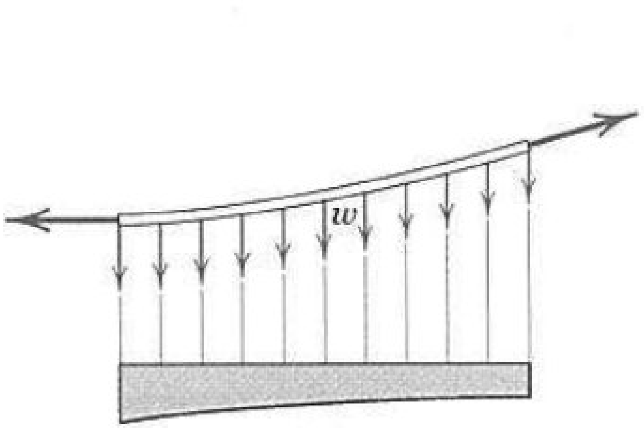
$$\vec{\mathrm{F}}_R = \int q(x)dx$$

Exemplos Comuns:

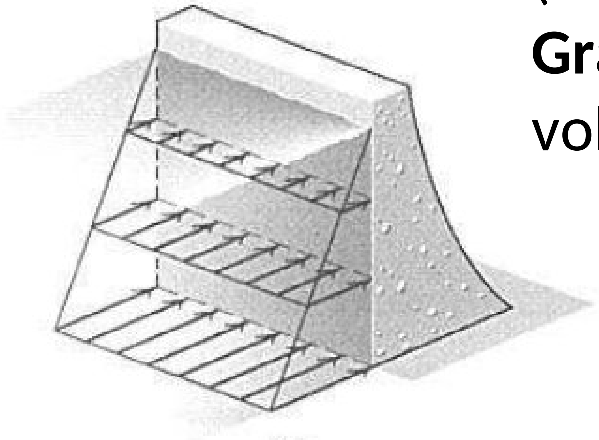
Peso próprio: Vigas ou lajes.

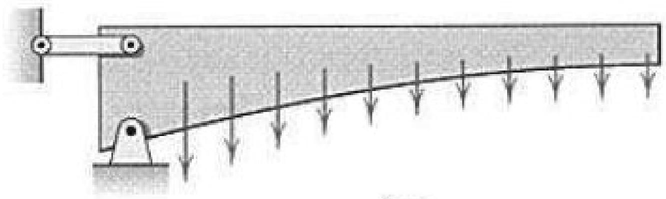
Pressão: Água contra uma barragem (carga superficial).

Gravidade: Força atuando em todo o volume de um objeto.



(a)


(b)


(c)

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Recapitulando...

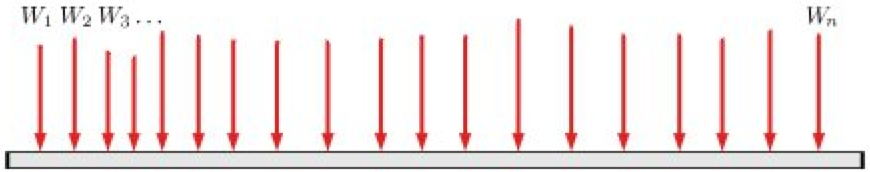
Cargas distribuídas são forças que se espalham ao longo de um comprimento, área ou volume. A maioria das cargas são distribuídas, incluindo o peso dos materiais de construção e a força do vento, da água ou da terra que atuam sobre uma superfície. Pressão, carga, densidade de peso e tensão são nomes comumente usados para cargas distribuídas. Uma carga distribuída é representada por uma série de vetores de força unidos na parte superior, designados por $w(x)$ para indicar que a carga distribuída é em função de x.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

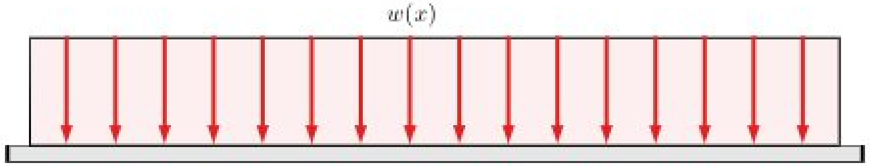
Forças Distribuídas

Por exemplo: uma estante de livros, a qual podemos tratar como uma coleção de forças individuais, é mais comum e conveniente representar o peso dos livros como uma carga uniformemente distribuída. Uma carga uniformemente distribuída é uma carga que tem o mesmo valor em todos os pontos, ou seja, $w(x) = C$, uma constante.

(a) Uma estante de livros com pesos variados.



(b) Cada livro representado por um peso individual



(c) Todos os livros representados como uma carga distribuída.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Podemos usar ferramentas computacionais para lidar com cargas distribuídas, desde que primeiro as convertamos em forças pontuais equivalentes. Essa equivalência deve ser a resultante da carga distribuída. A força resultante tem o mesmo efeito externo sobre o objeto que o sistema de forças original.

Para ser equivalente, a força pontual deve ter:

- Magnitude igual à área ou ao volume sob a função de carga distribuída.
- Linha de ação que passa pelo centroide da distribuição de carga distribuída.

Verificaremos como encontrar a magnitude e a localização da força pontual equivalente para uma carga distribuída.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Magnitude Equivalente

A magnitude da carga distribuída dos livros é o peso total dos livros dividido pelo comprimento da prateleira.

$$w(x) = \frac{\sum W_i}{l}$$

Representa o peso médio dos livros por unidade de comprimento. Da mesma forma, o peso total dos livros é igual ao valor da carga distribuída multiplicado pelo comprimento da estante ou

$$W = w(x) \cdot l$$

$$peso\ total = \frac{peso}{comprimento} \times comprimento\ da\ prateleira$$

Essa carga total é simplesmente a área sob a curva $w(x)$ e tem unidades de força. Se a função de carregamento não for uniforme, a integração pode ser necessária para encontrar a área.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Magnitude Equivalente - Exemplo

Um livro de bolso comum possui 3,0 cm de espessura e pesa aproximadamente 3N. Para uma prateleira cheira de livros e de 6 m, qual o peso total dos livros de bolso?

Solução:

O peso de um livro de bolso dividido por sua espessura é a intensidade de carga $w(x)$, então

$$w(x) = {}^{3N}\!/_{3cm} = 100N/m$$

O peso total é a área sob o diagrama de intensidade de carga, que neste caso é um retângulo. Portanto, 6 m de estante coberta de livros de bolso teria que suportar

$$W = w(x) \cdot l = \left({}^{100N}\!/_{m}\right)(6\ m) = 600N$$

A linha de ação dessa carga equivalente passa pelo centroide do carregamento retangular, portanto ela atua em $x = 3m$.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Magnitude Equivalente - Exemplo

Solução:

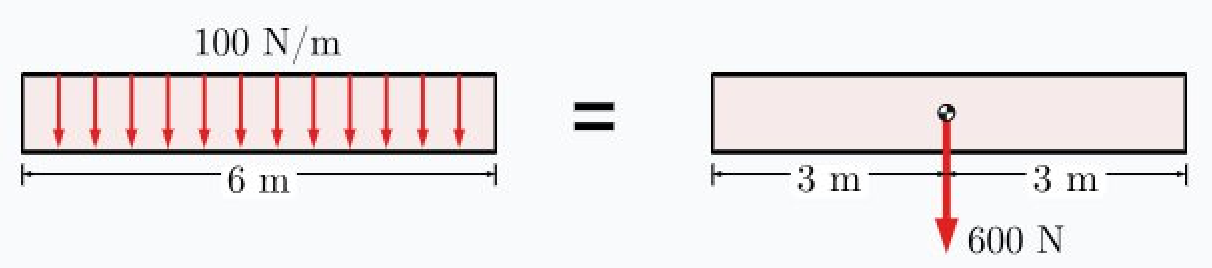
O peso de um livro de bolso dividido por sua espessura é a intensidade de carga $w(x)$, então

$$w(x) = {}^{3N}\!/_{3cm} = 100N/m$$

O peso total é a área sob o diagrama de intensidade de carga, que neste caso é um retângulo. Portanto, 6 m de estante coberta de livros de bolso teria que suportar

$$W = w(x) \cdot l = \left({}^{100N}\!/_{m}\right)(6\ m) = 600N$$

A linha de ação dessa carga equivalente passa pelo centroide do carregamento retangular, portanto ela atua em $x = 3m$.



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Localização Equivalente

Para utilizar uma carga distribuída em um problema de equilíbrio, é necessário conhecer a magnitude equivalente para somar as forças, e também conhecer a posição ou linha de ação para somar os momentos.

A linha de ação da força equivalente atua através do centroide da área sob a curva de intensidade da carga. Para um carregamento retangular, o centroide está no centro. Conhecemos as coordenadas vertical e horizontal desse centroide, mas como a linha de ação da força pontual equivalente é vertical e podemos deslizar uma força ao longo dessa linha de ação, a coordenada vertical do centroide não é importante neste contexto.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Localização Equivalente

Da mesma forma, para uma carga distribuída triangular — também chamada de carga uniformemente variável — a magnitude da força equivalente é a área do triângulo $A_\Delta = bh/2$ e a linha de ação passa pelo centroide do triângulo. A distância horizontal da extremidade maior do triângulo ao centroide é $\bar{x} = b/3$.

