
Cap. 4: Movimento em Duas e Três Dimensões

Cap. 4: Movimento em Duas e Três Dimensões



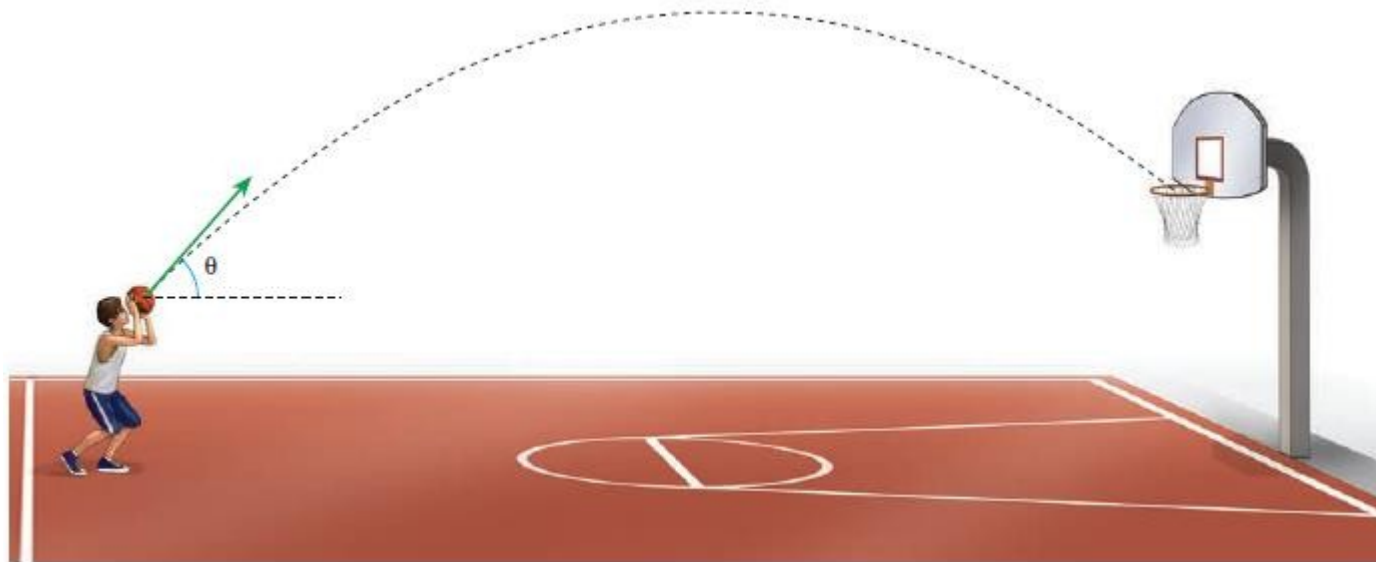
- ✓ 4.1 *Contextualizando a Física*
- ✓ 4.2 *Posição e Deslocamento*
- ✓ 4.3 *Velocidade Média e Velocidade Instantânea*
- ✓ 4.4 *Aceleração Média e Aceleração Instantânea*
- ✓ 4.5 *Movimento Balístico*
- ✓ 4.6 *Análise do Movimento Balístico*
- ✓ 4.7 *Movimento Circular Uniforme*
- ✓ 4.8 *Movimento Relativo em uma Dimensão*
- ✓ 4.9 *Movimento Relativo em duas Dimensões*

4.1 *Contextualizando a Física*

4.1 Contextualizando a Física

Contextualizando a Física

- ✓ A partir deste ponto, verificaremos a parte da física que analisa o movimento, mas agora os movimentos podem ser em duas ou três dimensões.
- ✓ Iniciaremos nosso estudo do movimento em duas e três dimensões com as definições de posição e deslocamento.



