

CENTRO DE INSTRUÇÃO ALMIRANTE GRAÇA ARANHA (CIAGA)

FÍSICA 1 (FIS-1)

Departamento de Ensino de Máquinas (CIAGA-22)

Curso Especial de Acesso a 2º Oficial de Máquinas (ACOM-B)

Prof.: Capitão-Tenente Macedo Marques

Currículo Lattes: <https://lattes.cnpq.br/3049804152071884>

LinkedIn: <https://www.linkedin.com/in/alexandre-marques-770453108/>

SUMÁRIO

- 1- Estática da Partícula / Corpo Rígido* } P_1
2- Cinemática e Dinâmica da Partícula }

3- Trabalho e Energia } P_2
4- Dinâmica de Rotação }
-

Referências Bibliográficas

HALLIDAY, D., Resnick, R. , Walker, J. *Fundamentos da física (v. 1 e 2)*. LTC, 9ª ed., 2012.

YOUNG, Hugh D. *Física I: Mecânica*, 12ª ed. São Paulo.

MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G. *Mecânica para Engenharia: Estática*. 6ª edição. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2009.

SORIANO, Humberto L.; LIMA, Silvio S. *Análise de Estruturas: Método das Forças e Método dos Deslocamentos - Vol. I*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2004.

BEER, Ferdinand P.; JOHNSTON JR., E. Russell; DEWOLF, John T.; MAZUREK, David F. *Mecânica dos Materiais*. 5ª edição. São Paulo: McGraw-Hill / Bookman, 2010.

SUMÁRIO

1- Estática da Partícula / Corpo Rígido

2- Cinemática e Dinâmica da Partícula

3- Trabalho e Energia

4- Dinâmica de Rotação

Cinemática e Dinâmica da Partícula

Objetivos:

2. Cinemática e dinâmica da partícula

2.1 – O teorema fundamental do cálculo aplicado à cinemática escalar;

2.2 – Cinemática vetorial e movimento relativo;

2.3 – Leis de Newton aplicadas a sistemas sem e com atrito; e

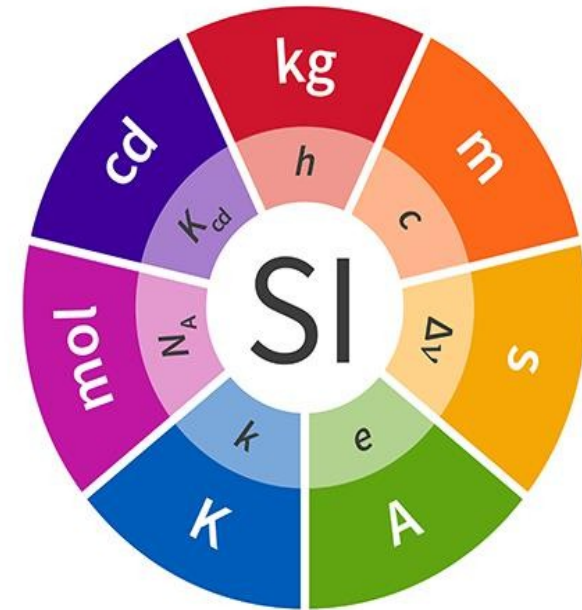
2.4 – Componentes tangencial e centrípeta da aceleração e da força resultante em movimento curvilíneo.

Cap. 1: Medição

Cap. 1: Medição

Seções de estudo

- ✓ *1.1 Contextualizando a Física*
- ✓ *1.2 Medindo Grandezas*
- ✓ *1.3 O Sistema Internacional de Unidades*
- ✓ *1.4 Mudança de Unidades*
- ✓ *1.5 Comprimento*
- ✓ *1.6 Tempo*
- ✓ *1.7 Massa*



Fonte: <https://www.scienceinschool.org/>

1.1 *Contextualizando a Física*

1.1 Contextualizando a Física

Contextualizando a Física na Eng.

- ✓ *Fís.:* Busca descrever e prever o comportamento da natureza por meio de modelos matemáticos testáveis.
- ✓ *Fís.:* Depende de grandezas mensuráveis (posição, tempo, massa, força...) e de unidades padronizadas para quantificá-las.
- ✓ *Fís.:* Seus modelos são validados (ou refutados) por experimentos — e é isso que diferencia Física de especulação.
- ✓ *Eng.:* Aplica os modelos da Física (e de outras ciências) para resolver problemas práticos e projetar soluções.
- ✓ *Eng.:* Trabalha com restrições reais: custo, materiais, segurança, viabilidade.

Contextualizando a Física na Eng.

✓ *Fís.: Como funciona?*

Eng.: Como construo?

✓ *A ponte entre Física e Engenharia...*

✓ *A cinemática descreve como os corpos se movem (posição, velocidade, aceleração).*

✓ *A dinâmica explica por que se movem (forças, leis de Newton).*

1.2 Medindo Grandezas

1.2 Medindo Grandezas

Medindo Grandezas

Medimos cada grandeza física em unidades, por comparação com um padrão.

- ✓ A unidade é um nome particular que atribuímos às medidas de uma grandeza.*
- ✓ Os padrões devem ser acessíveis e invariáveis.*

Medindo Grandezas

Por exemplo:

- ✓ *01 metro (01 m) é uma unidade de comprimento. Qualquer comprimento pode ser expresso em termos de 1 m. Um comprimento variável, como o do nariz de uma pessoa, não é uma boa unidade.*

1.30 Sistema Internacional de Unidades

1.3 O Sistema Internacional
de Unidades

Sistema Internacional de Unidades (SI)

Em 1971, na 14^a conferência de Pesos e Medidas, foram selecionadas sete grandezas fundamentais para constituir a base do sistema Internacional de unidades.

| Grandeza | Unidade | Símbolo |
|-------------------------------------|-------------------|----------------|
| <i>Comprimento</i> | metro | m |
| <i>Massa</i> | quilograma | kg |
| <i>Tempo</i> | segundo | s |
| <i>Corrente elétrica</i> | ampere | A |
| <i>Temperatura</i> | kelvin | K |
| <i>Quantidade de matéria</i> | mol | mol |
| <i>Intensidade luminosa</i> | candela | cd |



Fonte: Google Imagens

Muitas unidades são definidas em termos dessas grandezas fundamentais.

| GRANDEZA FÍSICA | UNIDADE FÍSICA | SÍMBOLO |
|------------------------|---|------------------------|
| Velocidade | <i>metro/segundo</i> | <i>m/s</i> |
| Aceleração | <i>metro/segundo ao quadrado</i> | <i>m/s²</i> |
| Força | <i>Quilograma x metro/segundo ao quadrado</i> | <i>N (Newton)</i> |
| Pressão | <i>newton/metro ao quadrado</i> | <i>Pa (Pascal)</i> |

1.4 *Mudança de Unidades*

1.4 Mudança de Unidades

Podemos mudar as unidades de uma grandeza física usando um método conhecido como **conversão em cadeia**.

Por exemplo: como um minuto tem 60 segundos,

$$\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 1 = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}$$

$$2 \text{ min} = (2 \text{ min}) \times (1) = (2 \text{ min}) \times \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}\right) = 120 \text{ s}$$

Uma razão como $(60\text{s})/(1\text{min})$, que aparece nas equações acima, é chamada de “Fator de Conversão”.

1.5 *Comprimento*

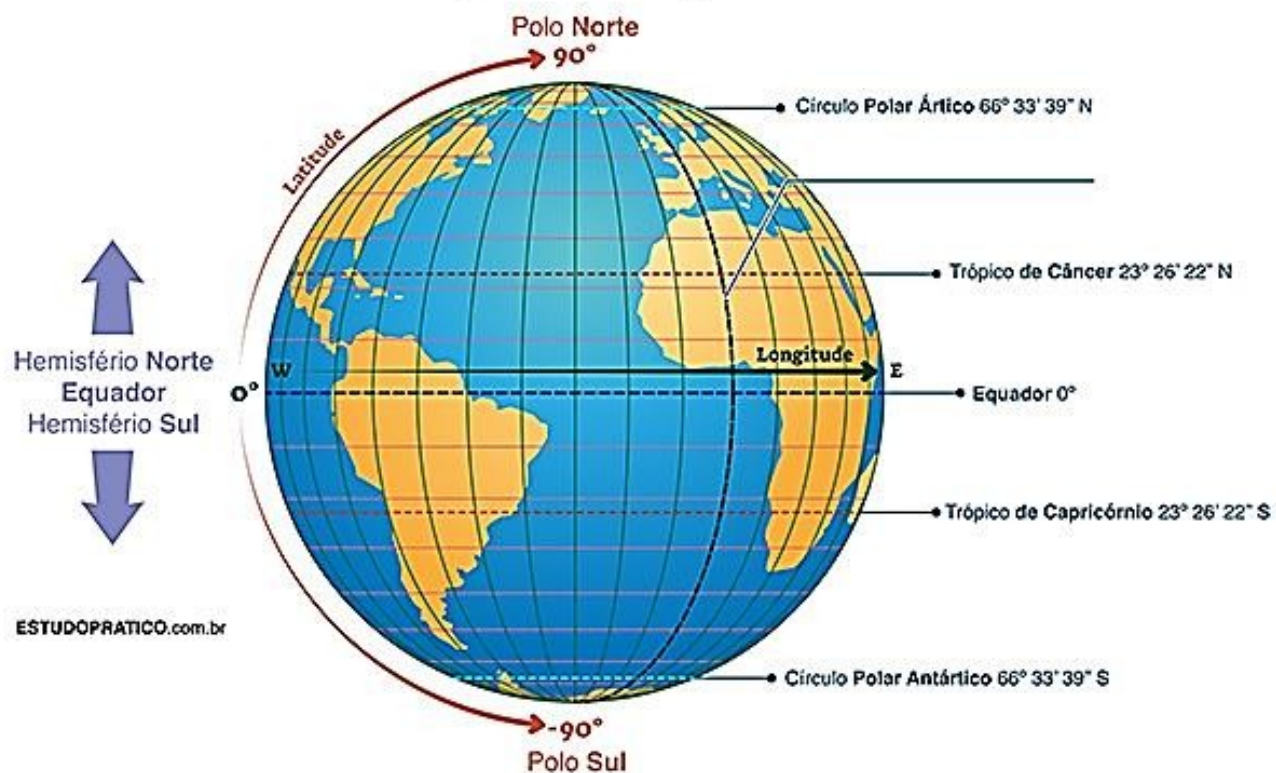
1.5 Comprimento

Comprimento

As várias definições do metro (a unidade de comprimento)

Em 1792, o metro foi definido como um milionésimo da distância entre o polo norte e o equador.

Linha do Equador e paralelos



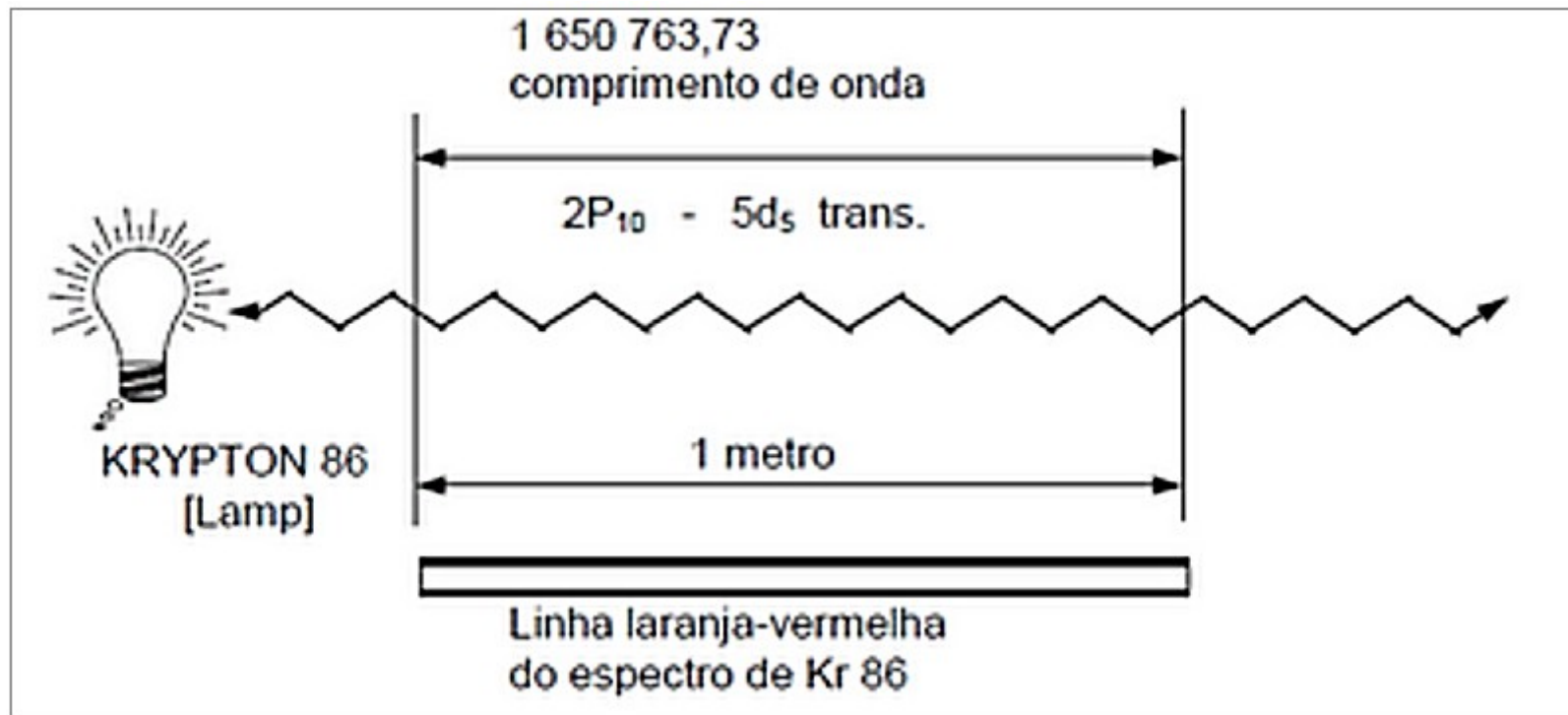
Fonte: <https://www.estudopratico.com.br/>

✓ *Mais tarde, (1889-1960) o metro foi definido como a distância entre duas linhas gravadas perto das extremidades de uma barra de platina-irídio, a barra do metro-padrão, mantida no Bureau Internacional de Pesos e Medidas, perto de Paris.*



Fonte: <https://www.popsci.com/>

✓ Em 1960, o metro foi definido como 1.650.763,73 comprimentos de onda de uma certa luz vermelho alaranjada emitida pelo criptônio 86 em um tubo de descarga gasosa.