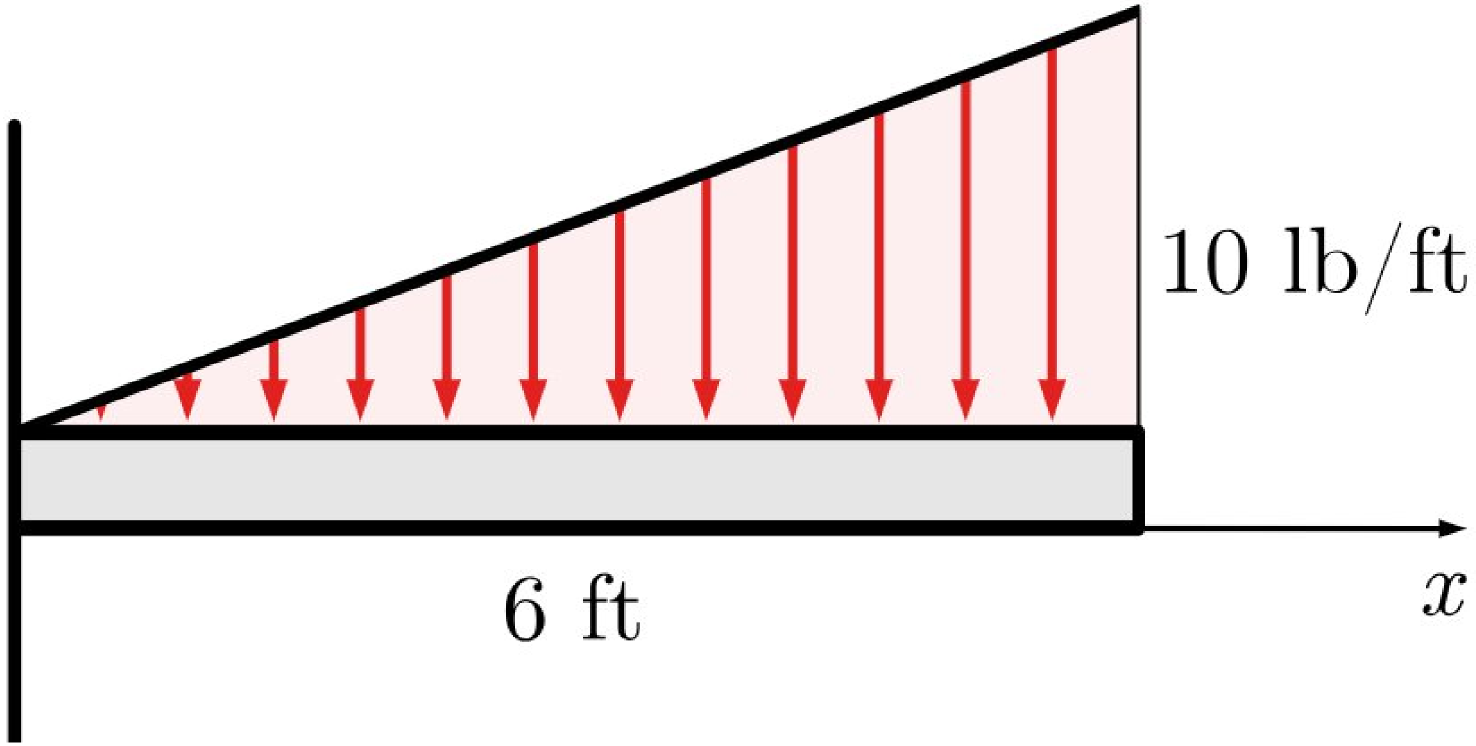
Essencialmente, estamos encontrando o ponto de equilíbrio de forma que o momento da força à esquerda do centroide seja igual ao momento da força à direita.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Localização Equivalente - Exemplo

Na figura abaixo, determine a força pontual equivalente e seu ponto de aplicação para a carga distribuída.



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Localização Equivalente - Exemplo

Na figura abaixo, determine a força pontual equivalente e seu ponto de aplicação para a carga distribuída.

A carga equivalente é a 'área' sob a curva de intensidade de carga triangular e atua diretamente para baixo no centroide do triângulo. Essa carga triangular tem uma$6\ \mathrm{ft}$base e um$10\ \mathrm{lb/ft}$altura então

$$W = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}(6\ \mathrm{ft})(10\ \mathrm{lb/ft}) = 30\ \mathrm{lb}.$$

e o centroide está localizado$2/3$do caminho a partir da extremidade esquerda, então,

$$\bar{x} = 4\ \mathrm{ft}.$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Localização Equivalente

As cargas distribuídas podem ter qualquer forma geométrica ou serem definidas por uma função matemática. Se a carga for uma combinação de formas comuns, use as propriedades das formas para encontrar a magnitude e a localização da força pontual equivalente, utilizando o método de peças compostas. Se a carga distribuída for definida por uma função matemática, integre para encontrar sua área.

Observação:

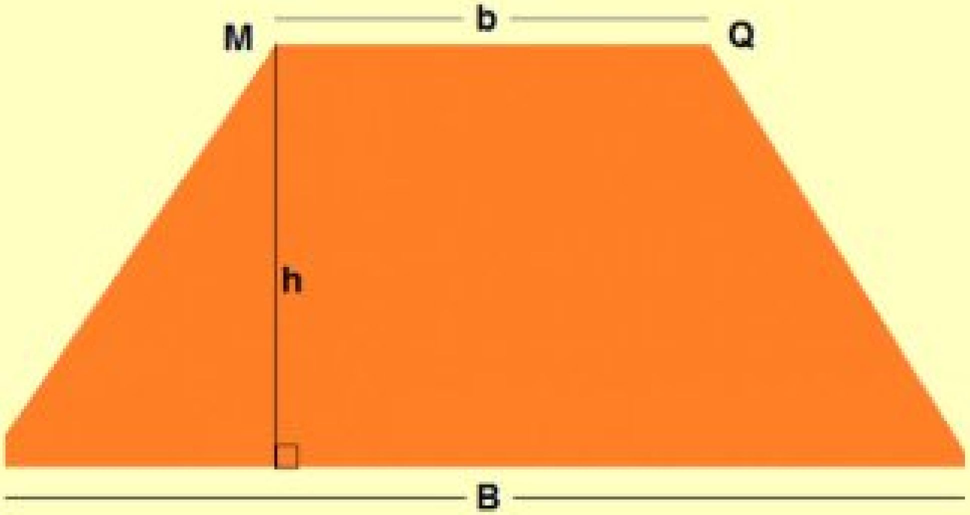
Você pode incluir a carga distribuída ou a força pontual equivalente em seu diagrama de corpo livre, mas não ambas!

Você pode dividir uma área em quaisquer formas que achar conveniente, caso não se lembre da área de um trapézio de cabeça, por exemplo, dividindo-a em um retângulo e um triângulo.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Área do trapézio



$$A = \frac{(B+b).h}{2}$$

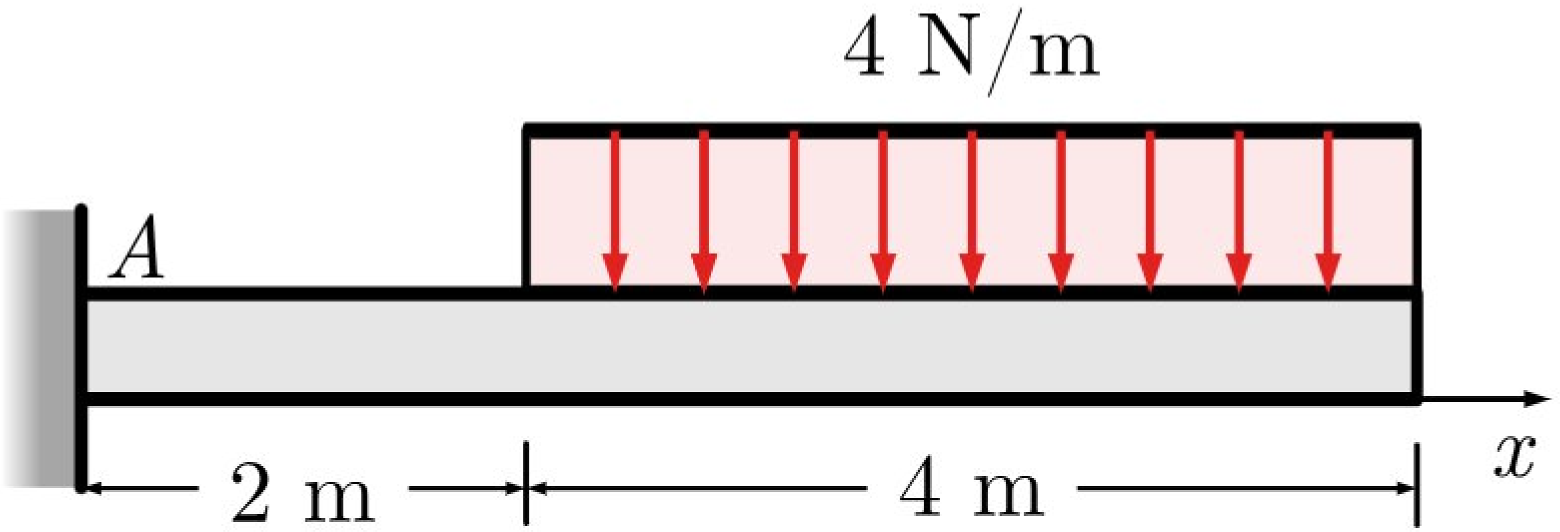
1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Exemplos

Observação: Você pode converter cargas distribuídas em força pontual resultante. Entretanto, embora forças resultantes sejam externamente equivalentes às cargas distribuídas, elas não são internamente equivalentes.