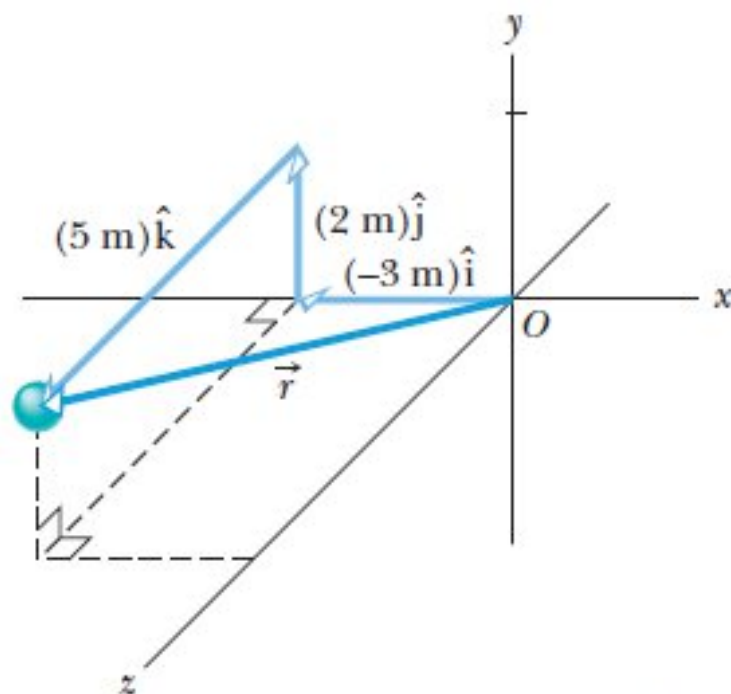
4.2 *Posição e Deslocamento*

4.2 Posição e Deslocamento

Posição e Deslocamento

- **Vetor Posição:** A localização de uma partícula pode ser especificada pelo vetor posição, que é o vetor que liga o ponto de referência à partícula

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$



Os coeficientes x , y e z fornecem a localização da partícula em relação à origem ao longo dos eixos de coordenadas.

$$\vec{r} = (-3 \text{ m})\hat{i} + (2 \text{ m})\hat{j} + (5 \text{ m})\hat{k}$$

- **Deslocamento:** Se o vetor posição varia de $\vec{r}_1$ para $\vec{r}_2$, durante um certo intervalo de tempo, o deslocamento da partícula, é dado por:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}) - (x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k}$$

Exercícios

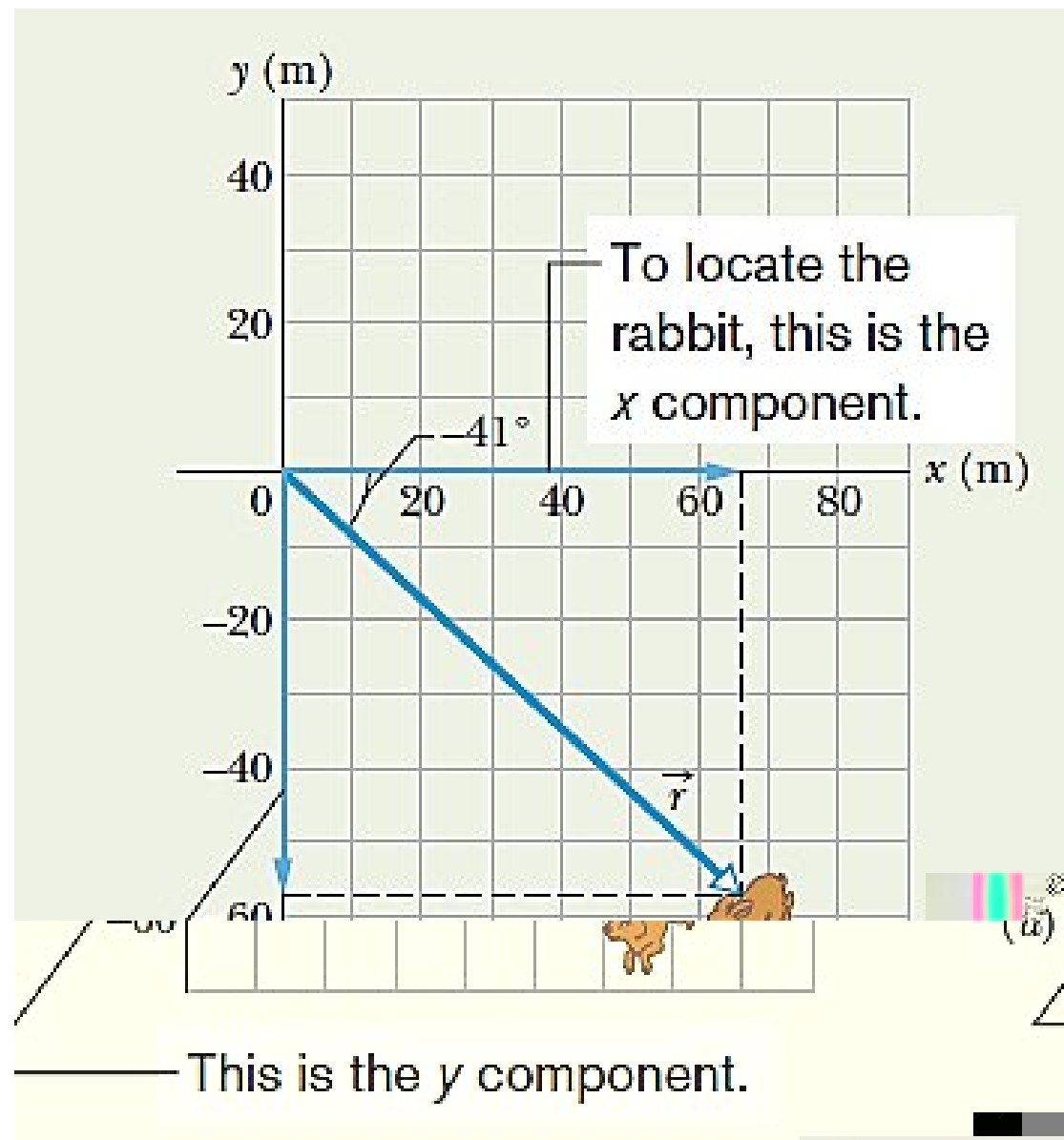
A posição de uma partícula, em metros, em função do tempo t , em segundos, são dadas por