Fonte: *Google Imagens*

Em 1983, o metro foi definido como a distância percorrida pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de $1/299.792.458$ segundo. De acordo com essa definição, a velocidade da luz é exatamente $299.792.458$ m/s.



Fonte: *Google Imagens*

1.6 *Tempo*

1.6 Tempo

Tempo

- ✓ *Em 1967, a 13^a Conferencia Geral de Pesos e Medidas adotou como padrão de tempo um segundo com base no relógio de césio.*
- ✓ *Um segundo é o intervalo de tempo que corresponde a 9.192.631.770 oscilações da luz emitida por um átomo de césio 133.*

| Measurement | Time Interval in Seconds | Measurement | Time Interval in Seconds |
|---------------------------------------|-----------------------------|---|-----------------------------|
| Lifetime of the proton (predicted) | 3×10^{40} | Time between human heartbeats | 8×10^{-1} |
| Age of the universe | 5×10^{17} | Lifetime of the muon | 2×10^{-6} |
| Age of the pyramid of Cheops | 1×10^{11} | Shortest lab light pulse | 1×10^{-16} |
| Human life expectancy | 2×10^9 | Lifetime of the most unstable particle | 1×10^{-23} |
| Length of a day | 9×10^4 | The Planck time ^a | 1×10^{-43} |

1.7 *Massa*

1.7 Massa

Massa

- ✓ O quilograma é definido em termos de um padrão de massa de platina-irídio mantido em um laboratório nas vizinhanças de Paris.

Mas, esta massa está sujeita a (pequeníssimas) flutuações, devido a fatores como a acumulação de poeira microscópica. Em 20/05/2019 entrou em vigor uma nova definição de quilograma (kg), em termos do valor da constante de Planck, h , $6,62607015 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$. A constante de Planck é usada no cálculo de energias em física de partículas.



O Protótipo Internacional do quilograma (IPK), um cilindro de platina iridiada guardado no BIPM, em França
Cortesia do BIPM

1.8 *Notação Científica*

1.8 Notação Científica

Notação Científica

A notação científica serve para expressar matematicamente números muito grandes ou muito pequenos em termos de potência de base 10.

$$a \cdot 10^b$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \leq a < 10, \text{ denominado mantissa} \\ b \text{ é o expoente da potência } 10, \text{ ou ordem de} \\ \text{grandeza} \end{array} \right.$$

Ex: $300000000 = 3 \times 10^8$

$0,0000000586 = 5,86 \times 10^{-8}$

Exemplo: $300000000 = 3 \times 10^8$

$0,0000000586 = 5,86 \times 10^{-8}$

$$10 = 10^1$$

$$\frac{1}{10} = 0,1 = 10^{-1}$$

$$100 = 10^2$$

$$\frac{1}{100} = 0,01 = 10^{-2}$$

$$1000 = 10^3$$

$$\frac{1}{1000} = 0,001 = 10^{-3}$$

$$10000 = 10^4$$

$$\frac{1}{10000} = 0,0001 = 10^{-4}$$

Prefixos das Unidades do SI

| Factor | Nome | Símbolo | Factor | Nome | Símbolo |
|---------------|-------------|----------------|---------------|-------------|----------------|
| 10^1 | deca | da | 10^{-1} | deci | d |
| 10^2 | hecto | h | 10^{-2} | centi | c |
| 10^3 | kilo | k | 10^{-3} | milli | m |
| 10^6 | mega | M | 10^{-6} | micro | μ |
| 10^9 | giga | G | 10^{-9} | nano | n |
| 10^{12} | tera | T | 10^{-12} | pico | p |
| 10^{15} | peta | P | 10^{-15} | femto | f |
| 10^{18} | exa | E | 10^{-18} | atto | a |
| 10^{21} | zetta | Z | 10^{-21} | zepto | z |
| 10^{24} | yotta | Y | 10^{-24} | yocto | y |

Cap. 2: Movimiento Retilíneo

Cap. 2: Movimiento Retilíneo



Seções de estudo

- ✓ *2.1 Contextualizando a Física*
- ✓ *2.2 Movimento*
- ✓ *2.3 Posição e Deslocamento*
- ✓ *2.4 Velocidade média e Velocidade Escalar Média*
- ✓ *2.5 Velocidade Instantânea e Velocidade Escalar Instantânea*
- ✓ *2.6 Aceleração*
- ✓ *2.7 Aceleração Constante: Um caso Especial*
- ✓ *2.8 Mais sobre Aceleração Constante*
- ✓ *2.9 Aceleração em Queda Livre*
- ✓ *2.10 Integração de Gráficos em Análise de Movimentos*

2.1 *Contextualizando a Física*

2.1 Contextualizando a Física

Contextualizando a Física

- *A física é um termo que vem do grego physis, que significa “natureza”. Assim, a física é a ciência que estuda as regras e leis da natureza (universo).*
- ✓ *Pode-se dividir a física em Mecânica, Termologia, Ondulatória, Óptica, Eletromagnetismo e Física Moderna.*

Neste curso, estudaremos o movimento dos objetos:

- ✓ *A rapidez com que se movem;*
- ✓ *A distância que percorrem em um dado intervalo de tempo.*
- ✓ *A física básica do movimento nos casos em que o objeto está se movendo em linha reta, o que chamamos de **Movimento Unidimensional**.*

2.2 *Movimento*

2.2 Movimento

❑ A IMPORTÂNCIA DO REFERENCIAL PARA A FÍSICA

➤ *PONTO MATERIAL E CORPO EXTENSO*

- ***Ponto Material:*** um corpo é considerado partícula quando suas dimensões são desprezíveis em relação ao referencial adotado.
- ***Corpo Extenso:*** é aquele que não possui dimensões desprezíveis quando comparado ao referencial adotado.



Fonte: Google Imagens

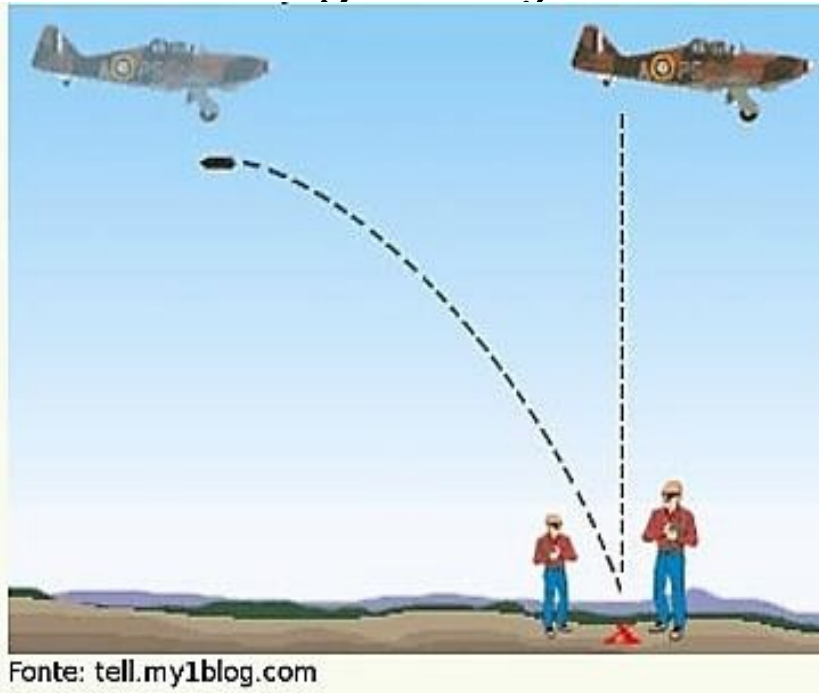
➤ MOVIMENTO E REPOUSO

- **Movimento:** Um corpo está em movimento quando a distância entre este corpo e o referencial adotado varia com o tempo.
- **Repouso:** Um corpo está em repouso quando a distância entre este corpo e o referencial não varia com o tempo.



➤ **TRAJETÓRIA**

Até mesmo a trajetória – caminho seguido por um móvel – depende do referencial adotado. Na fig. abaixo, a trajetória do objeto abandonado depende de qual referencial estamos adotando. Se o referencial é o piloto do avião a trajetória é uma **RETA**, mas se adotarmos como referencial alguém fixo na terra, a trajetória será uma **PARÁBOLA**.



2.3 *Posição e Deslocamento*

2.3 Posição e Deslocamento

Movimento Retilíneo

- **Deslocamento:** É uma variação da posição; envolve apenas a posição inicial e final. É uma grandeza vetorial.

$$\Delta x = x_f - x_i$$

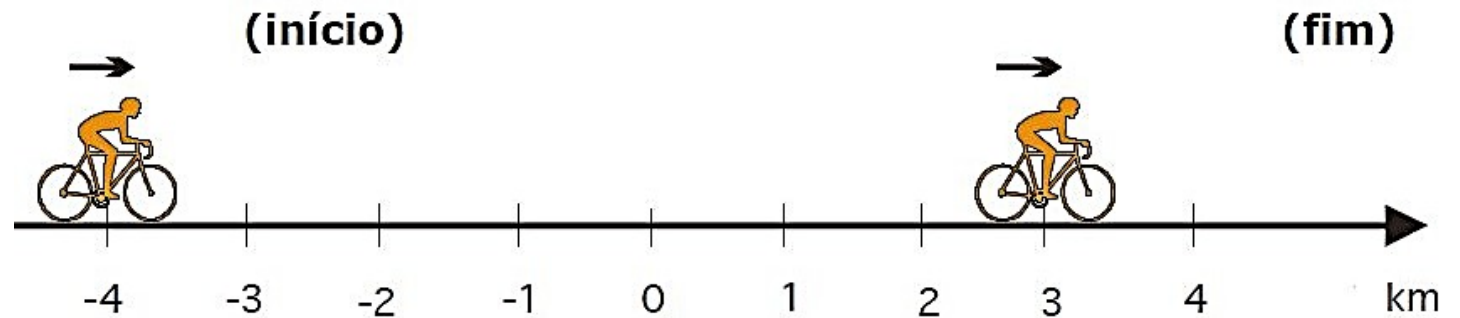
(1)

- $\Delta x > 0$, indica que o movimento é no sentido positivo.
- $\Delta x < 0$, indica que o movimento é no sentido negativo.



OBS: Deslocamento é diferente de distância total percorrida.

EXEMPLO: Suponha que o ciclista abaixo, parte da posição inicial de -4 km e de repente ao chegar na posição de 3 km ele faça a curva retornando à posição de -4 km. Para esta situação, qual o deslocamento sofrido pelo ciclista? E a distância total percorrida?



Fonte: Google Imagens

RESOLUÇÃO:

O deslocamento é dado por: $\Delta x = x_f - x_i = -4 - (-4) = 0$ km

Já a distância total percorrida é: distância total = 14km

2.4 Velocidade Média e Velocidade Escalar Média

*2.4 Velocidade Média e
Velocidade Escalar Média*

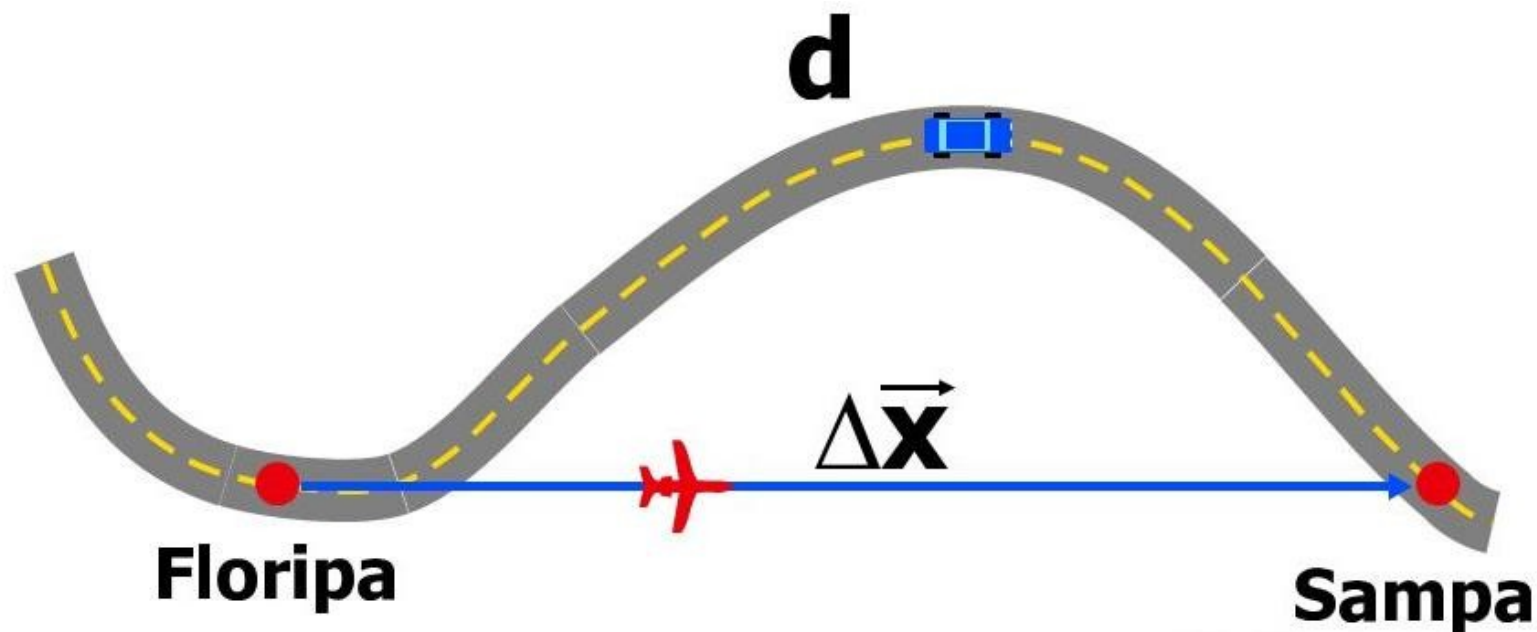
Velocidade Média e Velocidade Escalar Média

- *Veloc. Média:* É a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo durante o qual este deslocamento ocorre. A velocidade média tem o mesmo sinal que o deslocamento.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2)$$

- *Veloc. Escalar Média:* É a razão entre a distância total percorrida e o tempo gasto no percurso. É uma grandeza escalar, que não fornece nenhuma informação a respeito da direção do deslocamento.

$$S_{\text{méd}} = \frac{\text{distância total}}{\Delta t} \quad (3)$$

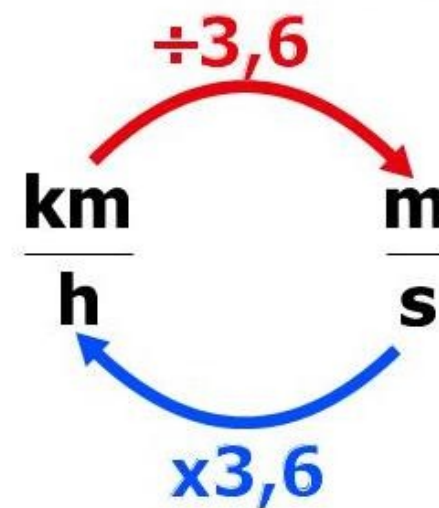


Velocidade Escalar Média

$$\mathbf{v}_m = \frac{d}{\Delta t}$$

Velocidade Vetorial Média

$$\vec{\mathbf{v}}_m = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$



Fonte: Google Imagens

2.5 *Velocidade Escalar Instantânea*

2.5 *Velocidade Escalar Instantânea*

Velocidade Escalar Instantânea

- **Velocidade Instantânea:** Se refere a quão rapidamente uma partícula está se movendo em um dado instante. É obtida a partir da velocidade média reduzindo Δt até torna-lo próximo de zero.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (4)$$

- Quando Δt diminui, a velocidade média se aproxima cada vez mais de um valor limite, que é a velocidade instantânea.
- A velocidade instantânea é a taxa na qual a posição varia com o tempo em um dado instante, isto é, v é a derivada de x com relação a t .