1) Na viga abaixo, determine as reações na conexão fixa no ponto A.



1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

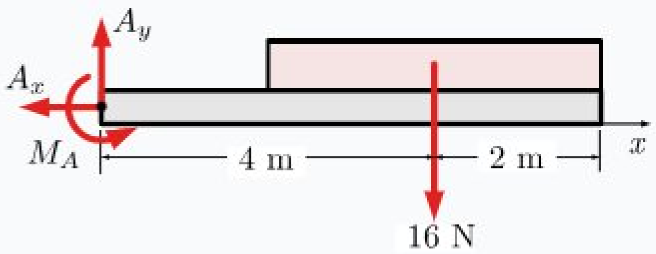
Forças Distribuídas

Exemplos

Observação: Você pode converter cargas distribuídas em força pontual resultante. Entretanto, embora forças resultantes sejam externamente equivalentes às cargas distribuídas, elas não são internamente equivalentes.

1) Na viga abaixo, determine as reações na conexão fixa no ponto A.

Desenhe um diagrama de corpo livre com a carga distribuída substituída por uma carga concentrada equivalente e, em seguida, aplique as equações de equilíbrio.



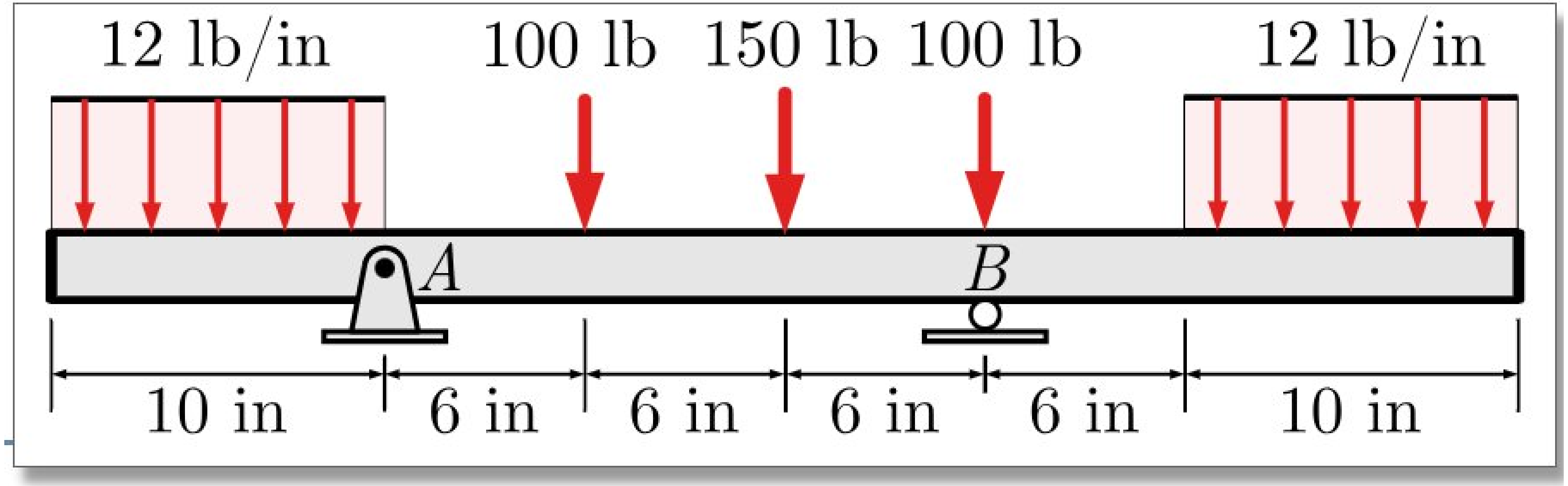
$$
\begin{aligned}
\Sigma F_x &= 0 & \rightarrow && A_x &= 0 \\
\Sigma F_y &= 0 & \rightarrow && A_y &= 16\ \text{N} \\
\Sigma M_A &= 0 & \rightarrow && M_A &= (16\ \text{N})(4\ \text{m}) \\
&&&& &= 64\ \text{N}\cdot\text{m}
\end{aligned}
$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Exemplos

2) Determine as reações nos apoios da viga apresentada abaixo.

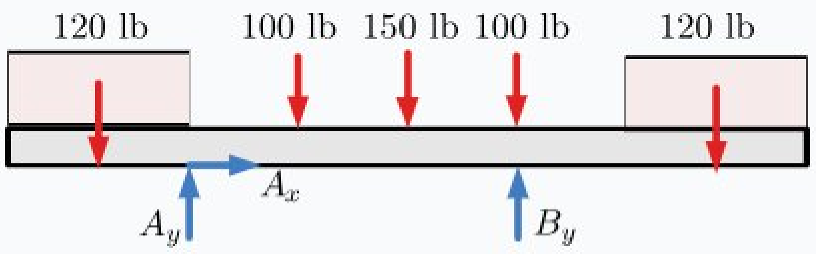


1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Exemplos

Comece desenhando um diagrama de corpo livre da viga com as duas cargas distribuídas substituídas por cargas concentradas equivalentes. As duas cargas distribuídas são$(10\ \text{in})(12\ \text{lb/in}) = 120\ \text{lb}$cada.



Em seguida, aplique as equações de equilíbrio.

$$\sum M_A = 0$$

$$\begin{aligned} &+(12\ \text{lb/in})(10\ \text{in})(5\ \text{in}) - (100\ \text{lb})(6\ \text{in}) \\ &-(150\ \text{lb})(12\ \text{in}) - (100\ \text{lb})(18\ \text{in}) \\ &+(B_y)(18\ \text{in}) - (12\ \text{lb/in})(10\ \text{in})(29\ \text{in}) = 0 \rightarrow \qquad B_y = 393.3\ \text{lb} \end{aligned}$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Forças Distribuídas

Exemplos

$$\sum F_y = 0$$

$$-(12\,\mathrm{lb/in})(10\,\mathrm{in}) + A_y - 100\,\mathrm{lb} - 150\,\mathrm{lb}$$

$$-100\,\mathrm{lb} + B_y - (12\,\mathrm{lb/in})(10\,\mathrm{in}) = 0 \rightarrow \qquad A_y = 196.7\,\mathrm{lb}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \qquad A_x = 0$$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Elasticidade, Tração, Compressão e Cisalhamento

Introdução – O Comportamento Elástico

- **Conceito de Elasticidade:** É a propriedade pela qual um material retorna exatamente às suas dimensões e forma originais após a remoção da carga que o deformava.

- **O Limite:** Se a carga for muito grande, o material ultrapassa o “limite elástico” e sofre uma deformação permanente (comportamento plástico).

- **A Lei de Hooke:** Na fase elástica, a tensão (esforço) é diretamente proporcional à deformação. O físico Robert Hooke observou isso no século XVII medindo o estiramento de longos cabos sob pesos.

- **Fórmula Básica (Tensão):** $\sigma = \frac{P}{A}$ (Onde σ é a tensão, P é a força aplicada e A é a área da seção transversal).

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Elasticidade, Tração, Compressão e Cisalhamento

Tração – Puxando o Material

Uma força axial direcionada ao longo do eixo do membro, “puxando” as extremidades e resultando em alongamento (estiramento) da peça.

Aplicações Práticas:

- Cabos de elevadores e guindastes.
- Barras de reboque de veículos.
- Tirantes em pontes estaiadas ou treliças.

Figura 1.1 Membros estruturais submetidos a carregamentos axiais (a barra do reboque está em tração e o suporte de trem de pouso está em compressão)

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Elasticidade, Tração, Compressão e Cisalhamento

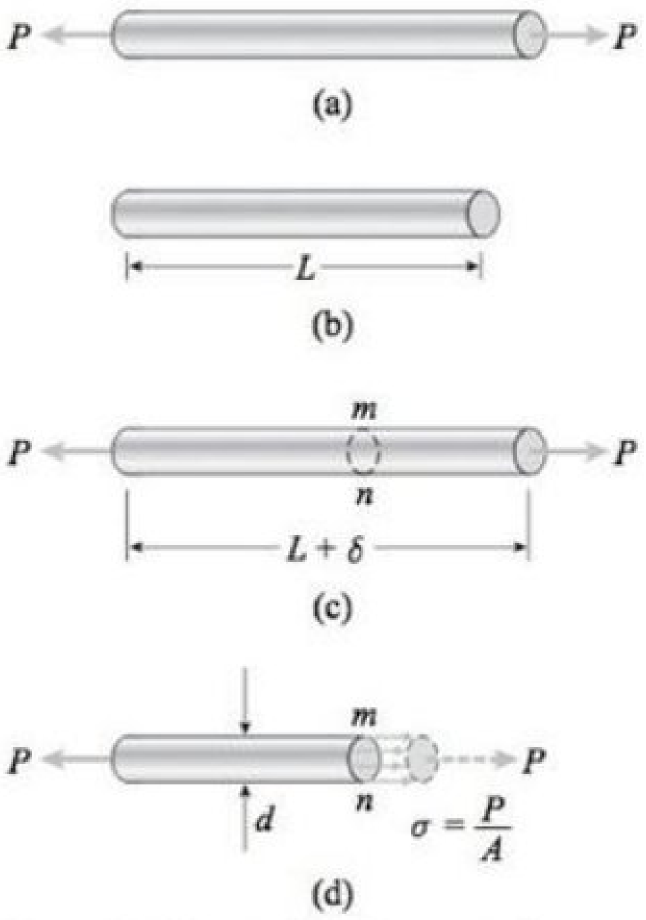


Figura 1.2 Barra prismática em tração: (a) diagrama de corpo livre de um segmento da barra, (b) segmento da barra antes do carregamento, (c) segmento da barra após o carregamento e (d) tensões normais na barra

Compressão – Esmagando o Material

Uma força axial com o sentido invertido em relação à tração. Ela "empurra" as extremidades para o centro, resultando no encurtamento da peça.