$$x = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$

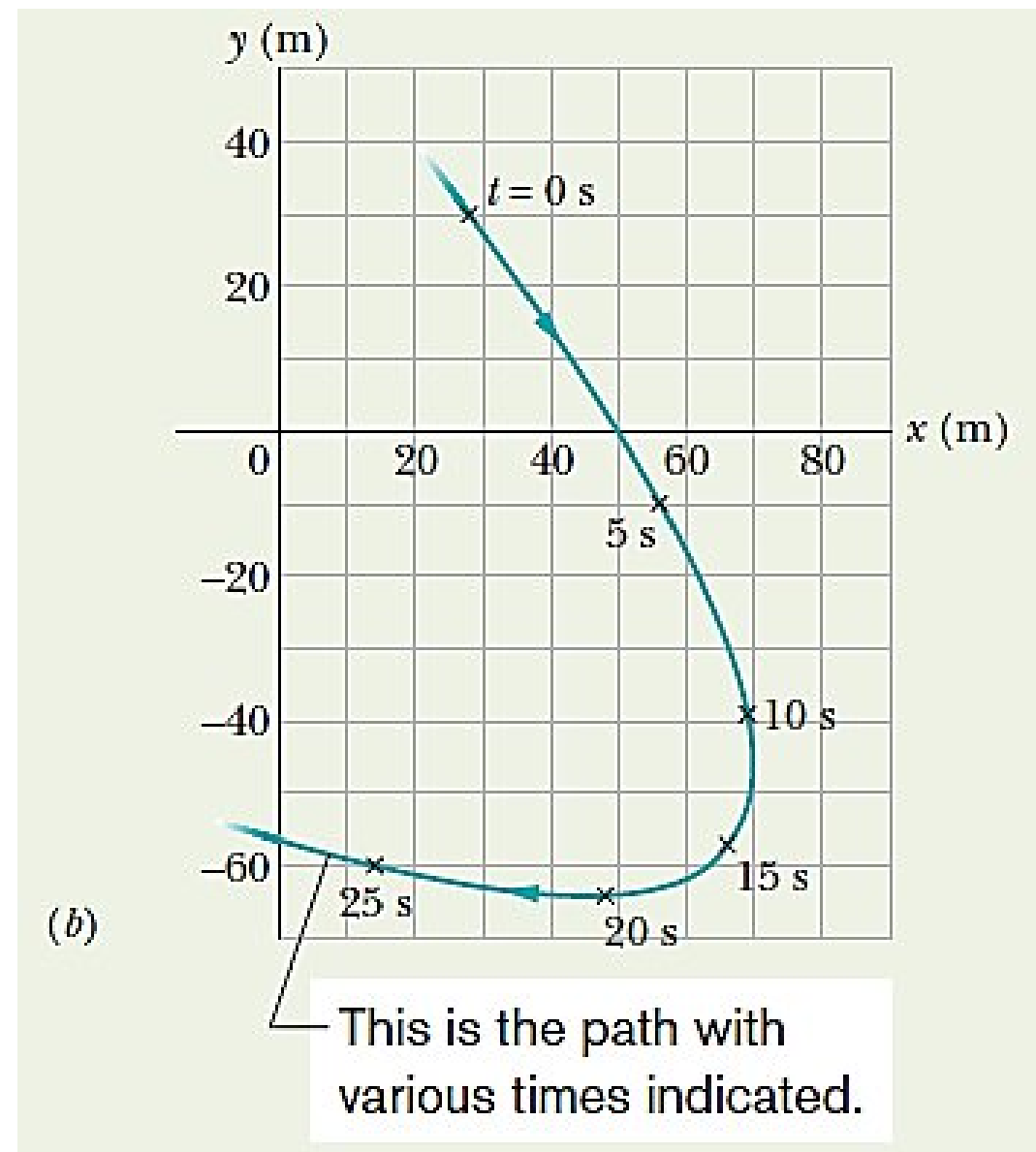
e

$$y = 0,22t^2 - 9,1t + 30.$$

*No instante $t = 15\text{s}$ qual é o **vetor posição** em notação de vetores unitários?*



$$\vec{r} = (66 \text{ m})\hat{i} - (57 \text{ m})\hat{j}$$



Exercícios

Uma partícula sofre um deslocamento $\Delta\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$, terminando com o vetor posição $\vec{r} = 3\hat{j} - 4\hat{k}$, em metros. Qual o vetor posição inicial da partícula?