2.6 *Aceleração*

2.6 Aceleração

Aceleração

- **Aceleração média:** Aceleração média é a razão entre a variação da velocidade e a variação do tempo.

$$a_{\text{méd}} \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (5)$$

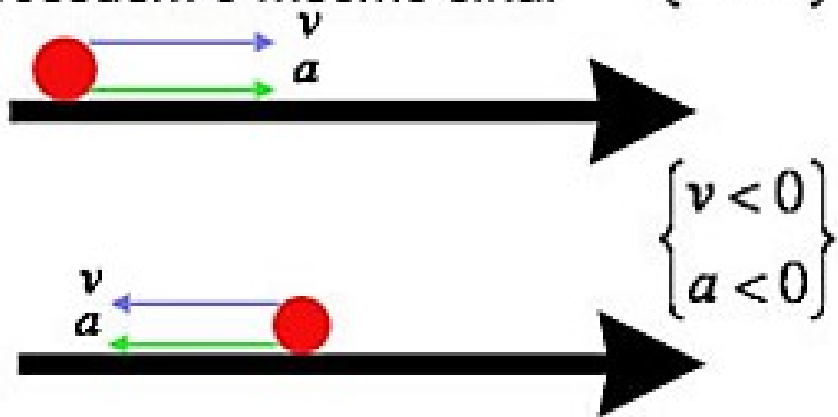
- **Aceleração Instantânea:**

$$a \equiv a(t) = \frac{dv}{dt} \equiv \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) \equiv \frac{d^2x}{dt^2} \quad (6)$$

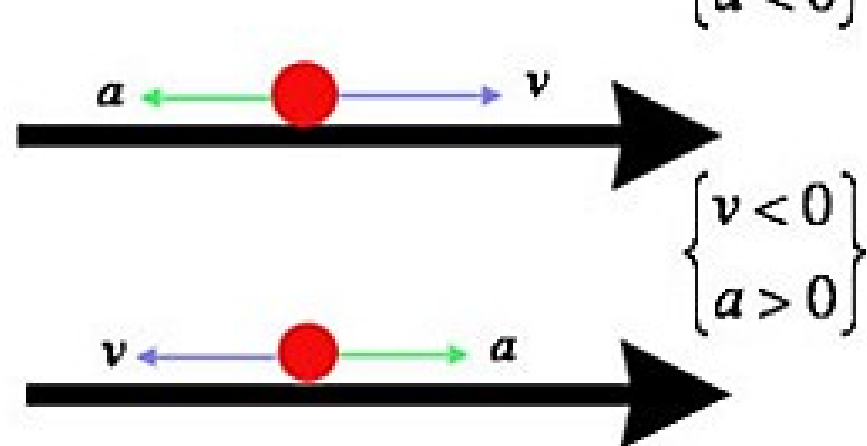
- ✓ A unidade de aceleração no SI é o m/s^2 .

- **Observação:** Se os sinais da velocidade e da aceleração de uma partícula são iguais, a velocidade escalar da partícula aumenta. Se os sinais são opostos, a velocidade escalar diminui.

Movimento acelerado: aceleração e velocidade possuem o mesmo sinal



Movimento retardado: aceleração e velocidade possuem sinais diferentes



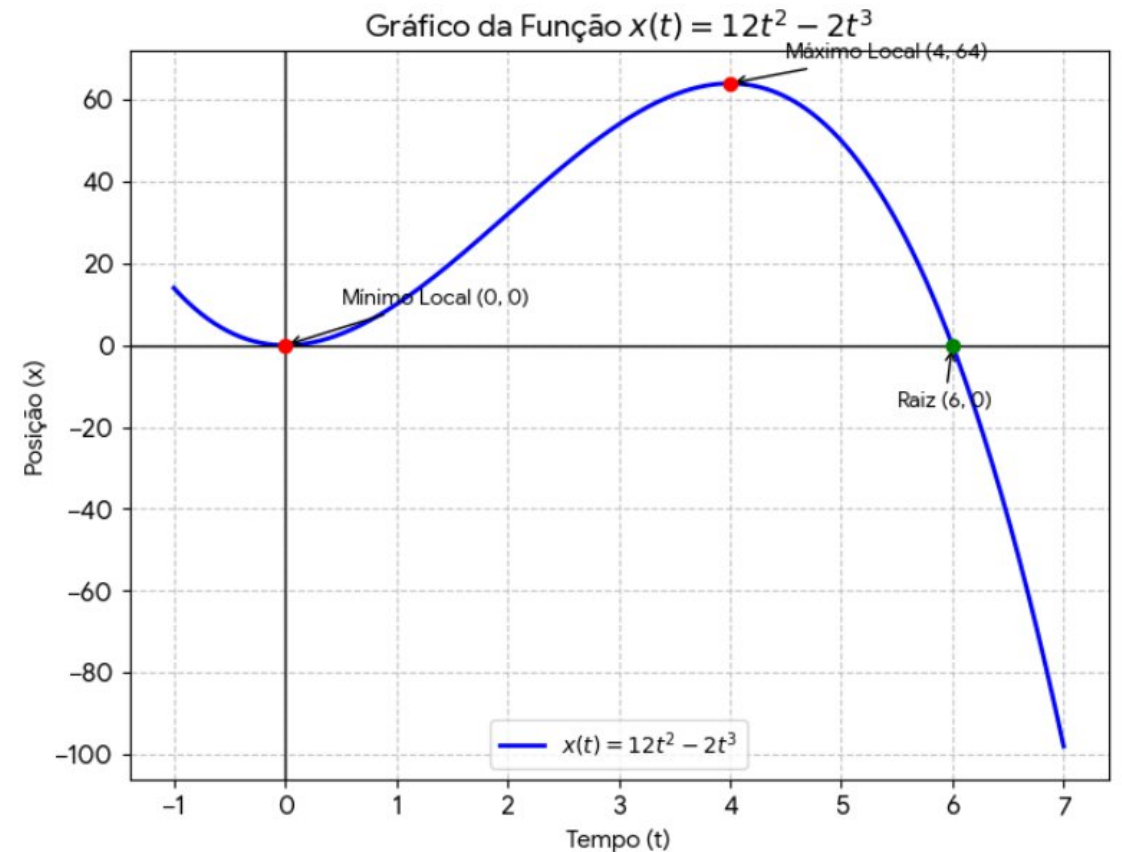
Fonte: Google Imagens

Exercícios

A posição de uma partícula movendo-se ao longo do eixo x , é dado por $x(t) = 12t^2 - 2t^3$.

Determine:

- A posição da partícula em $t = 3s$.
- A velocidade da partícula no instante $t = 3s$.
- A aceleração da partícula no instante $t = 3s$.
- Qual a coordenada positiva máxima alcançada pela partícula e em que instante de tempo ela é alcançada?
- Qual a velocidade positiva máxima alcançada pela partícula e em que instante de tempo ela é alcançada?
- Determine a $V_{méd.}$ da partícula entre $t = 0s$ e $t = 3s$.



Exercícios

As equações a seguir fornecem a posição $x(t)$ de uma partícula em 04 casos:

1) $x(t) = 3t - 2.$ 2) $x(t) = -4t^2 - 2.$

3) $x(t) = 2/t^2.$ 4) $x(t) = 2.$

- a) *Em que caso a velocidade V da partícula é constante?*
b) *Em que caso a velocidade V é no sentido negativo do eixo x ?*

Exercícios

Uma borboleta se move ao longo do eixo X. Qual é o sinal da aceleração do animal se está se movendo,

- a) No sentido positivo com velocidade escalar crescente?*
- b) No sentido positivo com velocidade escalar decrescente?*
- c) No sentido negativo com velocidade escalar crescente?*
- d) No sentido negativo com velocidade escalar decrescente?*

Exercícios

Depois de dirigir um carro em uma estrada retilínea por 8,4 Km a 70Km/h, você para por falta de gasolina. Nos 30 minutos seguintes, você caminha por mais 2 km ao longo da estrada até chegar a um posto de gasolina.

- a) Qual foi o deslocamento total, do início da viagem até chegar ao posto de gasolina?
- b) Qual o intervalo de tempo entre o início da viagem e o instante em que você chega ao posto?
- c) Qual é a velocidade média do início da viagem até a chegada ao posto de gasolina?
- d) Suponha que para encher um botijão de gasolina e caminhar de volta para o carro você leva 45min. Qual é a velocidade escalar média do início da viagem até o momento em que você chega de volta ao lugar onde deixou o carro?

➤ **A posição de uma partícula movendo-se ao longo do eixo x , é dado por**

$$x(t) = 4 - 27t + t^3.$$

- a) *Encontre a função velocidade e aceleração da partícula.*
 - b) *Existe algum instante para o qual $v = 0$?*
 - c) *Descreva o movimento da partícula para $t \geq 0$.*
- **Ao avistar um carro da polícia rodoviária, você freia de uma velocidade de 100km/h para uma velocidade de 80km/h durante um deslocamento de 88m com uma aceleração constante.**
- d) *Qual é esta aceleração?*
 - e) *Quanto tempo é necessário para se obter a correspondente redução de velocidade?*

2.7 ***Aceleração Constante: Um caso Especial***

2.7 Aceleração Constante: Um caso Especial

Aceleração Constante

Quando a aceleração é constante, o valor médio e o valor instantâneo são iguais.

$$a(t) = a_{\text{méd}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$



v_0 é a velocidade no instante $t = 0$ e v é a velocidade em um instante de tempo posterior t . Explicitando v , obtemos:

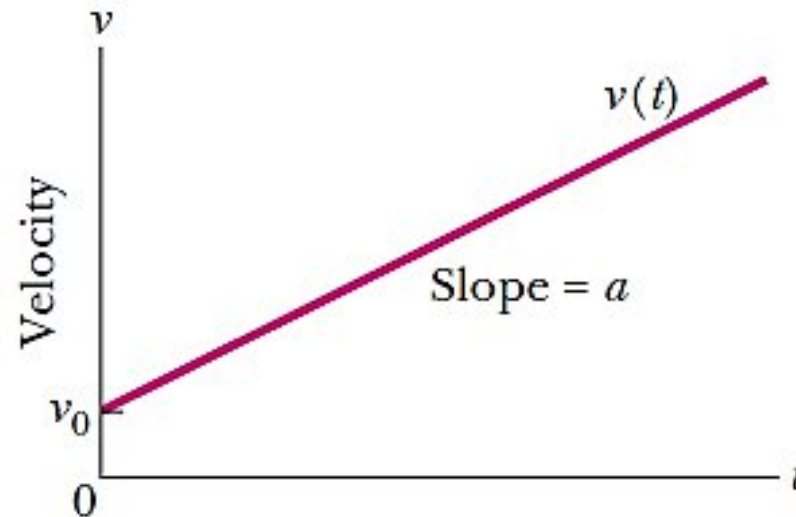
$$a = \frac{v - v_0}{t - 0} \quad \rightarrow \quad v = v_0 + at \quad (7)$$

Verificando...

$$v = v_0 + at \quad \left\{ \begin{array}{l} v: \text{velocidade em um instante qualquer (m/s);} \\ v_0: \text{velocidade inicial (m/s);} \\ a_m: \text{aceleração média (m/s}^2\text{);} \\ t: \text{tempo(s).} \end{array} \right.$$

✓ Para $t = 0$, temos que $v = v_0$.

✓ Veja que: $a = \frac{dv}{dt}$



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

De forma análoga, podemos escrever que:

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

x_0 é a posição no instante $t = 0$ e x é a posição em um instante de tempo posterior t . Explicitando x , obtemos:

$$v_{\text{méd}} = \frac{x - x_0}{t - 0} \quad \rightarrow \quad x = x_0 + v_{\text{méd}}t \quad (8)$$

Onde $v_{\text{méd}}$ é a velocidade média entre $t = 0$ e um instante de tempo posterior t .

A velocidade média $v_{méd}$ entre $t = 0$ e um instante de tempo posterior t é dado por:

$$v_{média} = \frac{1}{2}(v_0 \pm v) \quad (9)$$

Substituindo a eq. (7) na eq. (9), obtemos:

$$v_{média} = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + at) \quad \rightarrow \quad v_{média} = v_0 + \frac{1}{2}(at) \quad (10)$$

Isolando $v_{méd}$ na eq. (8), obtemos:

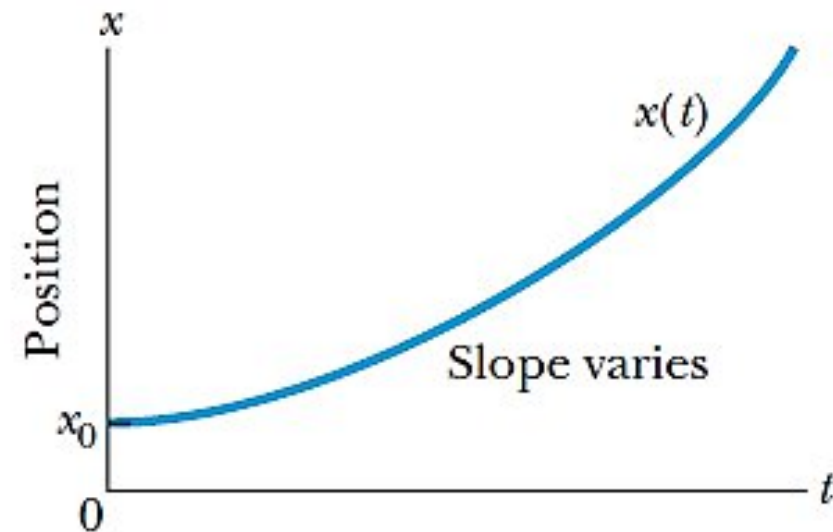
$$x = x_0 + v_{méd}t \quad \rightarrow \quad v_{méd} = \frac{x - x_0}{t} \quad (11)$$

Igualando a eq. (10) e (11) e isolando x obtemos:

$$\frac{x - x_0}{t} = v_0 + \frac{1}{2}at \quad \rightarrow \quad x = x_0 + v_0t + (1/2)at^2 \quad (12)$$

✓ *Para $t = 0$, temos que $x = x_0$*

✓ *Veja que: $\frac{dx}{dt} = v_0 + at$*



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Abaixo temos as equações básicas do movimento com aceleração constante.

| Equation Number | Equation | Missing Quantity |
|-----------------|------------------------------------|------------------|
| 2-11 | $v = v_0 + at$ | $x - x_0$ |
| 2-15 | $x - x_0 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ | v |
| 2-16 | $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ | t |
| 2-17 | $x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$ | a |
| 2-18 | $x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$ | v_0 |

EQUAÇÃO DE TORRICELLI: A equação de Torricelli relaciona a velocidade escalar com a posição, sem envolver o tempo.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$



Fonte: [efeitojoule.com](http://www.efeitojoule.com)

Organizando as ideias...