Aplicações Práticas:

- O trem de pouso de um avião absorvendo o impacto e o peso da aeronave.
- Colunas e pilares de edifícios de concreto.
- Bielas de motores automotivos.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Elasticidade, Tração, Compressão e Cisalhamento

Exemplo Prático de Cálculo – Tração

Objetivo: Como calcular a tensão gerada em uma barra sob tração?

Uma haste cilíndrica de aço de uma estrutura está sujeita a uma força de tração $\mathrm{F} = 50.000\ \mathrm{N}\ (50\mathrm{kN})$. O diâmetro da haste é de 20mm. A haste suportará com segurança?

Passo 1: Área da Seção: o raio é 10mm (10×10^{-3} m). Logo, $\mathrm{A} = \pi \times r^2 = \pi \times \left(10 \times 10^{-3}\right)^2 = 314 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^2$

Passo 2: Tensão: $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{50.000\ \mathrm{N}}{314\times10^{-6}\mathrm{m}^2} = 159 \times 10^6\ Pa = 159\ MPa$

Conclusão: A força gera uma tensão de $159\ MPa$. Se o limite do aço for maior que isso (geralmente é em torno de $250\ MPa$), a peça está segura.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Elasticidade, Tração, Compressão e Cisalhamento

Deformação – O quanto a peça estica?

A Fórmula do Alongamento: $\delta = \frac{F \times L}{E \times A}$

F = Força

L = Comprimento original

A = Área da secção

E = Módulo de Elasticidade (uma propriedade do material; o aço é rígido, a borracha é flexível)

O alongamento é diretamente proporcional à força e ao tamanho da barra, mas inversamente proporcional à grossura (área) da barra e à rigidez do material.

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Elasticidade, Tração, Compressão e Cisalhamento

Cisalhamento – O Esforço de Corte

Diferente da tração e compressão (que agem perpendicularmente à área), o cisalhamento ocorre quando forças transversais deslizam paralelamente (tangencialmente) à superfície cortada. A tendência é "fatiar" ou cortar a peça.

Aplicações Práticas (Onde encontramos?):

Pinos, rebites e parafusos conectando chapas.

O corte de um furador de papel ou prensas industriais.

Tesouras e guilhotinas de corte de chapas metálicas.

Fórmula Básica: $\tau_{media} = \frac{F_c}{A}$ (onde τ é a tensão de cisalhamento, e F_c é a força cortante)

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido
Elasticidade, Tração, Compressão e Cisalhamento

Exemplo Prático de Cálculo – Cisalhamento
Objetivo: Mostrar o cisalhamento puro em uma aplicação mecânica industrial.

Problema Simples (A Prensa Furadora): Uma máquina faz furos circulares de 20mm de diâmetro em uma placa de aço que tem 8mm de espessura. A força exercida pela prensa é de 110.000N (110kN). Qual é a tensão de cisalhamento para "rasgar" a placa?

Visualização: O furo rasga uma área que corresponde à superfície externa de um cilindro "tampinha" que sai da placa.

Passo 1: Área de Cisalhamento: $\mathrm{A} = \pi \times \text{diâmetro} \times \text{espessura}$

$$\mathrm{A} = \pi \times 20\ \mathrm{mm} \times 8\ \mathrm{mm} = 502{,}7\ \mathrm{mm}^2$$

Passo 2: Tensão: $\tau_{media} = \frac{F_c}{A} = \frac{110.000\ N}{502{,}7\ mm^2} = 219\ MPa$

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Elasticidade, Tração, Compressão e Cisalhamento

Exemplo em Livro-Texto

Uma prensa usada para fazer furos em placas de aço é mostrada na Figura 1.29a. Assuma que uma prensa com diâmetro $d = 20$ mm é usada para fazer um furo em uma placa de 8 mm, como mostrado na vista transversal (Figura 1.29b).

Se uma força $P = 110$ kN é necessária para criar o furo, qual é a tensão de cisalhamento média na placa e a tensão de compressão média na prensa?

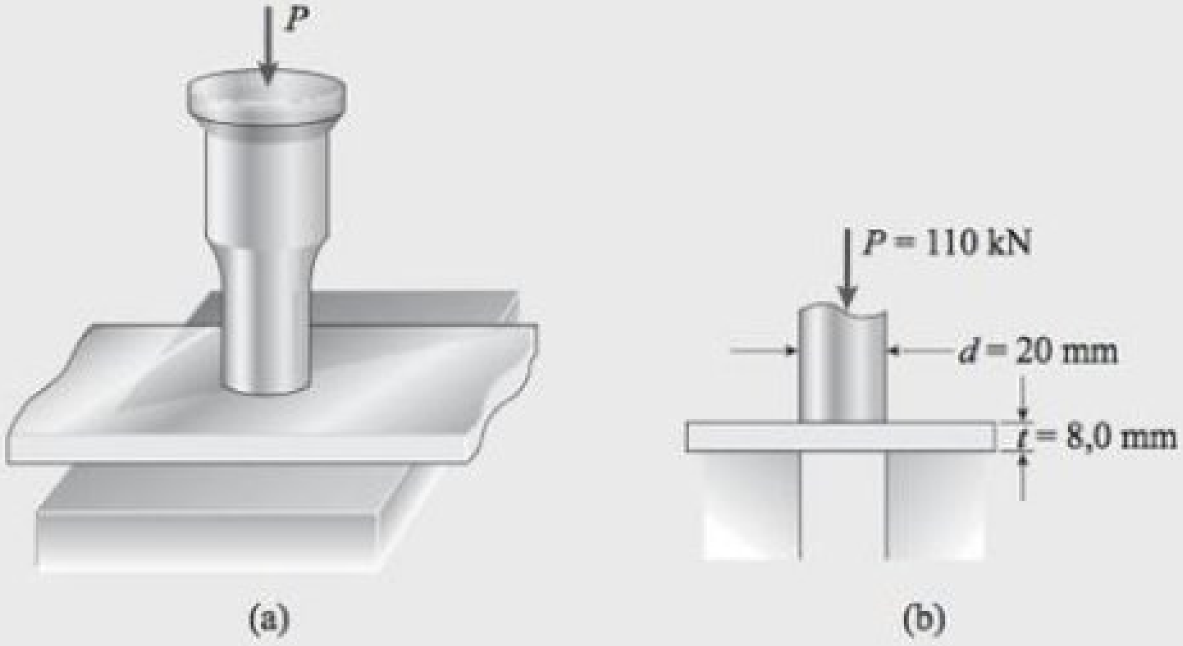


Figura 1.29
Exemplo 1.4. Fazendo um furo em uma placa de aço

continua

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Elasticidade, Tração, Compressão e Cisalhamento

Exemplo em Livro-Texto

Solução

A tensão de cisalhamento média na placa é obtida dividindo-se a força P pela área de cisalhamento da placa. A área de cisalhamento A_S é igual à circunferência do furo vezes a espessura da placa, ou

$$A_s = \pi d t = \pi(20\text{ mm})(8{,}0\text{ mm}) = 502{,}7\text{ mm}^2$$

em que d é o diâmetro da prensa e t é a espessura da placa. Por isso, a tensão de cisalhamento média na placa é

$$\tau_{\text{média}} = \frac{P}{A_S} = \frac{110\text{ kN}}{502{,}7\text{ mm}^2} = 219\text{ MPa} \quad \Leftarrow$$

A tensão de compressão média na prensa é

$$\sigma_c = \frac{P}{A_{\text{prensa}}} = \frac{P}{\pi d^2/4} = \frac{110\text{ kN}}{\pi(20\text{ mm})^2/4} = 350\text{ MPa} \quad \Leftarrow$$

em que A_{prensa} é a área de seção transversal da prensa.

Nota: Essa análise é bem idealizada porque estamos desconsiderando efeitos de impacto que ocorrem quando uma prensa é batida contra a placa (a inclusão de tais efeitos exige métodos avançados de análise que estão além do alcance da mecânica dos materiais).