$$\vec{r}_1 = -2\hat{i} + 6\hat{j} - 10\hat{k}$$

Se um morcego voa das coordenadas xyz $(-2m, 4m, -3m)$ para as coordenadas $(6m, -2m, -3m)$, qual é o seu deslocamento $\Delta\vec{r}$ na notação de vetores unitários?

$$\Delta\vec{r} = (8m)\hat{i} - (6m)\hat{j}$$

4.3 *Velocidade Média e Velocidade Instantânea*

4.3 Velocidade Média e Velocidade Instantânea

Velocidade Média

- ***Velocidade Média:*** Se uma partícula sofre um deslocamento em um intervalo de tempo, então sua velocidade vetorial média é:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

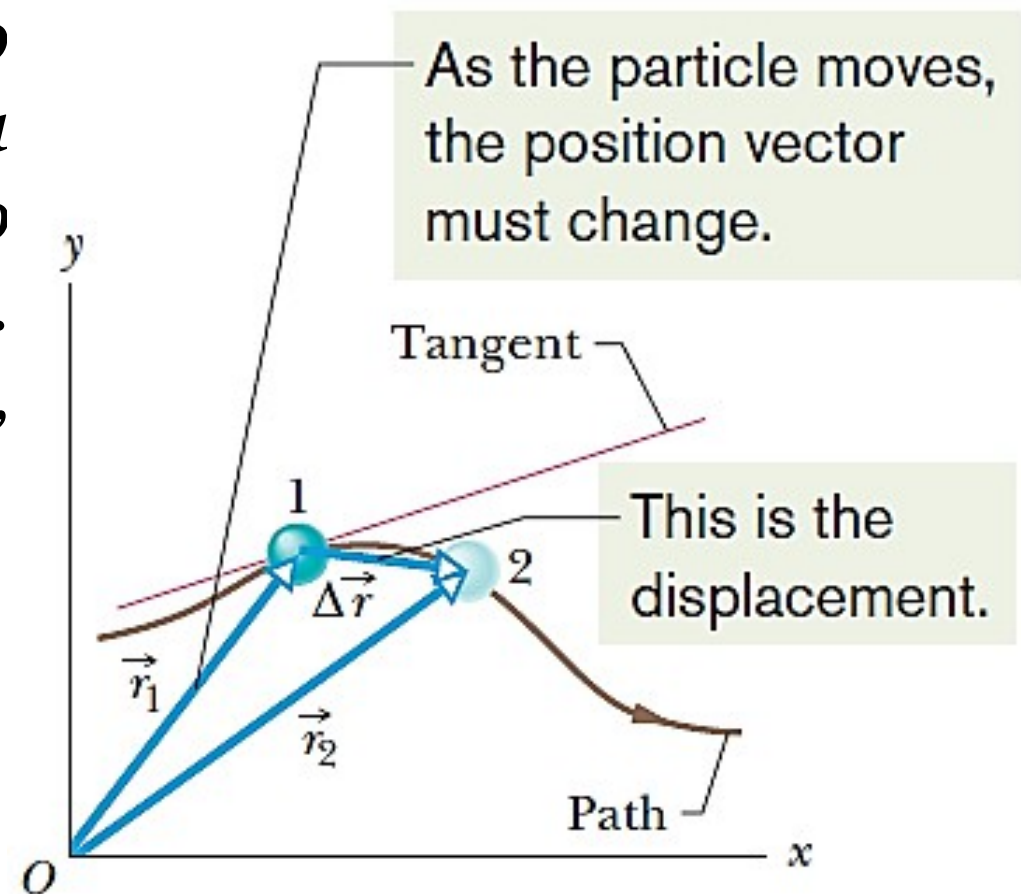
Se uma partícula sofre um deslocamento de $(12\text{ m})\hat{i} + (3\text{ m})\hat{k}$ em 2s, a velocidade média durante esse movimento é:

$$\vec{v}_{\text{avg}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(12\text{ m})\hat{i} + (3.0\text{ m})\hat{k}}{2.0\text{ s}} = (6.0\text{ m/s})\hat{i} + (1.5\text{ m/s})\hat{k}.$$