❖ **MOVIMENTO UNIFORME (M.U.)**

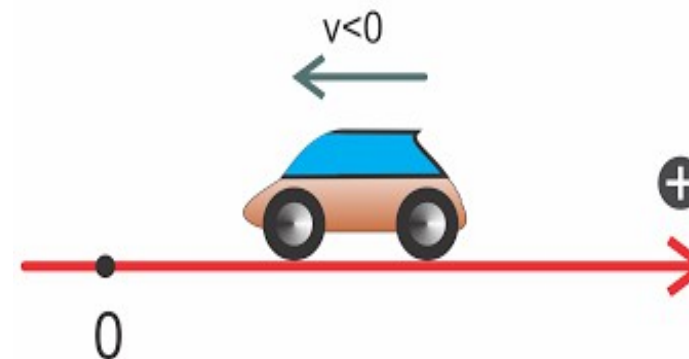
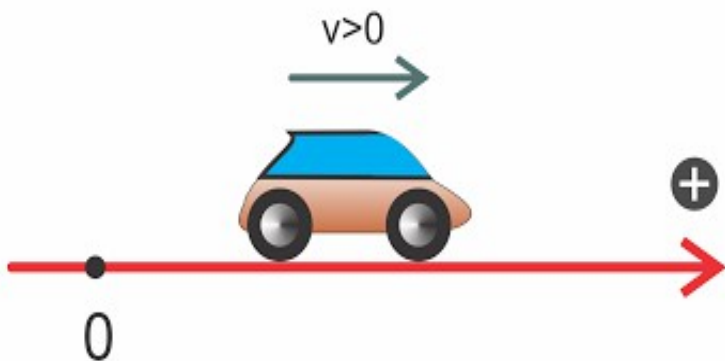
➤ *FUNÇÃO HORÁRIA DO M.U.*

É uma equação do 1º grau, que expressa a posição de um móvel em função do tempo.

$$x = x_0 + v \cdot t$$

➤ TIPOS DE MOVIMENTOS

- ✓ **MOVIMENTO PROGRESSIVO:** É o movimento em que o móvel caminha a favor da orientação positiva da trajetória.
- ✓ **MOVIMENTO REGRESSIVO (RETRÓGRADO):** É o movimento em que o móvel caminha contra a orientação positiva da trajetória.



Fonte: Google Imagens

Exercícios

EXEMPLO: Um carro obedece a seguinte função horária:

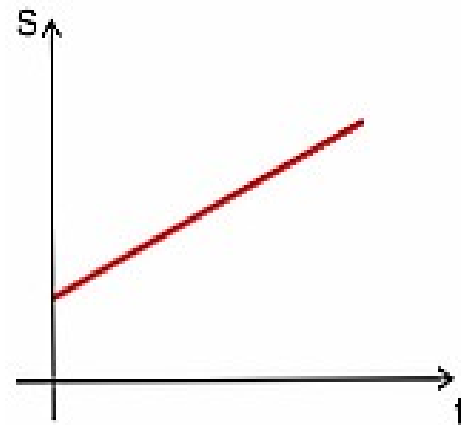
$$x(t) = 15 - 2t$$

Determine:

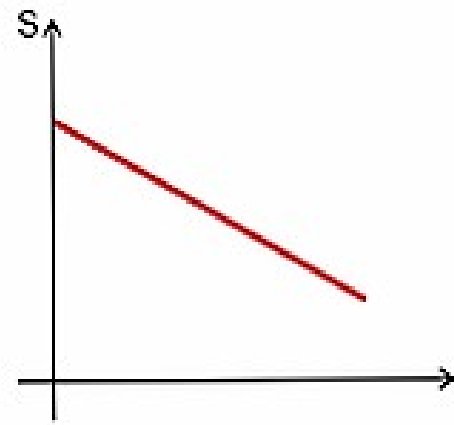
- (a) O espaço inicial do carro;*
- (b) A velocidade escalar do carro;*
- (c) O tipo de movimento;*
- (d) A posição final no instante $t = 5\text{s}$; e*
- (e) O instante em que passa pela origem dos espaços.*

➤ GRÁFICOS DO MOVIMENTO UNIFORME

- ✓ **GRÁFICOS $s \times t$ (gráfico da posição versus tempo):** reta inclinada com relação aos eixos. Em (a), o espaço s cresce com o tempo: **velocidade escalar positiva**. Já em (b), o espaço s decresce com o tempo: **velocidade escalar negativa**.



Movimento
progressivo
(a)



Movimento
retrógrado
(b)

✓ **GRÁFICOS $v \times t$ (gráfico da velocidade versus tempo):**
Função constante e não nula, logo, o gráfico será uma reta paralela em relação ao eixo dos tempos. Em (c), a velocidade v é **positiva e constante**. Já Em (d), a velocidade v é **negativa e constante**.



Movimento progressivo

(c)

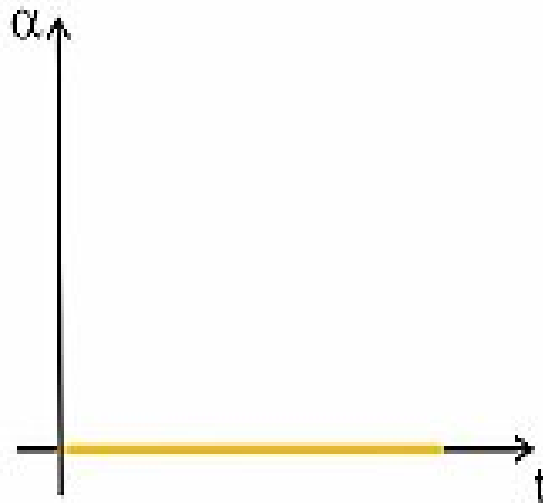


Movimento retrógrado

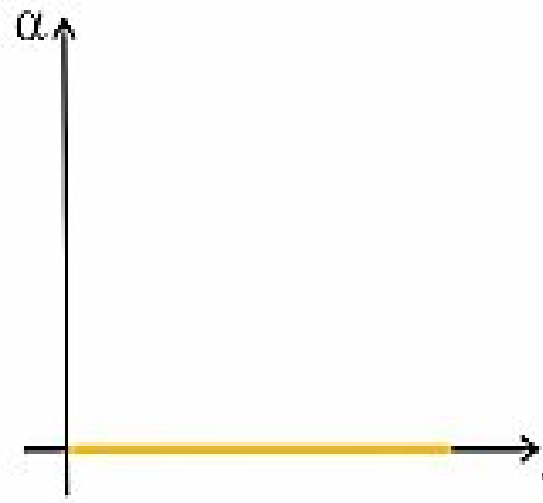
(d)

Fonte: Google Imagens

- **GRÁFICOS $a \times t$ (gráfico da aceleração versus tempo):**
Função constante e nula, logo, o gráfico é uma reta que coincide com o eixo dos tempos.



Movimento
progressivo
(e)



Movimento
retrógrado
(f)

Fonte: Google Imagens

❖ MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO (M.U.V.)

➤ FUNÇÃO HORÁRIA DO M.U.V.

É uma equação do 1º grau, que expressa a velocidade de um móvel em função do tempo.

$$v = v_0 + at$$

➤ FUNÇÃO HORÁRIA DO M.U.V.

É uma equação do 2º grau, que expressa a posição de um móvel em função do tempo.

$$x = x_0 + v_0t + (1/2)at^2$$

➤ TIPOS DE MOVIMENTOS

- ✓ **MOVIMENTO ACELERADO:** Quando *velocidade e aceleração* estão no mesmo sentido, o módulo da velocidade aumenta com o passar do tempo.

Propriedade: v e a têm o mesmo sinal.



Quando um objeto é abandonado em **queda livre**, a favor da **aceleração da gravidade**, o movimento também é classificado como **acelerado**, pois ocorre aumento no valor da **velocidade**.

Fonte: Google Imagens

➤ TIPOS DE MOVIMENTOS

- ✓ **MOVIMENTO RETARDADO:** Quando *velocidade e aceleração apresentam sentidos opostos, o módulo da velocidade diminui com o passar do tempo.*

Propriedade: *v e a têm sinais contrários.*



Quando um motorista aciona os freios de um carro, por exemplo, o movimento executado é do tipo retardado, pois ocorre diminuição de velocidade.

Fonte: Google Imagens

Exercícios

EXEMPLO: Um carro obedece a seguinte função horária:

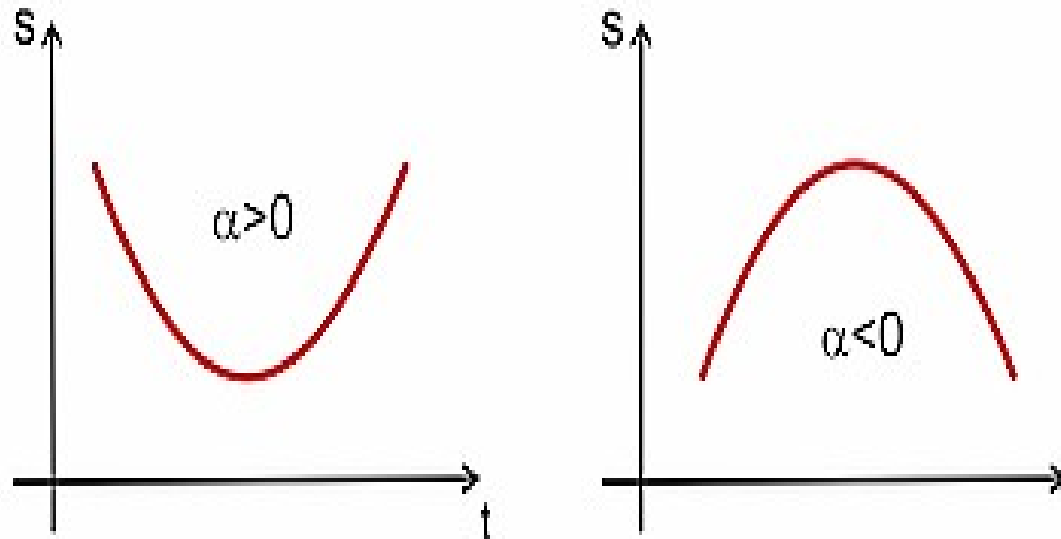
$$v = 20 + 5t$$

Determine:

- (a) A velocidade inicial do carro;*
- (b) A aceleração do carro;*
- (c) O tipo de movimento (acelerado ou retardado); e*
- (d) A velocidade final no instante $t = 4\text{s}$.*

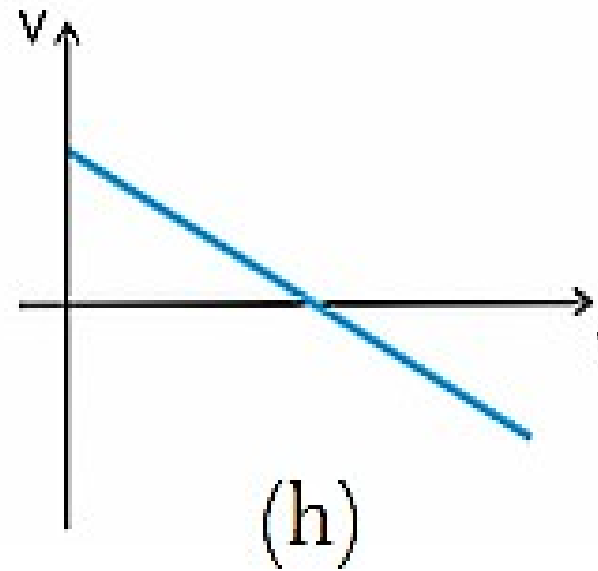
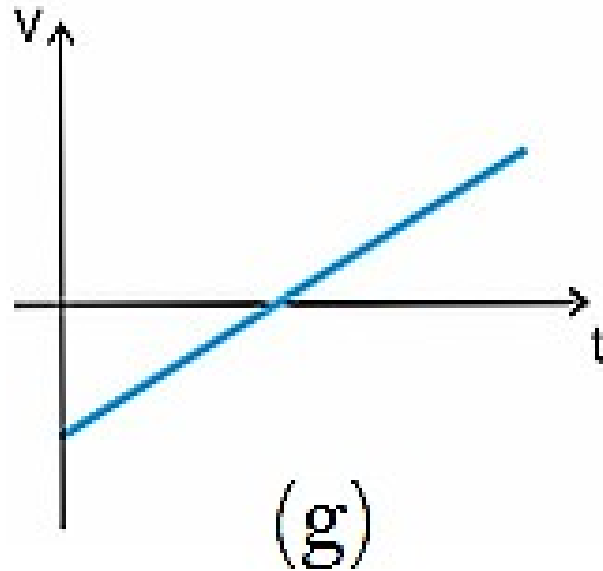
➤ GRÁFICOS DO MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

✓ **GRÁFICOS $s \times t$ (gráfico da posição versus tempo):** função do segundo grau em t , logo, o gráfico é uma parábola.