1 – Estática da Partícula / Corpo Rígido

Elasticidade, Tração, Compressão e Cisalhamento

Exemplo em Livro-Texto

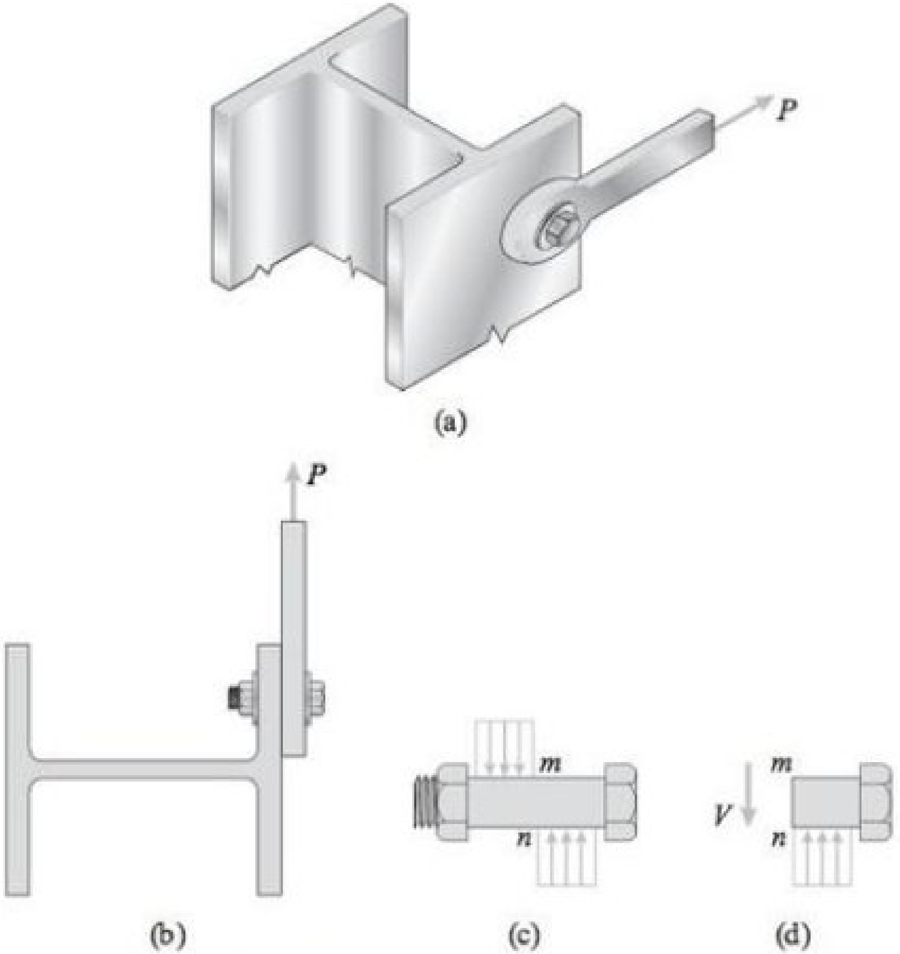


Figura 1.25 Conexão parafusada em que o parafuso é carregado em cisalhamento simples

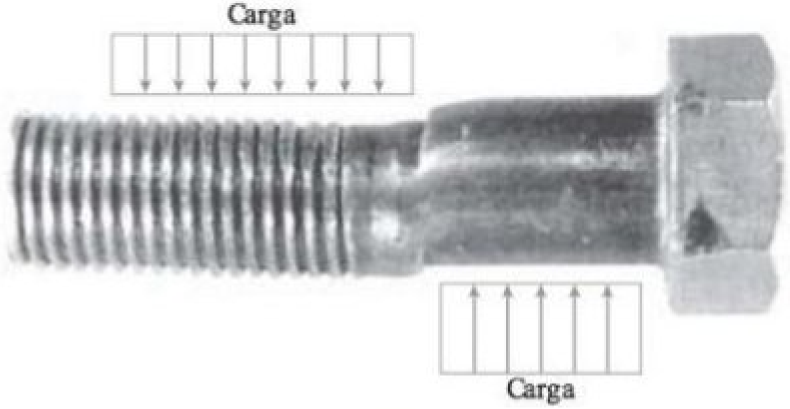


Figura 1.26 Falha de um parafuso em cisalhamento simples

1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

2.1 Duas forças são aplicadas à cabeça de um parafuso preso em uma viga. Determine graficamente a intensidade, a direção e o sentido de sua resultante usando (*a*) a lei do paralelogramo, (*b*) a regra do triângulo.

2.2 Os cabos *AB* e *AD* ajudam a suportar o poste *AC*. Sabendo que a tração é 500 N em *AB* e 160 N em *AD*, determine graficamente a intensidade, a direção e o sentido da resultante das forças exercidas pelos cabos em *A* usando (*a*) a lei do paralelogramo e (*b*) a regra do triângulo.

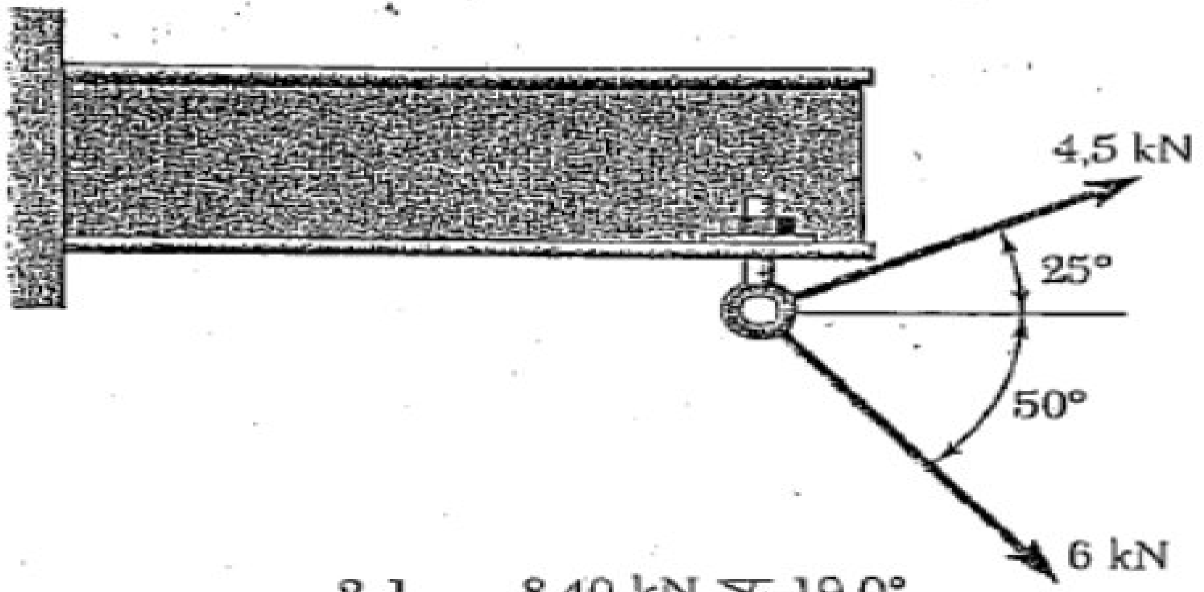


Fig. P2.1

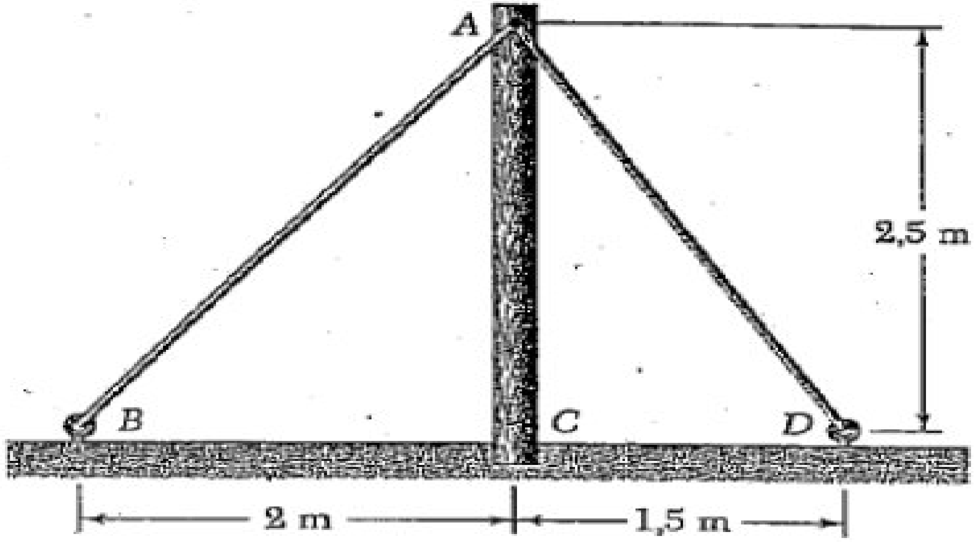


Fig. P2.2

2.1 8,40 kN ∡ 19,0°.

2.2 575 N ∡ 67,0°.

1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

2.4 Duas forças **P** e **Q** são aplicadas no ponto *A* de um suporte tipo gancho, como mostra a figura. Sabendo que $P = 198$ N e $Q = 66$ N, determine graficamente a intensidade, a direção e o sentido da resultante usando (*a*) a lei do paralelogramo, (*b*) a regra do triângulo.