Velocidade Instantânea

- **Velocidade Instantânea:** é o valor para o qual tende a velocidade média quando o intervalo de tempo tende a zero. Usando a linguagem do cálculo, temos:

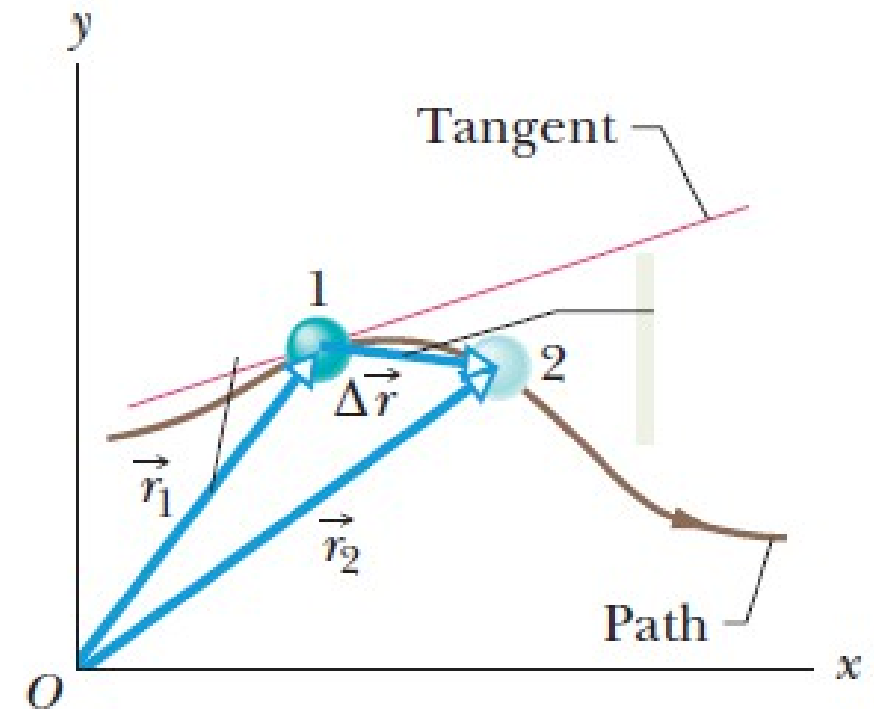
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Para determinar a velocidade instantânea da partícula no instante t_1 , reduzimos o intervalo de tempo Δt nas vizinhanças de t_1 , fazendo-o tender a zero. Ao fazermos isso, 03 coisas acontecem:

- 1) O vetor posição $\vec{r}_2$ se aproxima de $\vec{r}_1$, fazendo $\Delta\vec{r}$ tender a zero.
- 2) A direção de $\Delta\vec{r}/\Delta t$ se aproxima da direção da reta tangente à trajetória da partícula na posição 1.
- 3) A velocidade média $\vec{v}_{\text{méd.}}$ se aproxima da velocidade instantânea no instante t_1 .



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

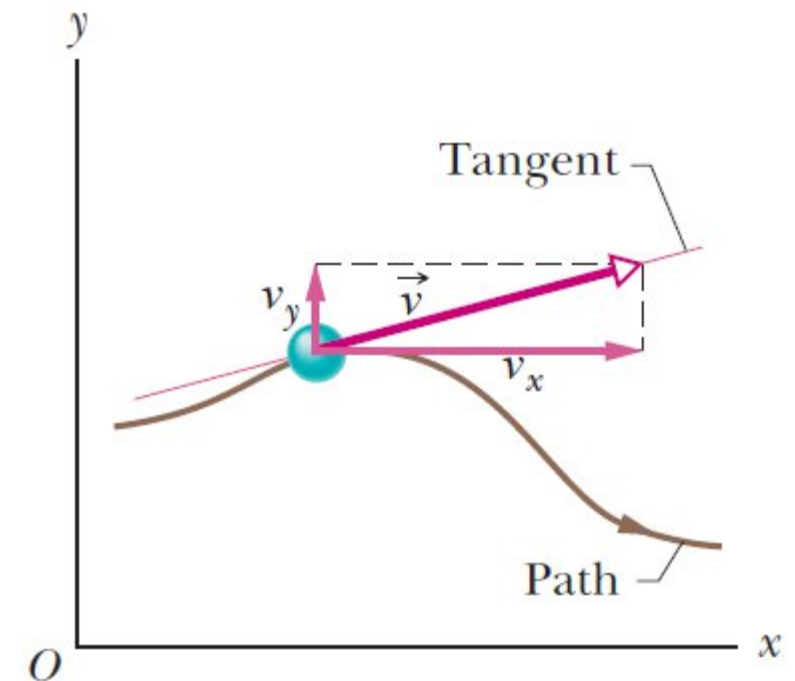
No limite $\Delta t \rightarrow 0$, temos $\vec{v}_{méd.} \rightarrow \vec{v}$ e, o que é mais importante nesse contexto, $\vec{v}_{méd.}$ assume a direção da reta tangente. Assim, $\vec{v}$ também assume essa direção.