Fonte: Google Imagens

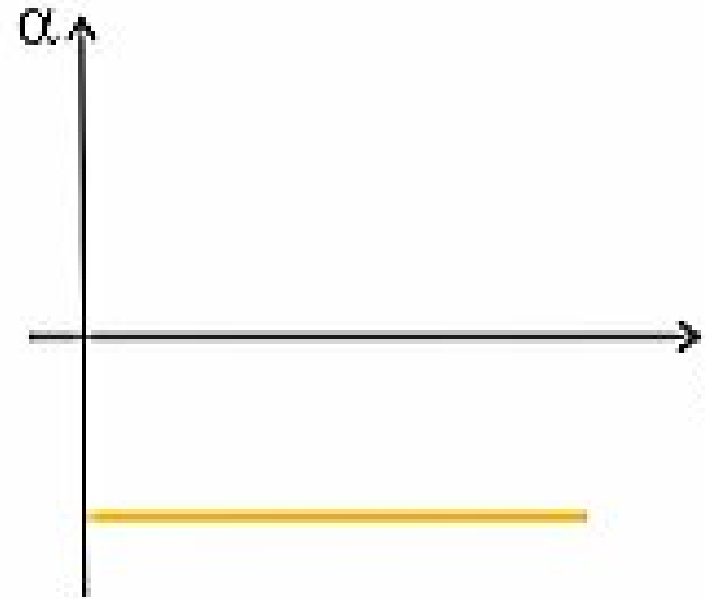
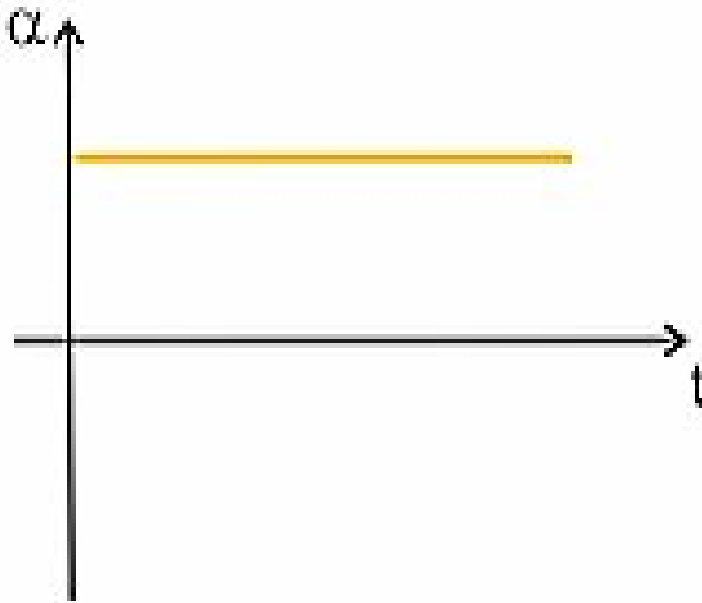
✓ **GRÁFICOS $v \times t$ (gráfico da velocidade versus tempo):**
função do primeiro grau em t , logo, o gráfico é uma reta inclinada em relação aos eixos.



Fonte: Google Imagens

✓ **GRÁFICOS $a \times t$ (gráfico da aceleração versus tempo):**

função constante e não nula, logo, o gráfico é uma reta paralela em relação aos eixos dos tempos.



Fonte: Google Imagens

2.8 *Mais sobre
aceleração constante*

*2.8 Mais sobre aceleração
constante*

Mais sobre aceleração constante

Vamos agora demonstrar a equação abaixo utilizando o **cálculo diferencial e integral**:

Demonstração: $v = v_0 + at$

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow dv = a dt \rightarrow \int dv = a \int dt \rightarrow v = at + C$$

Para determinar a constante de integração C , fazemos $t = 0$, instante no qual $v = v_0$.

$$v_0 = a(0) + C \rightarrow v_0 = C$$



$$v = v_0 + at$$

Vamos agora demonstrar a equação abaixo utilizando o cálculo diferencial e integral:

Demonstração:

$$x = x_0 + v_0t + (1/2)at^2$$

$$v = \frac{dx}{dt} \rightarrow dx = v dt \rightarrow \int dx = v \int dt$$

$$\int dx = \int (v_0 + at) dt \rightarrow \int dx = \int v_0 dt + a \int t dt$$

$$x = v_0t + (1/2)at^2 + C'$$

Para determinar C' , fazemos $t = 0$, instante no qual $x = x_0$.

$$x_0 = v_0(0) + (1/2)a(0)^2 + C' \rightarrow x_0 = C'$$



$$x = x_0 + v_0t + (1/2)at^2$$

2.9 *Aceleração em Queda Livre*

2.9 Aceleração em Queda Livre

- ✓ *Objetos em queda livre são aqueles que caem sem estarem submetidos a nenhuma força, a não ser o próprio peso.*
- ✓ *Para esses objetos é usado o modelo de aceleração constante, com “a” substituído por “-g”, onde $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ no caso de objetos próximos da superfície da Terra.*
- ✓ *Uma pena e uma maçã em queda livre sofrem a mesma aceleração.*



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.



[HTTP://WWW.EFEITOJOLE.COM/](http://www.efeitojoule.com/)



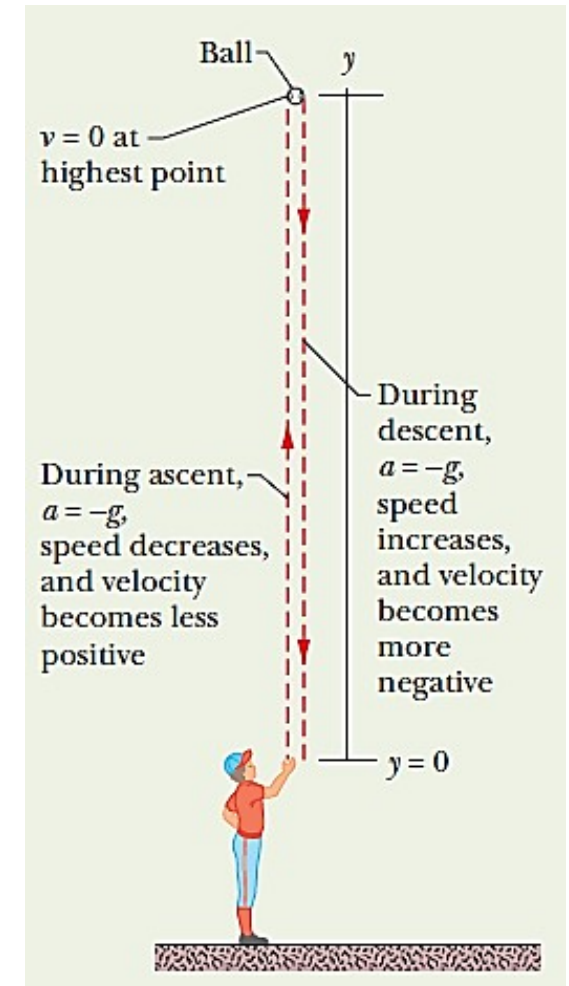
#bbc #HumanUniverse

Brian Cox visits the world's biggest vacuum | Human Universe - BBC

Exercícios

Um lançador arremessa uma bola de beisebol para cima ao longo do eixo y , com uma velocidade inicial de 12 m/s .

- (a) Quanto tempo a bola leva para atingir a altura máxima?
- (b) Qual é a altura máxima alcançada pela bola em relação ao ponto de lançamento?
- (c) Quanto tempo a bola leva para atingir um ponto 5 m acima do ponto inicial?

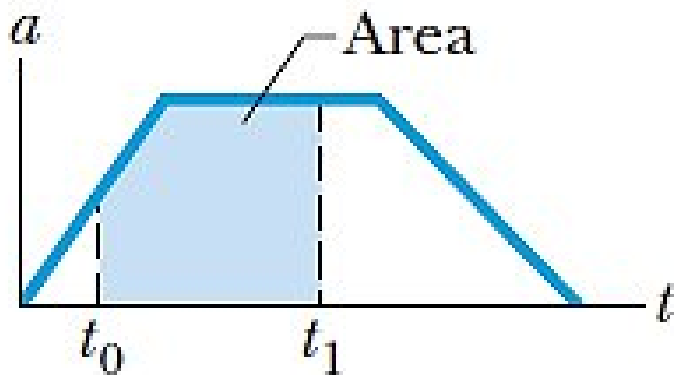


Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

2.10 Integração de Gráficos em Análise de Movimento

Integração de Gráficos em Análise de Movimento

- ✓ Quando temos um gráfico da aceleração de um objeto em função do tempo, podemos integrar o gráfico para obter a velocidade do objeto em qualquer instante dado.



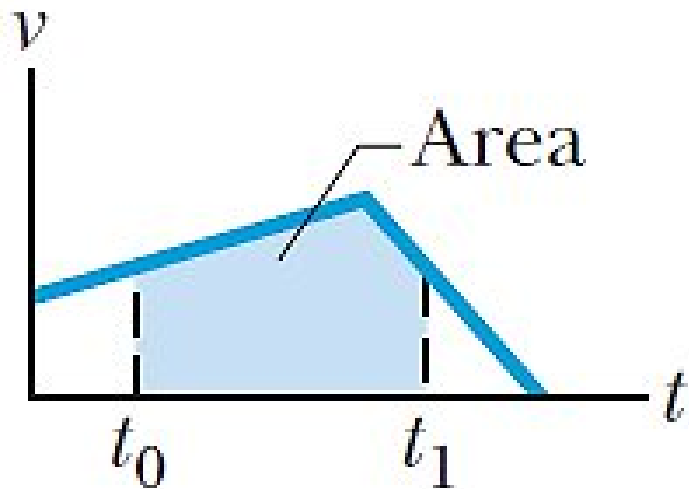
$$a(t) = \frac{dv}{dt} \rightarrow dv = a(t) dt \rightarrow \int_{v_0}^{v_1} dv = \int_{t_0}^{t_1} a(t) dt$$

$$v_1 - v_0 = \int_{t_0}^{t_1} a(t) dt$$

Esta área é igual a variação da velocidade.

- ✓ Quando temos um gráfico da velocidade de um objeto em função do tempo, podemos integrar o gráfico para obter a posição do objeto em qualquer instante dado.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} \rightarrow dx = v(t) dt \rightarrow \int_{x_0}^{x_1} dx = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$



$$x_1 - x_0 = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$

Esta área é igual a variação da posição.



Obrigado!!!

Cap. 3: Vetores

Cap. 3: Vetores

Seções de estudo

- ✓ 3.1 Contextualizando a Física
- ✓ 3.2 Vetores e Escalares
- ✓ 3.3 Soma Geométrica de Vetores
- ✓ 3.4 Componentes de Vetores
- ✓ 3.5 Vetores Unitários
- ✓ 3.6 Soma de Vetores a partir das componentes
- ✓ 3.7 Vetores e as Leis da Física
- ✓ 3.8 Multiplicação de Vetores



Fonte: Livro da Moderna Plus - Física

3.1 *Contextualizando a Física*

3.1 Contextualizando a Física

Contextualizando a Física

- ✓ Revisaremos a linguagem básica dos vetores.
- ✓ Qualquer tipo de navegação se baseia em vetores.
- ✓ O GPS é um sistema de radio navegação baseado em satélites que permite ao usuário saber a sua localização em qualquer ponto do globo terrestre através de sua posição relativa a um determinado grupo desses satélites.
- ✓ A física e a engenharia também usam vetores para descrever fenômenos que envolvem rotações e forças em geral.



Fonte: Livro da Moderna Plus - Física

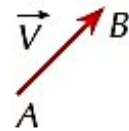
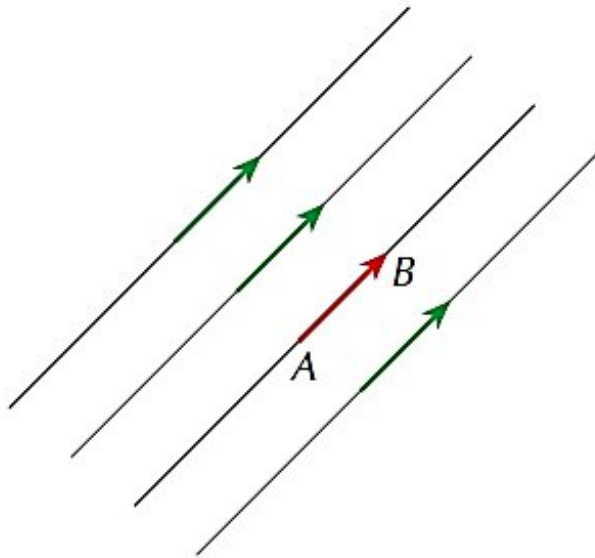
3.2 *Vetores e Escalares*

3.2 Vetores e Escalares

Vetores e Escalares

Uma grandeza física é tudo aquilo que pode ser medido.

- ✓ **Grandeza Escalar:** **Ex:** Massa, tempo, temperatura, comprimento, volume, etc.
- ✓ **Grandeza Vetorial:** **Ex:** Deslocamento, velocidade, aceleração, força, etc.



Notação {
vetor: \vec{V}
módulo do
vetor: $|\vec{V}|$ ou V

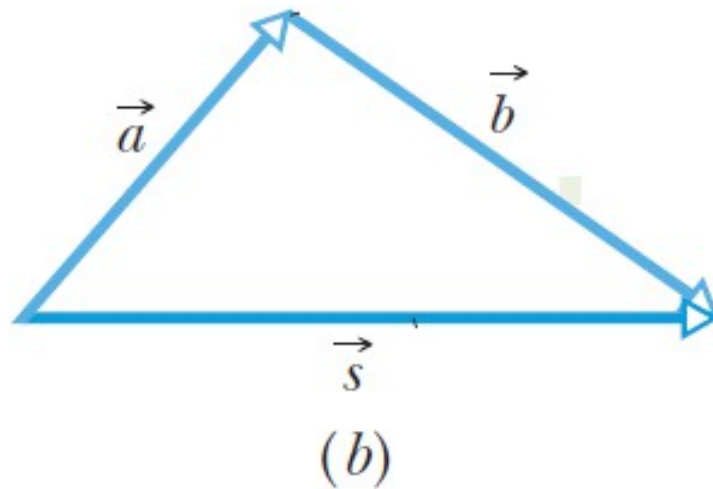
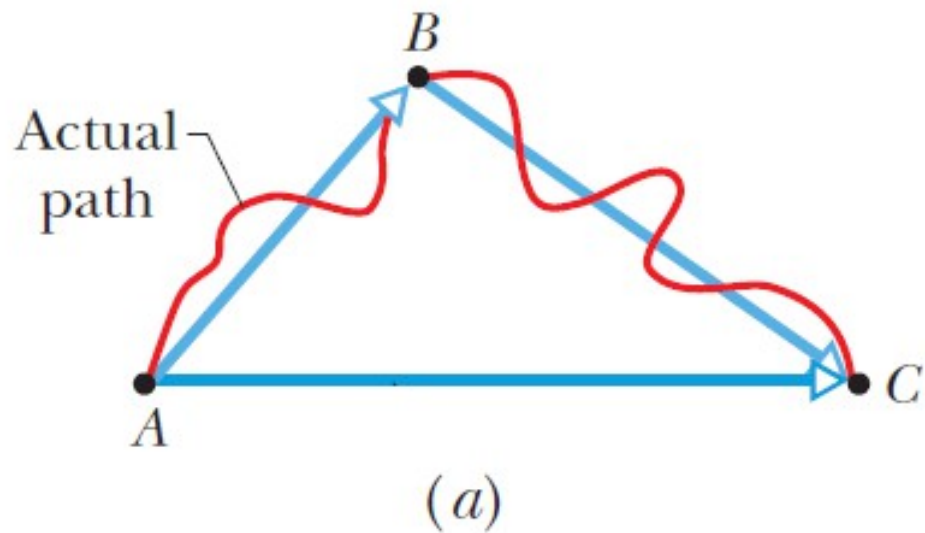
Fonte: Livro da Moderna Plus - Física

3.3 *Soma Geométrica de Vetores*

3.3 Soma Geométrica de Vetores

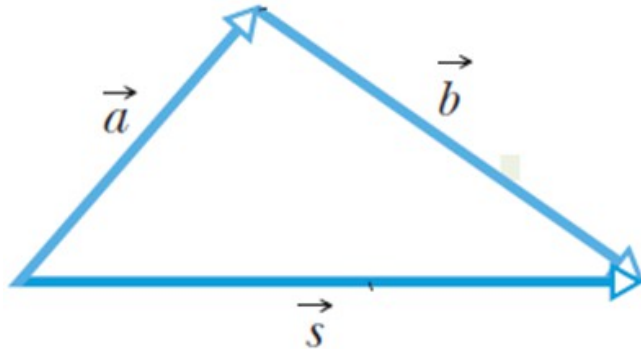
Soma Geométrica de Vetores

Suponha que uma partícula se desloque de A para B e, depois, de B para C . Podemos representar o deslocamento total através de dois vetores deslocamentos sucessivos, AB e BC . O **deslocamento total** é um único deslocamento de A para C .