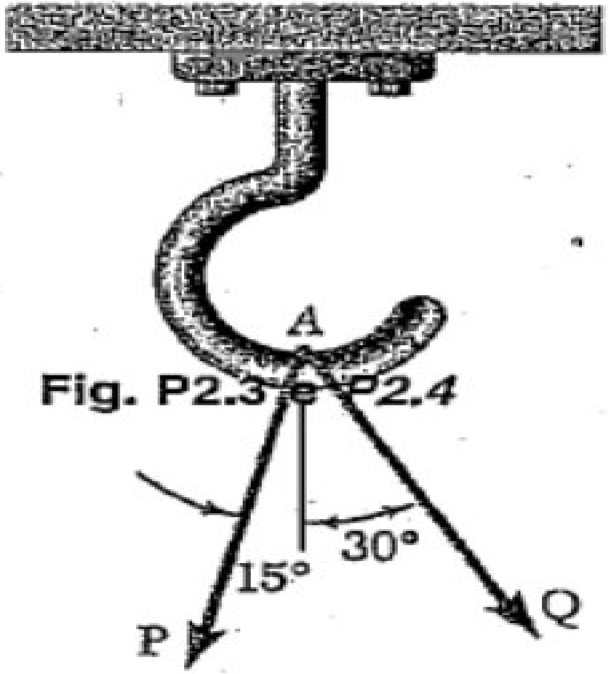


Fig. P2.3 e P2.4

1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

2.5 Duas hastes de controle são conectadas à alavanca *AB* em *A*. Usando trigonometria e sabendo que a força na haste da esquerda é $F_1 = 120$ N, determine (*a*) a força F_2 requerida na haste da direita para que a resultante **R** das forças exercidas pelas hastes na alavanca seja vertical, e (*b*) a intensidade correspondente de **R**.

2.6 Duas hastes de controle são conectadas à alavanca *AB* em *A*. Usando trigonometria e sabendo que a força na haste da direita é $F_2 = 80$ N, determine (*a*) a força F_1 requerida na haste da esquerda para que a resultante **R** das forças exercidas pelas hastes na alavanca seja vertical, e (*b*) a intensidade correspondente de **R**.

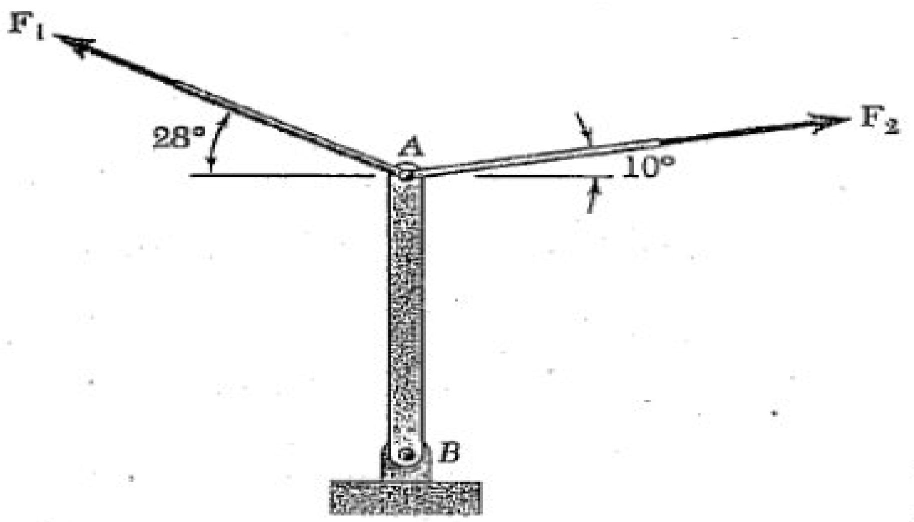


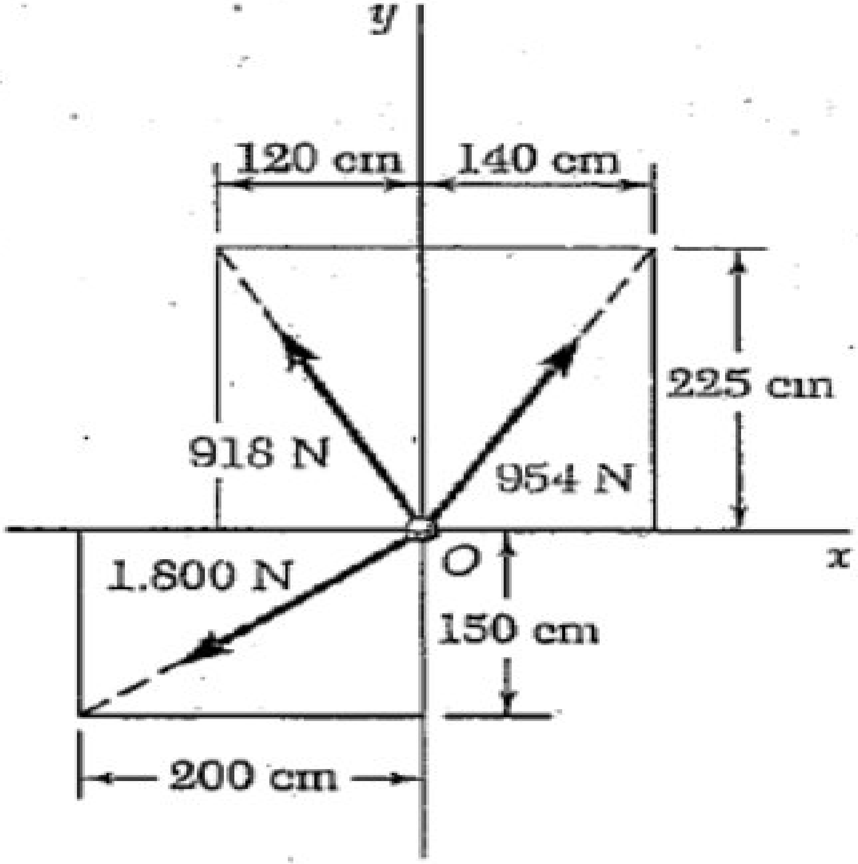
Fig. P2.5 e P2.6

2.5	(*a*) 107,6 N. (*b*) 75,0 N.
2.6	(*a*) 89,2 N. (*b*) 55,8 N.

1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

2.23 e 2.24 Determine os componentes x e y de cada uma das forças indicadas.