A direção da velocidade instantânea $\vec{v}$ de uma partícula é sempre tangente à trajetória da partícula na posição da partícula.

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}.$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k},$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad \text{and} \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Exercícios

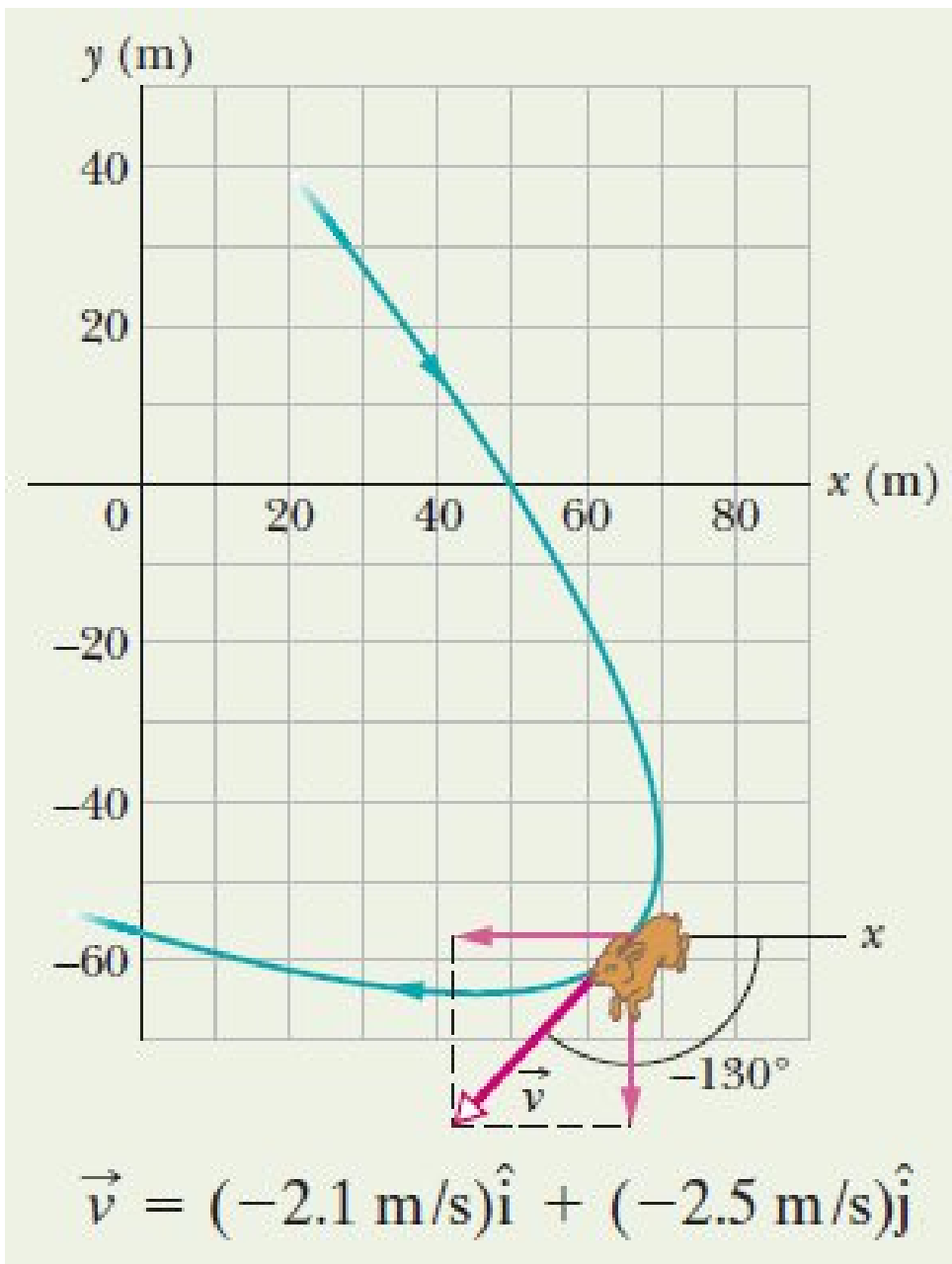
A posição de uma partícula, em metros, em função do tempo t , em segundos, são dadas por

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$

e

$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30.$$

No instante $t = 15s$ qual é a **velocidade** da partícula em notação de vetores unitários?