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Chamamos AC de *vetor soma* (ou **vetor resultante**) dos vetores AB e BC . Este tipo de soma não é uma soma algébrica comum.



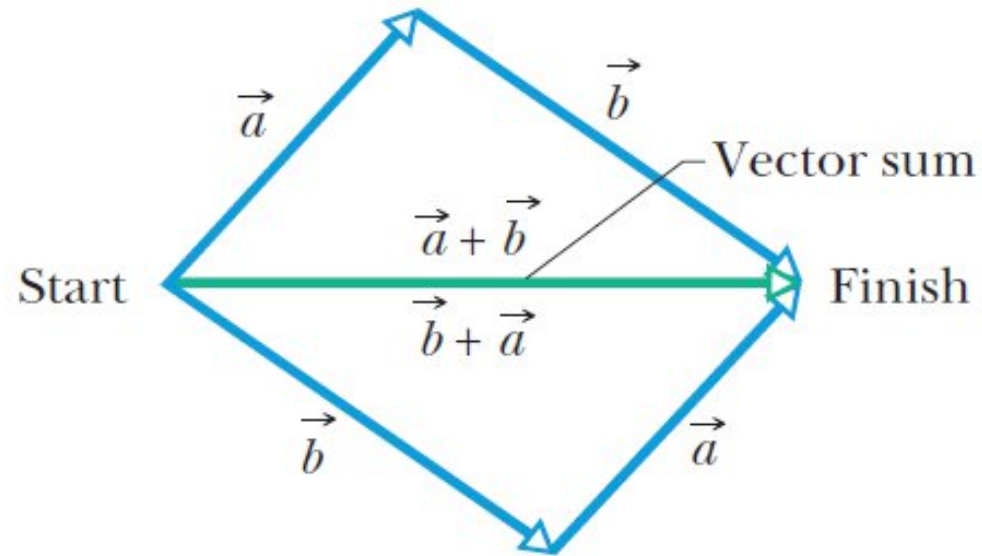
- ✓ Para somar \vec{a} e \vec{b} , faça a origem de \vec{b} coincidir com a extremidade de \vec{a} .
- ✓ Para obter o vetor resultante, ligue a origem de \vec{a} à extremidade de \vec{b} .

Podemos representar a relação entre os três vetores por meio da equação vetorial:

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$$

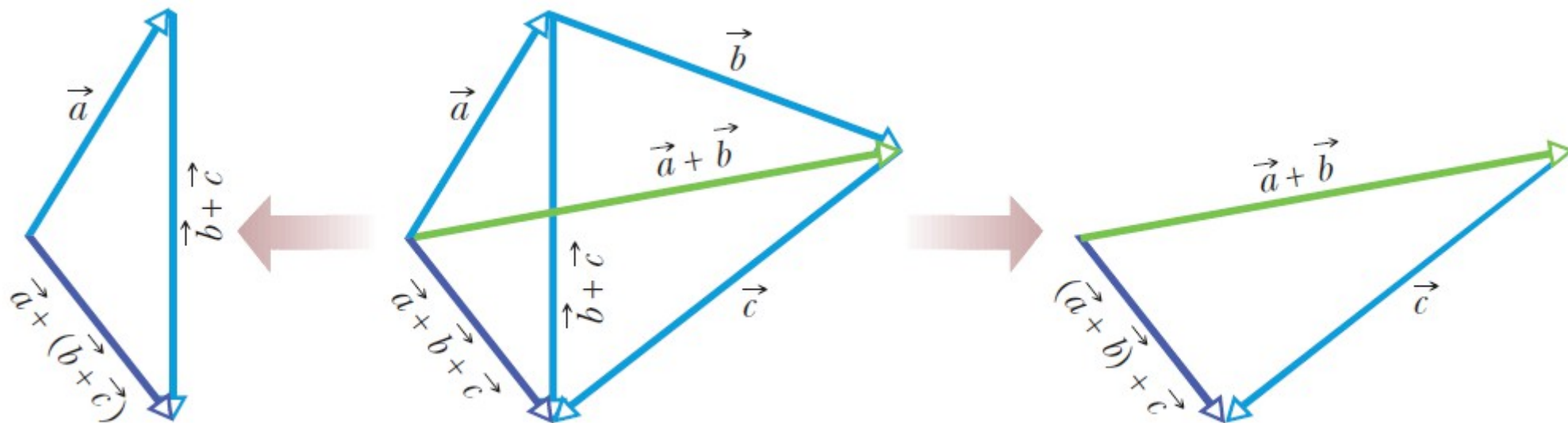
Propriedades da soma Geométrica de Vetores

- ✓ **Lei Comutativa:** A ordem em que os vetores são somados é irrelevante.



$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

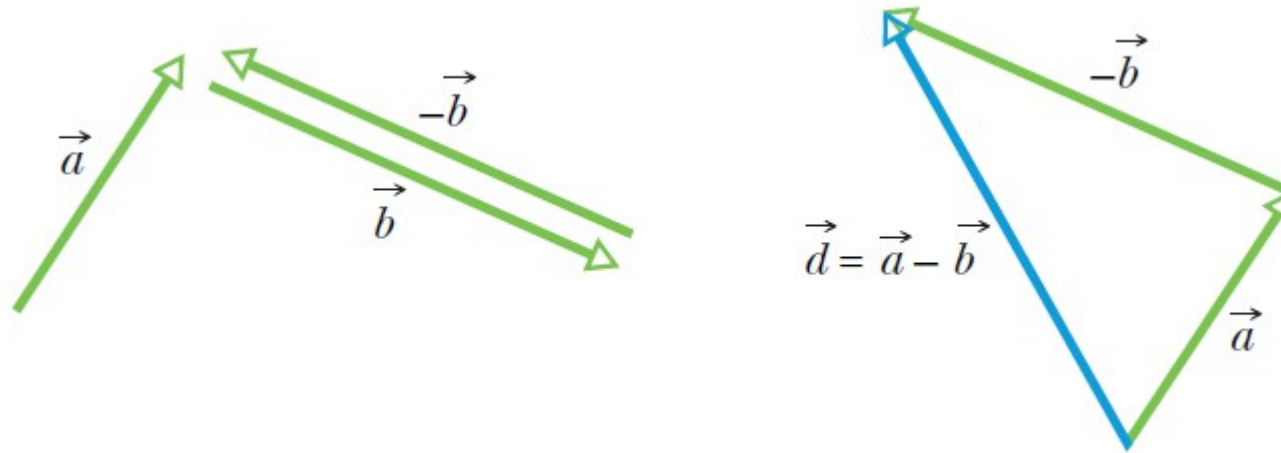
- ✓ **Lei Associativa:** Quando existe mais de dois vetores, podemos agrupá-los em qualquer ordem para somá-los.



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

O vetor $-\vec{b}$ é um vetor com mesmo módulo e direção de \vec{b} , mas sentido oposto. A soma dos dois vetores é:



$$\vec{b} + (-\vec{b}) = 0$$

Assim, somar $-\vec{b}$ é o mesmo que subtrair \vec{b} . Usamos essa propriedade para definir a diferença entre dois vetores:

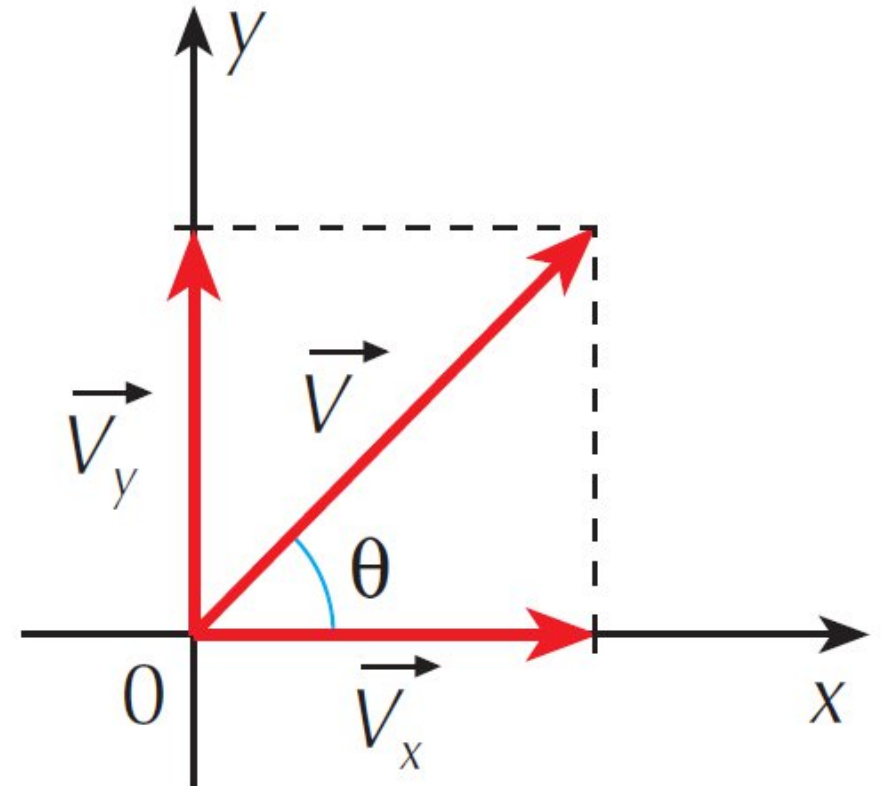
$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

3.4 *Componentes de Vetores*

3.4 Componentes de Vetores

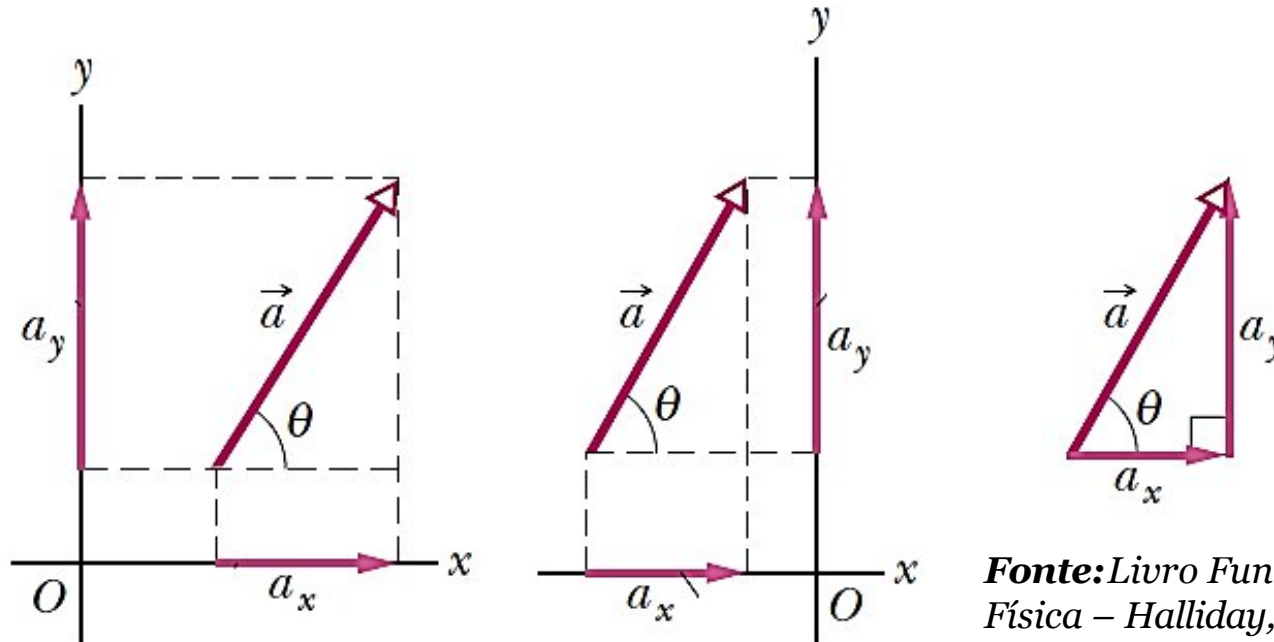
Componentes de Vetores

- ✓ Somar vetores algebricamente pode ser uma tarefa tediosa.
- ✓ Uma técnica mais elegante e mais simples envolve o uso da álgebra.
- ✓ Os vetores precisam ser representados em um sistema de coordenadas retangulares.



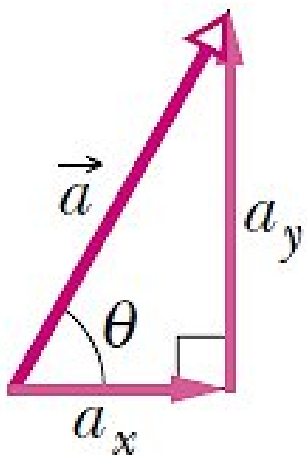
Fonte: Livro da Moderna Plus - Física

- ✓ Uma componente de um vetor é a projeção de um vetor em um eixo.
- ✓ A projeção de um vetor no eixo x é chamada de componente x do vetor;
- ✓ A projeção no eixo y recebe o nome de componente y .
- ✓ O processo de obter as componentes de um vetor é chamado de **decomposição do vetor**.
- ✓ Na figura, a_x e a_y são positivos porque \vec{a} aponta no sentido positivo dos dois eixos.