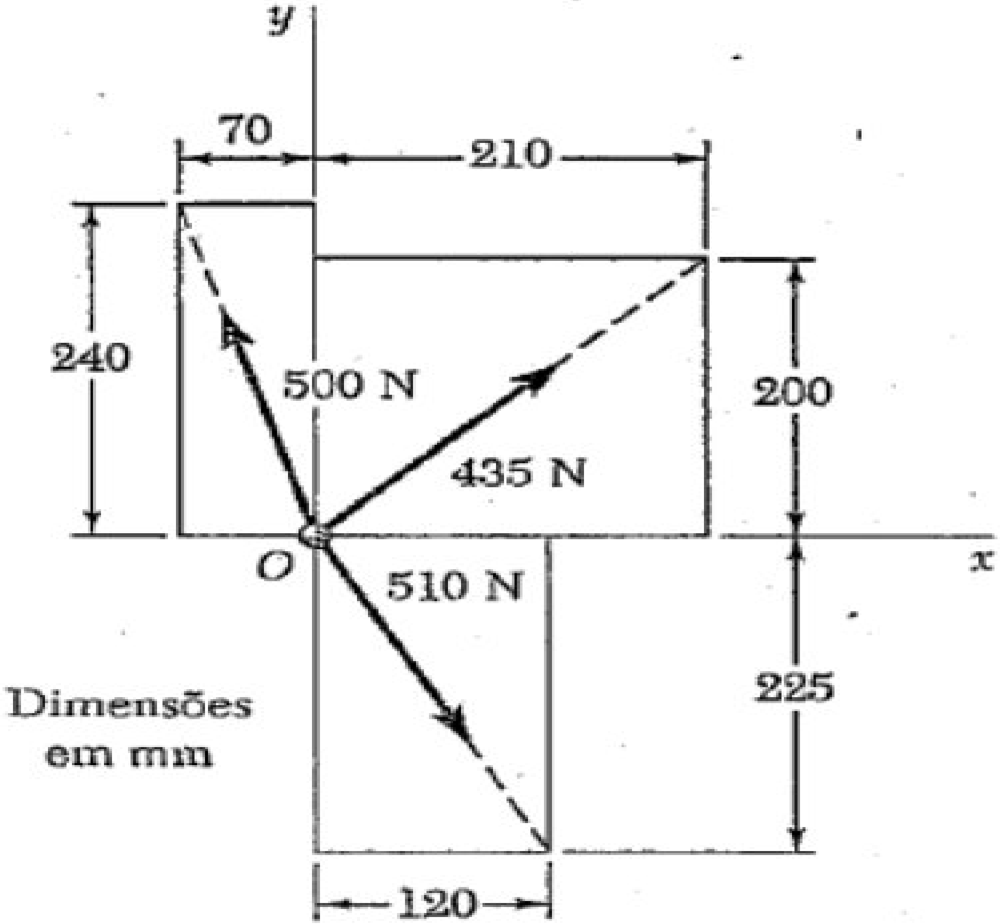


Fig. P2.23 *2.23 (918 N) –432 N, 810 N; (954 N) 504 N, 810 N; (1.800 N) –1.440 N, –1.080 N. **P2.24**

1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

2.37 Sabendo que a tração no cabo BC vale 638 N, determine a resultante das três forças exercidas no ponto B da viga AB.

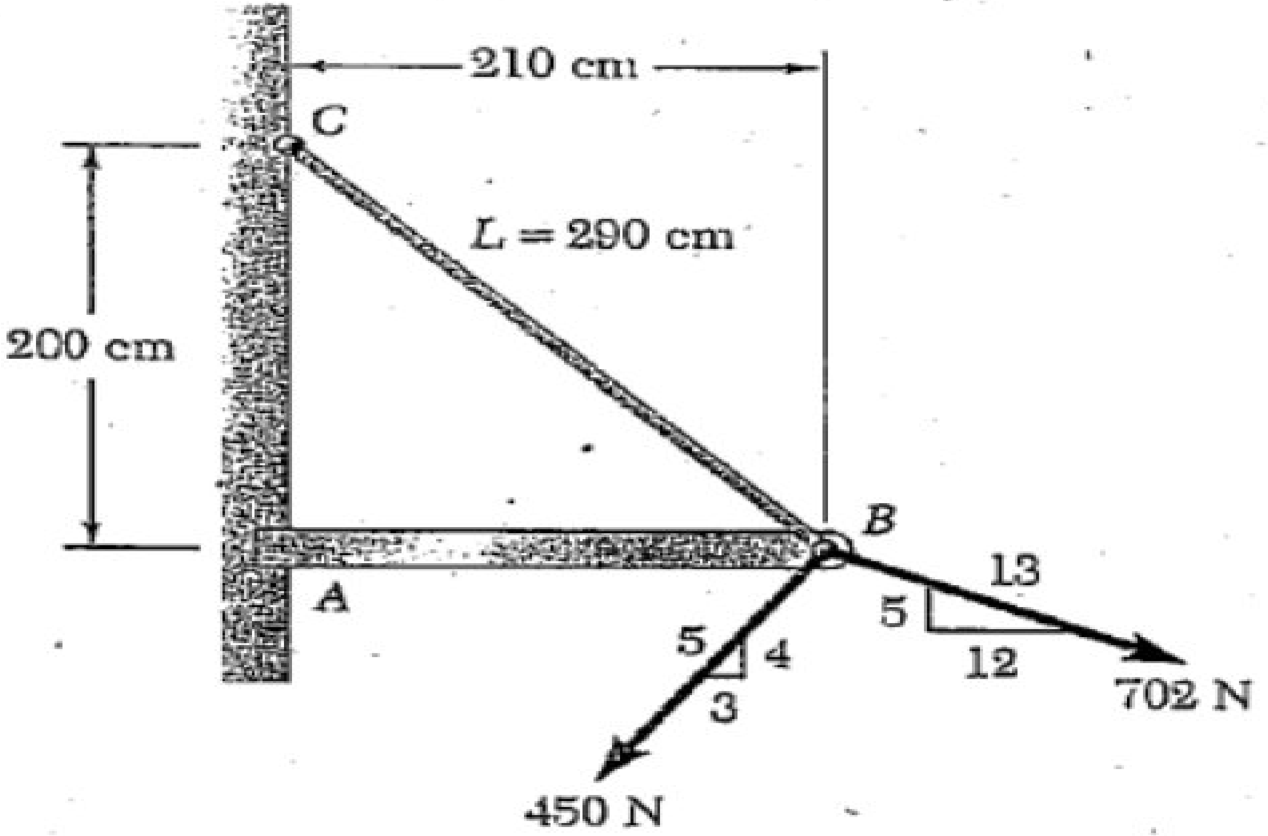


Fig. P2.37

1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

2.43 Dois cabos estão ligados em C e são carregados tal como mostra a figura. Determine a tração (a) no cabo AC e (b) no cabo BC.

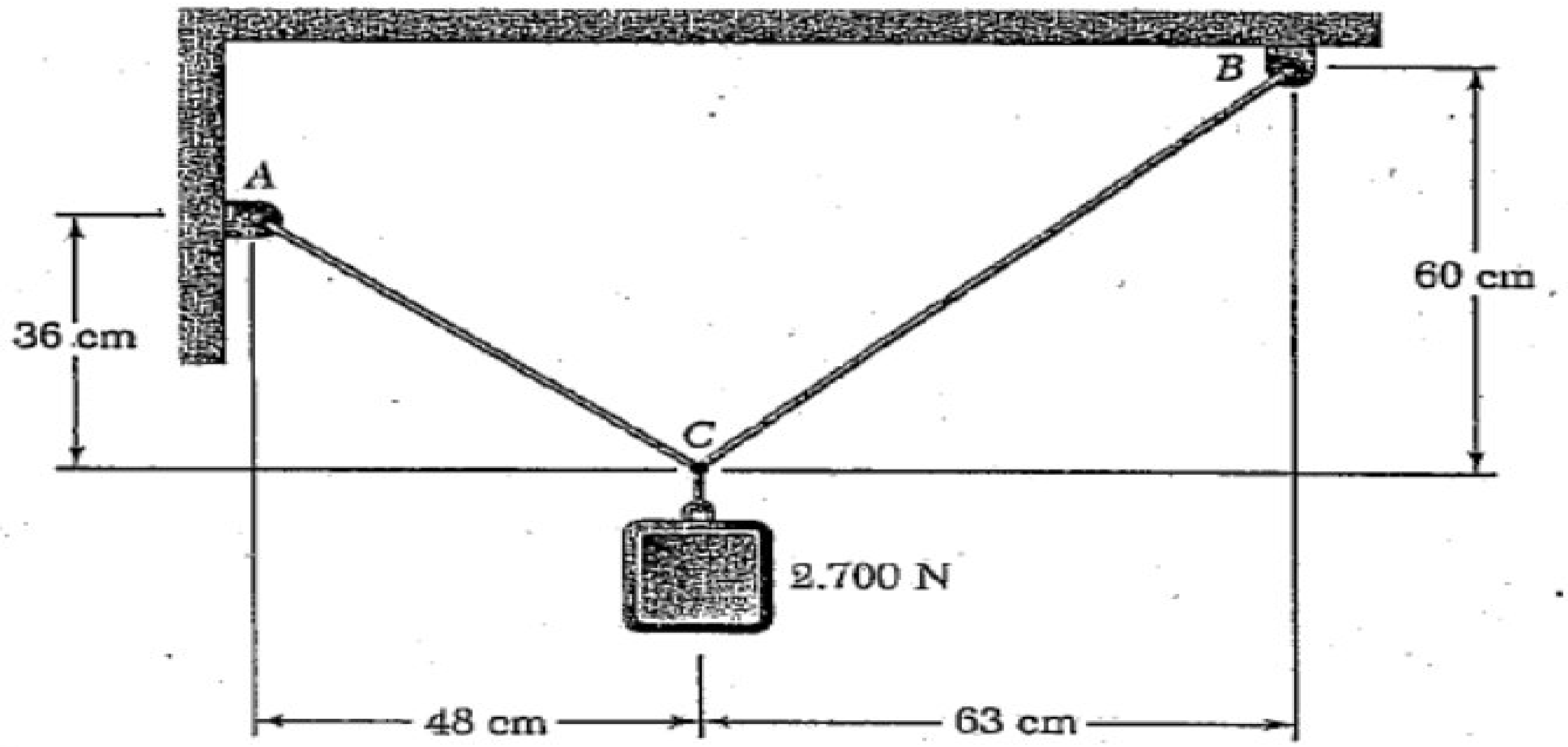


Fig. P2.43

*2.43 (a) 1.983 N. (b) 2.191 N.

1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

2.61 Dois cabos ligados em *C* são carregados tal como mostra a figura. Sabendo que a tração máxima permissível em cada cabo é 900 N, determine (*a*) a intensidade da maior força **P** que pode ser aplicada em *C* e (*b*) o correspondente valor de α.

2.62 Dois cabos ligados em *C* são carregados tal como mostra a figura. Sabendo que a tração máxima permissível é 1.350 N no cabo *AC* e 675 N no cabo *BC*, determine (*a*) a intensidade da maior força **P** que pode ser aplicada em *C* e (*b*) o correspondente valor de α.

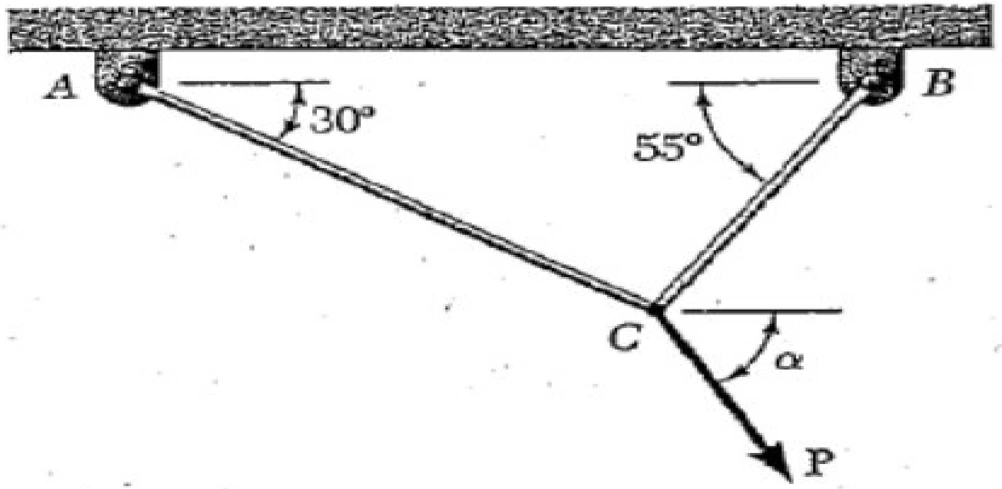


Fig. P2.61 e *P2.62*

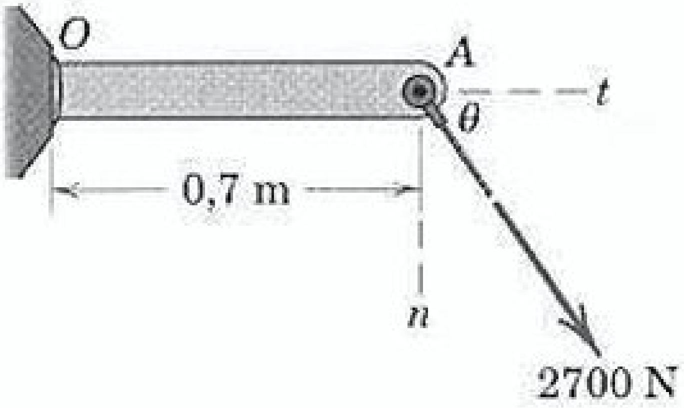
*2.61 (*a*) 1.215 N. (*b*) 77,5°.