4.4 Aceleração Média e Aceleração Instantânea

4.4 Aceleração Média e Aceleração Instantânea

Aceleração Média e Aceleração Instantânea

Aceleração Média: Quando a velocidade de uma partícula varia de $\vec{v}_1$ para $\vec{v}_2$ em um intervalo de tempo Δt , a **aceleração média** durante o intervalo de tempo é

$$\vec{a}_{\text{avg}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Aceleração Instantânea: Quando fazemos Δt tender a zero no entorno de um certo instante, a **aceleração média** tende a **aceleração instantânea** nesse instante, ou seja:

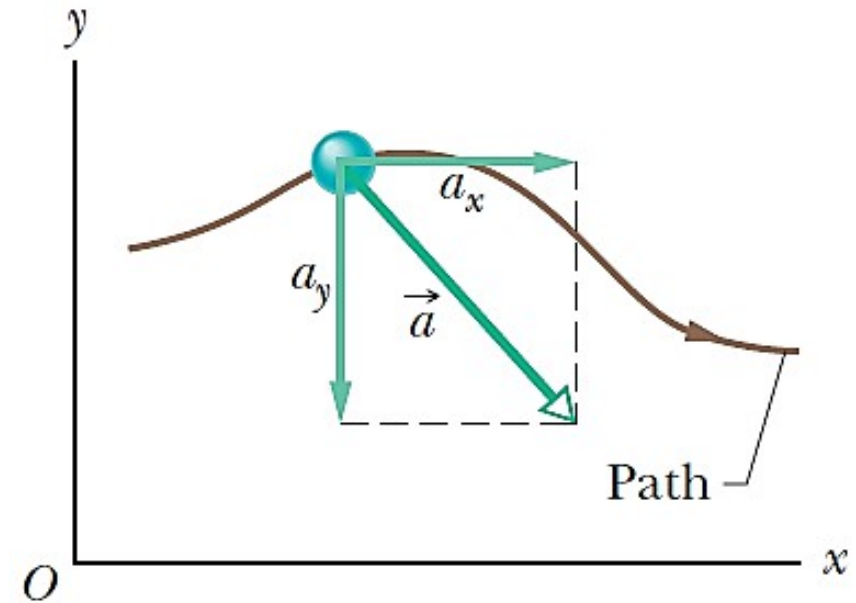
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Em termos dos vetores unitários, obtemos:

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d}{dt} (v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}) \\ &= \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k}.\end{aligned}$$

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k},$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad \text{and} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}.$$



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Exercícios

A posição de uma partícula, em metros, em função do tempo t , em segundos, são dadas por

$$x = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$

e

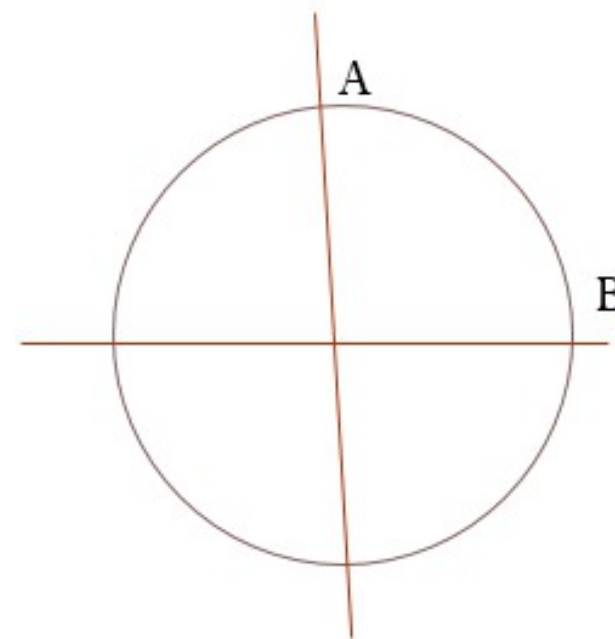
$$y = 0,22t^2 - 9,1t + 30.$$

No instante $t = 15\text{s}$ qual é a **aceleração** da partícula em notação de vetores unitários?

Exercícios

Uma partícula move-se sobre uma circunferência de raio $R=20\text{cm}$, gastando 2s para ir do ponto A ao ponto B.

- a) Calcule o módulo do deslocamento vetorial
- b) Calcule o módulo da velocidade escalar média
- c) Calcule o módulo da velocidade vetorial média.



4.5 Movimento Balístico

4.5 Movimento Balístico

Movimento Balístico

- ✓ Seja uma partícula que se move em um plano vertical com velocidade inicial $\vec{v}_0$ e com uma aceleração constante, igual a aceleração de queda livre $\vec{g}$ dirigida para baixo.
- ✓ Uma partícula que se move dessa forma é chamada **projétil** e o movimento é chamado de **movimento balístico**.