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

- ✓ Podemos determinar geometricamente as componentes de \vec{a} a partir do triângulo retângulo mostrado na figura abaixo:

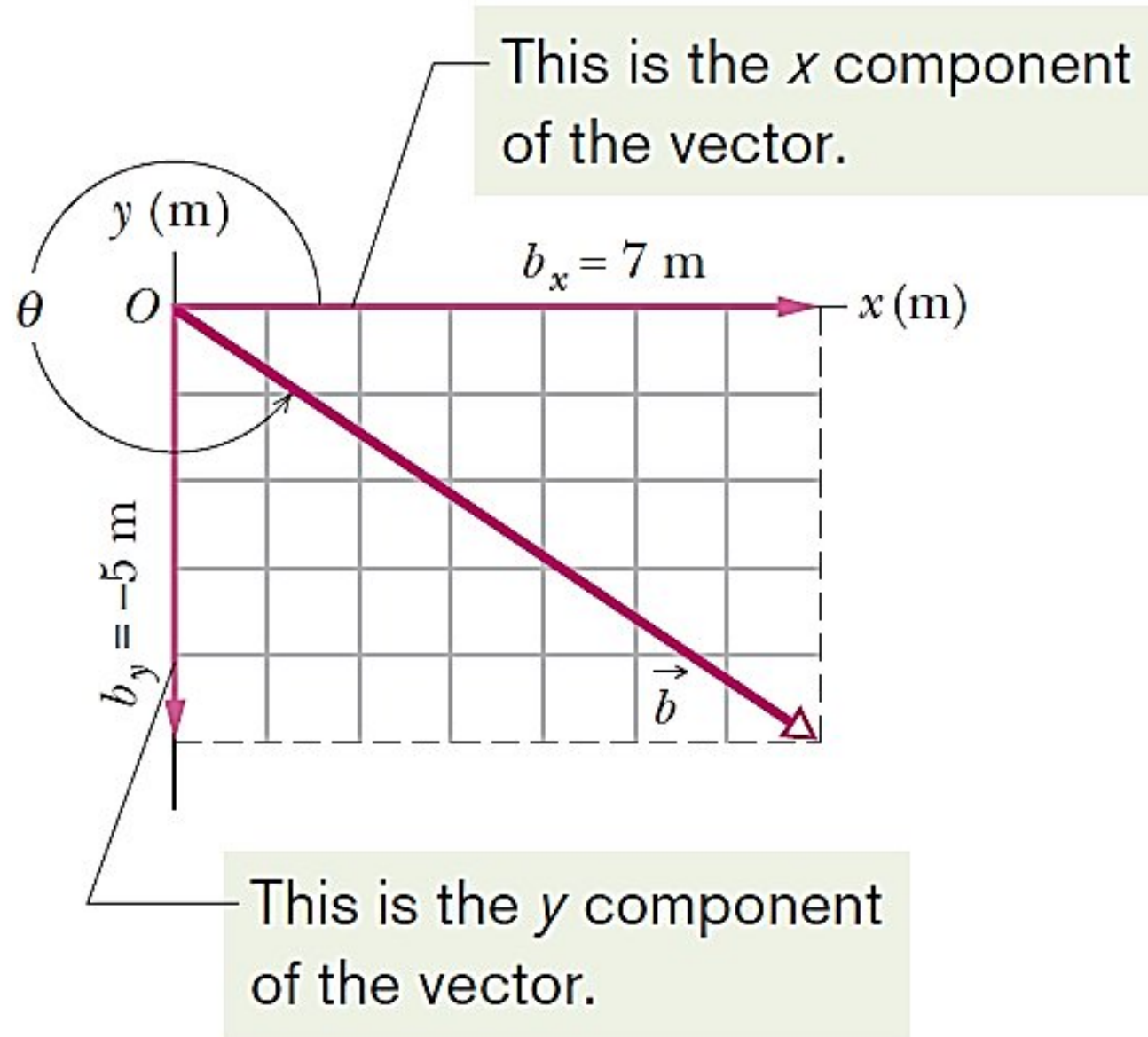


$$a_x = a \cos \theta$$

$$a_y = a \sin \theta$$

- ✓ onde θ é o ângulo que o vetor \vec{a} faz com o semieixo x positivo e a é o módulo de \vec{a} .

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad \text{and} \quad \tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$$



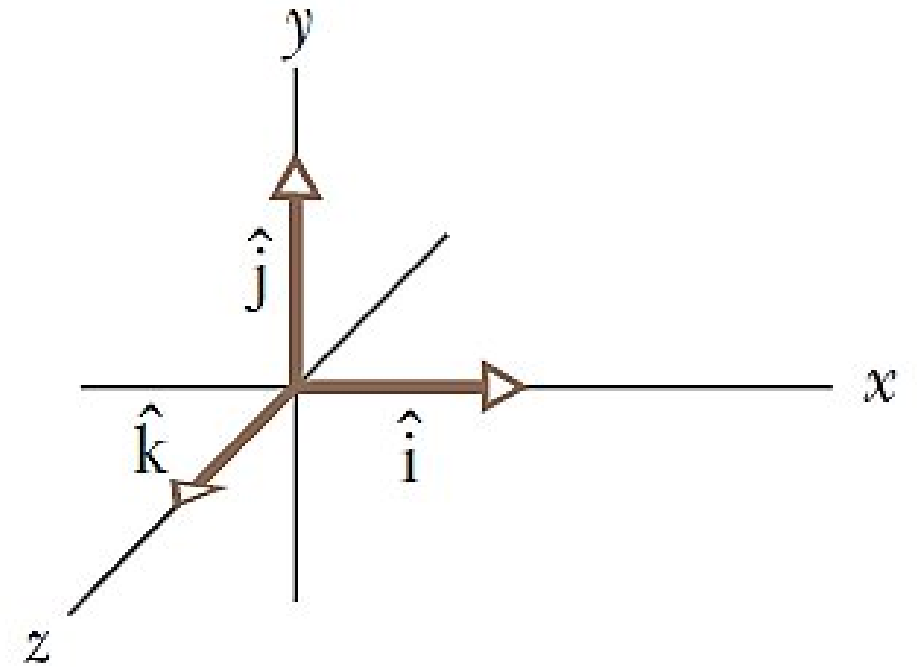
Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9^a ed.

3.5 *Vetores Unitários*

3.5 Vetores Unitários

Vetores Unitários

- ✓ Um vetor unitário é um vetor cujo módulo é 1 e que aponta em uma certa direção.
- ✓ Sua única função é especificar uma orientação.
- ✓ Os vetores unitários que indicam os sentidos positivos dos eixos x , y e z , são representados como \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} .
- ✓ O sistema de eixo ao lado é chamado de sistema de coordenadas dextrogiro.



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

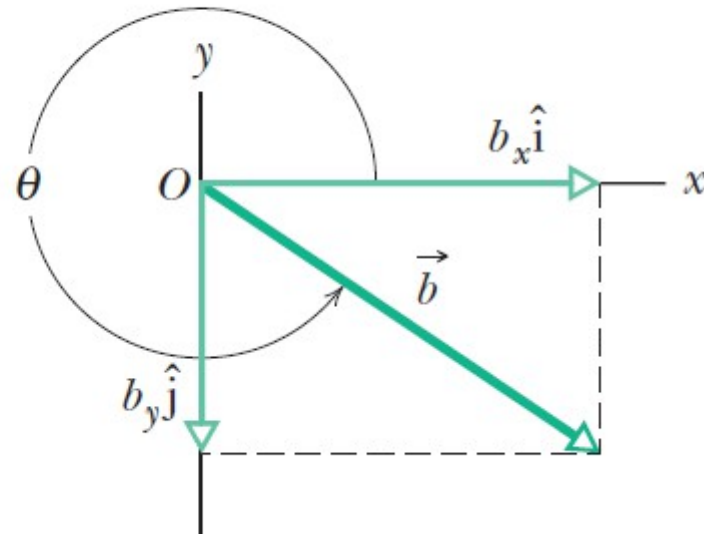
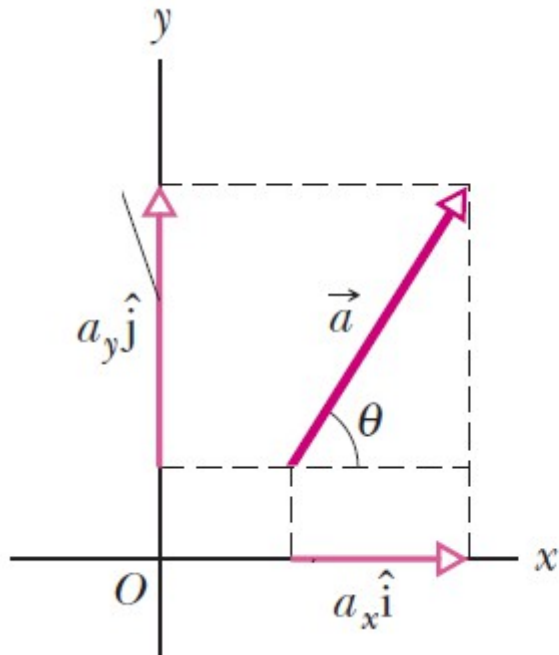
- ✓ Os vetores unitários são muito úteis para especificar outros vetores.
Exemplo:

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$

$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j}$$

a_x e a_y são as **componentes escalares**.

$a_x \hat{i}$ e $a_y \hat{j}$ são as **componentes vetoriais**.



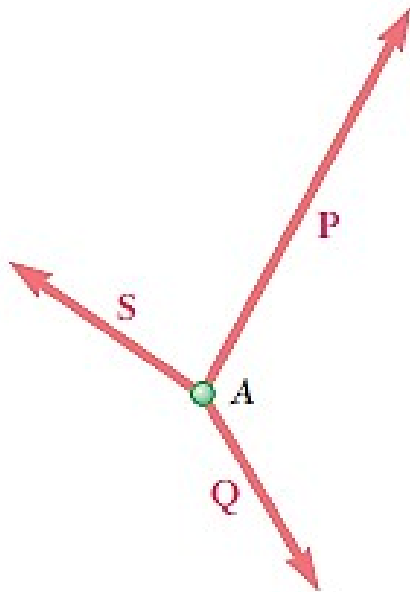
Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

3.6 *Soma de Vetores a partir das componentes*

3.6 Soma de Vetores a partir das componentes

Soma de vetores a partir das componentes

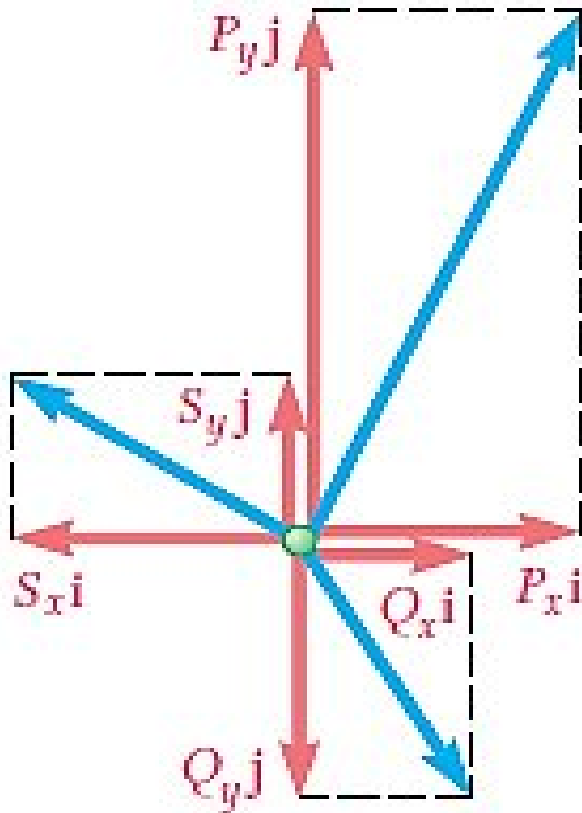
*Considere três forças **P**, **Q** e **S** atuando sobre uma partícula **A**. A resultante **R** delas é definida pela relação:*



$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}$$

Fonte: *Livro Mecânica Vetorial para Engenheiros*

Decompondo cada força em seus componentes retangulares escrevemos:



$$\begin{aligned} R_x \mathbf{i} + R_y \mathbf{j} &= P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j} + Q_x \mathbf{i} + Q_y \mathbf{j} + S_x \mathbf{i} + S_y \mathbf{j} \\ &= (P_x + Q_x + S_x) \mathbf{i} + (P_y + Q_y + S_y) \mathbf{j} \end{aligned}$$

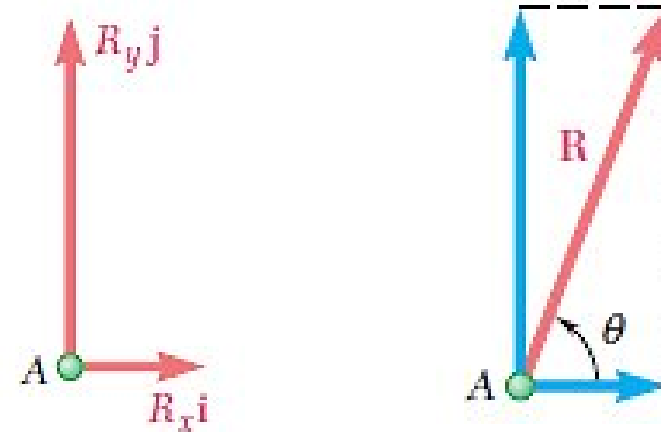
Fonte: Livro *Mecânica Vetorial para Engenheiros*