1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

2/75 A solda em O pode suportar uma força máxima de 2500 N ao longo de cada uma das direções n e t e um momento máximo de 1400 N · m. Determine a faixa admissível para a direção θ da força de 2700 N aplicada em A. O ângulo θ está restrito a $0 \leq \theta \leq 90°$.

Resp. $22{,}2° \leq \theta \leq 47{,}8°$



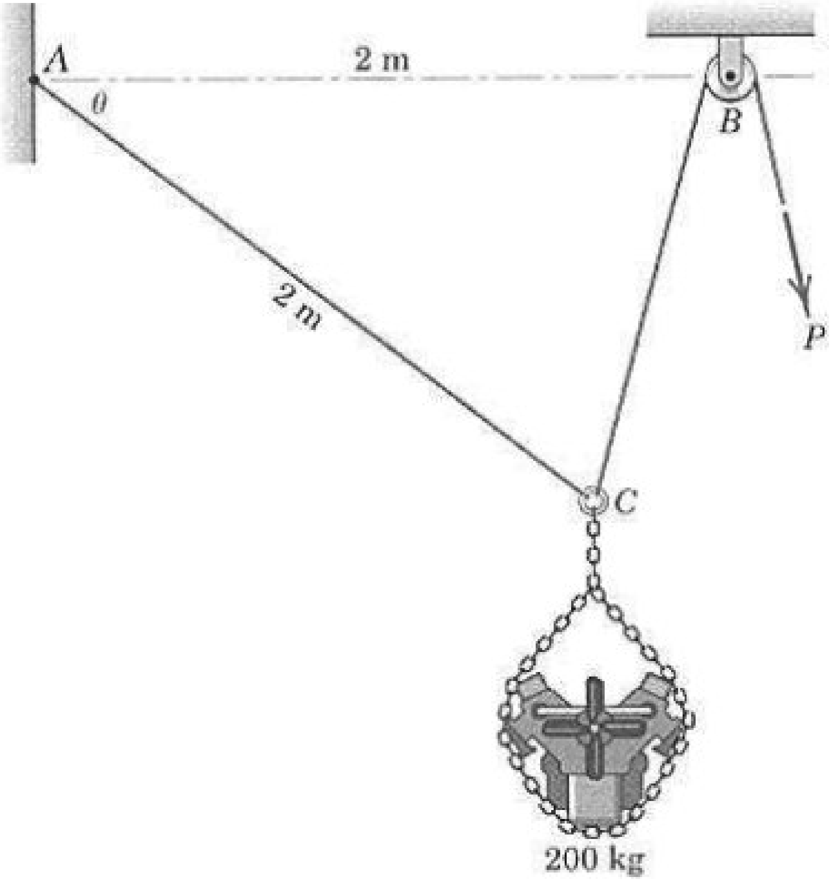
Problema 2/75

1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

3/1 Determine a força P necessária para manter o motor de 200 kg na posição para a qual $\theta = 30°$. O diâmetro da polia em B é desprezível.

Utilize $g = 9{,}81 m/s^2$

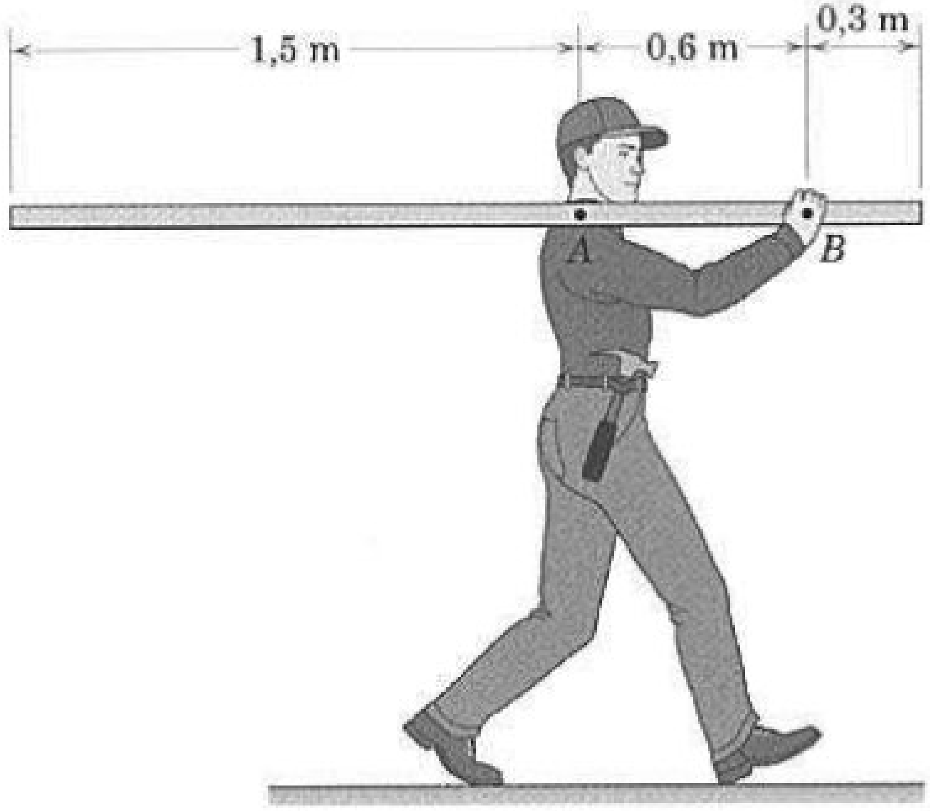


Resp. $P = 1759$ N

1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

3/3 Um carpinteiro carrega uma tábua uniforme com 6 kg, como mostrado. Qual é o valor da força direcionada para baixo que ele sente em seu ombro em A?



Resp. $N_A = 88{,}3\ \text{N}$

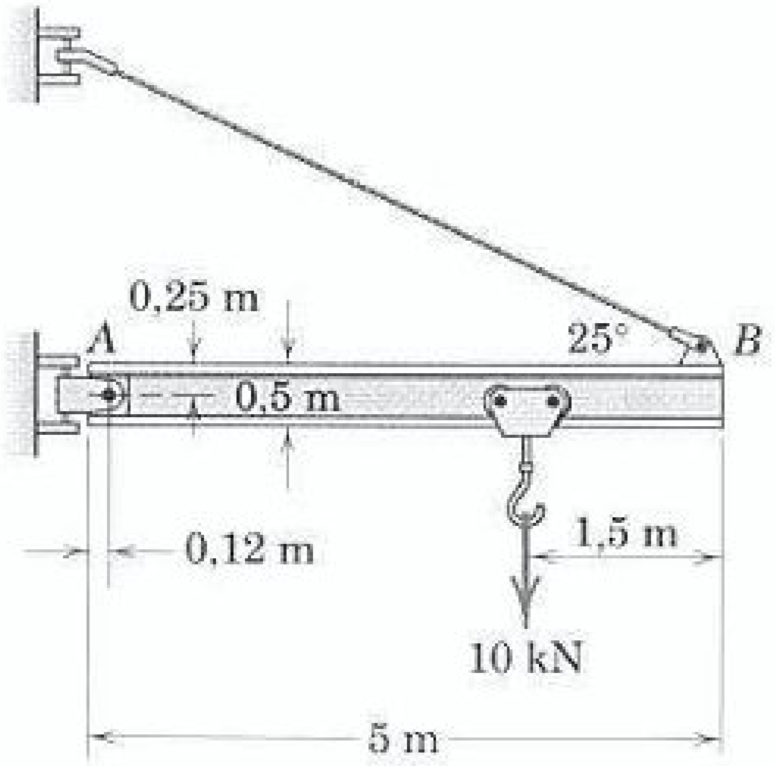
1 – ESTÁTICA

Condição de Equilíbrio Estático (Exercício Proposto)

Exemplo 3/4

Para a grua mostrada na figura, determine o módulo T da força trativa no cabo de sustentação e o módulo da força no pino em A. A viga AB é uma viga em I padrão, com 0,5 m de espessura e com uma massa de 95 kg por metro.

$$T = 19{,}61kN$$



1 – ESTÁTICA

Dúvidas????