de onde temos que

$$R_x = P_x + Q_x + S_x \quad R_y = P_y + Q_y + S_y$$

ou, em notação reduzida

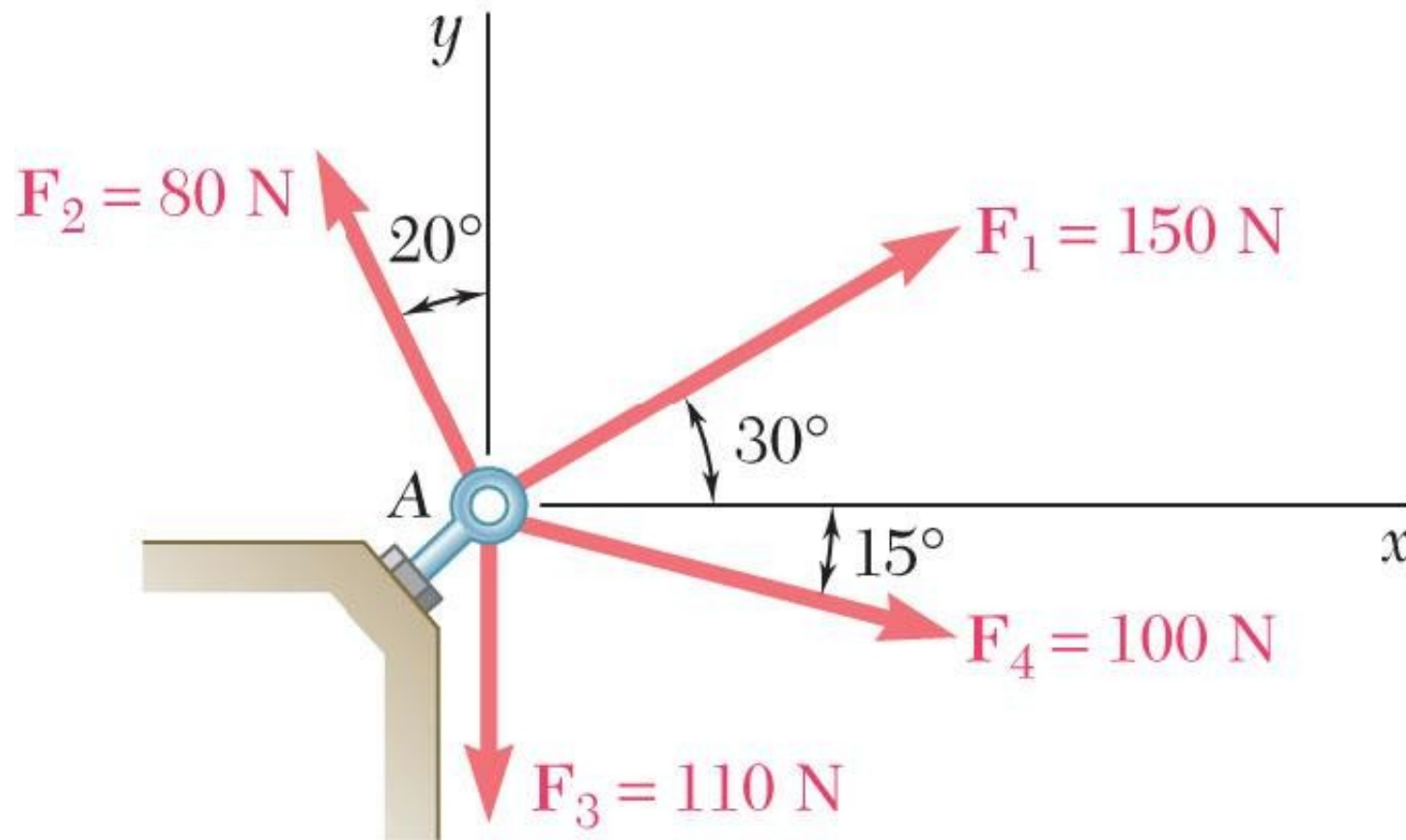
$$R_x = \sum F_x \quad R_y = \sum F_y$$



Fonte: Livro Mecânica Vetorial para Engenheiros.

CONCLUSÃO: Os componentes escalares R_x e R_y da resultante \mathbf{R} de várias forças que atuam sobre uma partícula são obtidos adicionando-se algebricamente os correspondentes componentes escalares das forças dadas.

EXEMPLO: Quatro forças atuam no parafuso A. Determine a resultante das forças no parafuso.



Fonte: Livro *Mecânica Vetorial para Engenheiros*

3.7 *Vetores e as Leis da Física*

3.7 Vetores e as Leis da Física

Vetores e as Leis da Física

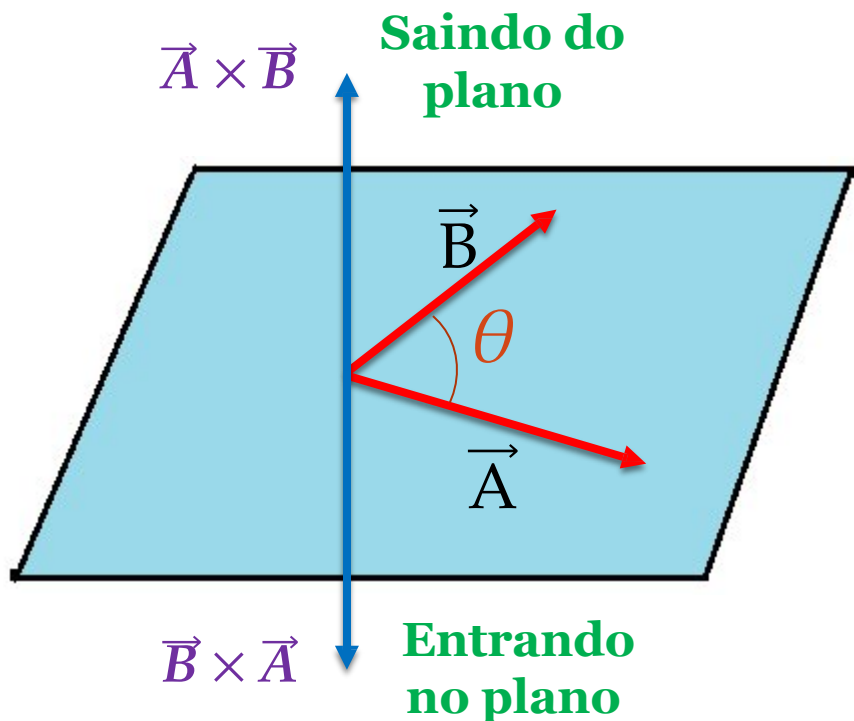
- ✓ *Temos uma grande liberdade para escolher o sistema de coordenadas, já que as relações entre vetores não dependem da localização da origem nem da orientação dos eixos.*
- ✓ *Isso também se aplica as leis da física. São todas independentes da escolha do sistema de coordenadas.*

3.8 *Multiplicação de Vetores*

3.8 Multiplicação de Vetores

Produto Vetorial

O **produto vetorial** de dois vetores A e B é definido como sendo o vetor C , que satisfaz as seguintes condições:



$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$$

Módulo:

$$|\vec{C}| = |\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta$$

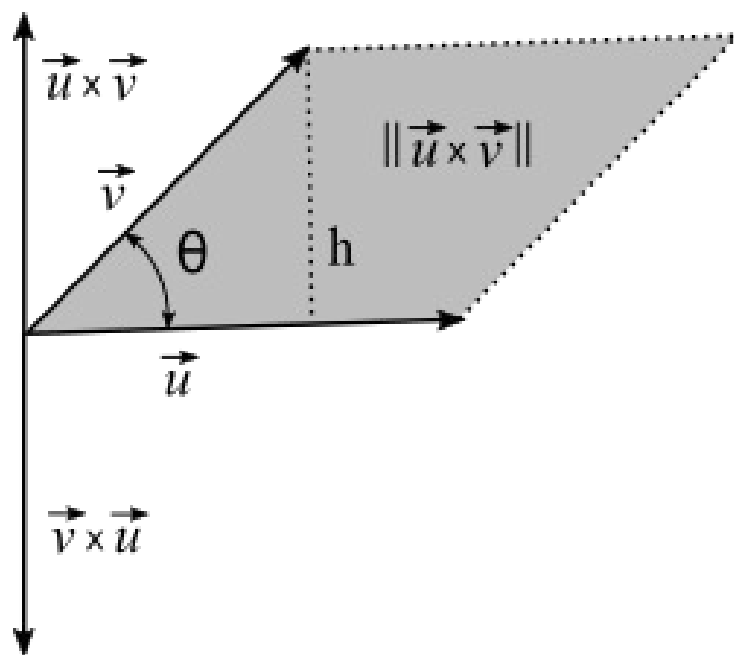
Direção:

$\vec{C} \perp \vec{A}$ e \vec{B} , simultaneamente.

Sentido:

Regra da mão direita.

Interpretação Geométrica: O módulo do produto vetorial mede a área do paralelogramo.



$$|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{v} \times \vec{u}| = \text{Área do paralelogramo}$$

Fonte: Google Imagens

Propriedades

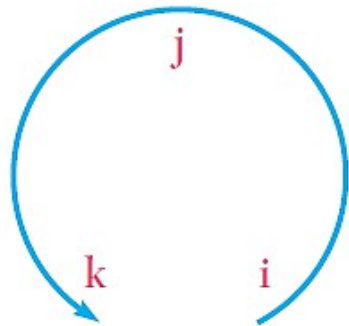
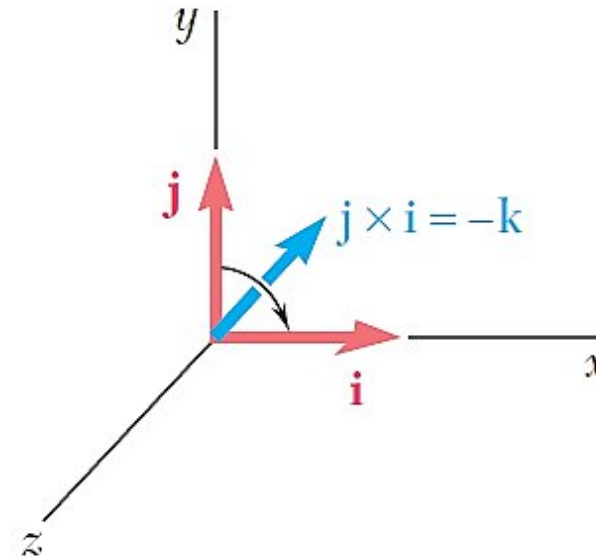
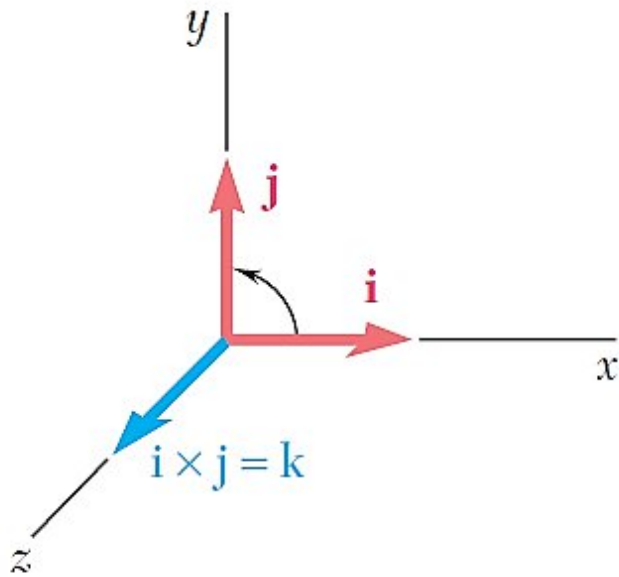
Não é Comutativo

$$\mathbf{Q} \times \mathbf{P} = -(\mathbf{P} \times \mathbf{Q})$$

É Distributivo

$$\mathbf{P} \times (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2) = \mathbf{P} \times \mathbf{Q}_1 + \mathbf{P} \times \mathbf{Q}_2$$

➤ **Produto Vetorial expresso em termos das componentes Cartesianas**



$$\begin{aligned} \mathbf{i} \times \mathbf{i} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{i} \times \mathbf{j} &= \mathbf{k} \\ \mathbf{i} \times \mathbf{k} &= -\mathbf{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{j} \times \mathbf{i} &= -\mathbf{k} \\ \mathbf{j} \times \mathbf{j} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{j} \times \mathbf{k} &= \mathbf{i} \end{aligned}$$

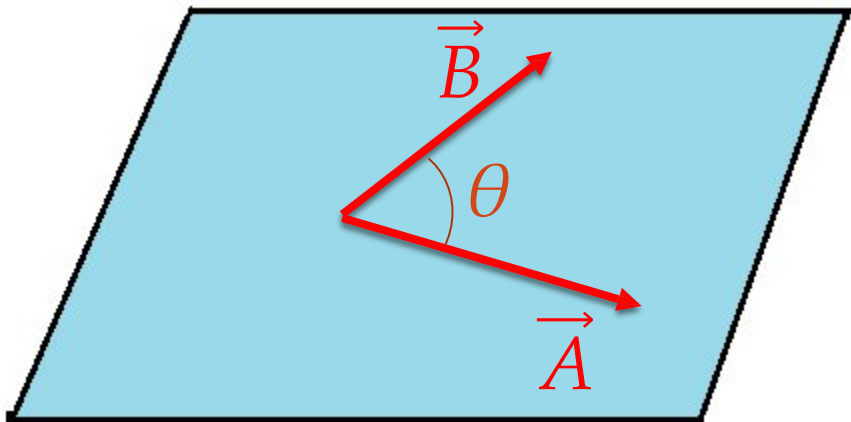
$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{i} &= \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \times \mathbf{j} &= -\mathbf{i} \\ \mathbf{k} \times \mathbf{k} &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

Fonte: Livro *Mecânica Vetorial para Engenheiros*.

Produto Escalar

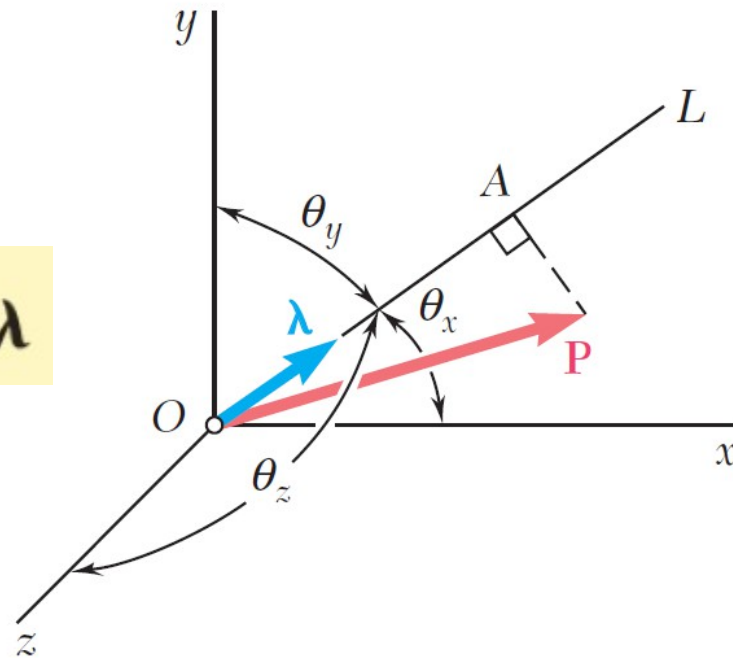
O **produto escalar** de dois vetores \vec{A} e \vec{B} é definido como:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$



Interpretação geométrica

$$P_{OL} = \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\lambda}$$



Fonte: Livro Mecânica Vetorial para Engenheiros.

Exercícios: Sejam três vetores dados por

$$\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{B} = -2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{C} = 7\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

Determine:

(a) $\vec{A} \times \vec{B}$

(c) $\vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$

(b) $\vec{A} \cdot \vec{B}$

(d) O ângulo θ_{AB}



Obrigado!!!