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Seja um projétil lançado com velocidade inicial $\vec{v}_0$ que pode ser escrito como:

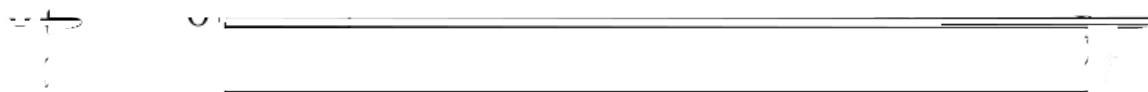
$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$$

As componentes podem ser calculadas se conhecermos o ângulo entre $\vec{v}_0$ e o semieixo x positivo:



$$v_{0x} = |\vec{v}_0|\cos\theta_0$$

$$v_{0y} = |\vec{v}_0|\sin\theta_0$$

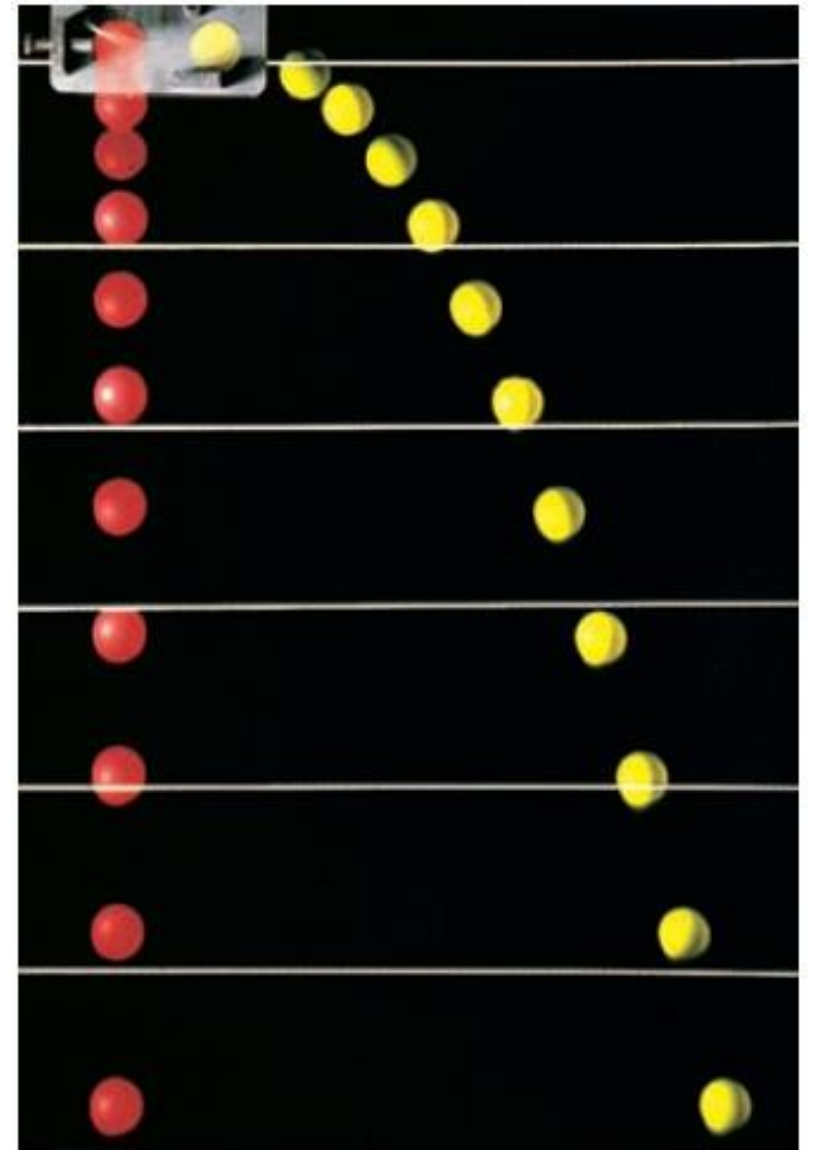


Durante o movimento bidimensional, o vetor posição $\vec{r}$ e a velocidade $\vec{v}$ do projétil mudam continuamente, mas o vetor aceleração $\vec{a}$ é constante e está sempre dirigido verticalmente para baixo. O projétil não possui aceleração horizontal.

✓ No movimento balístico temos a seguinte propriedade simplificadora (demonstrada experimentalmente):

No movimento balístico, o movimento horizontal e o movimento vertical são independentes, ou seja, um não afeta o outro.

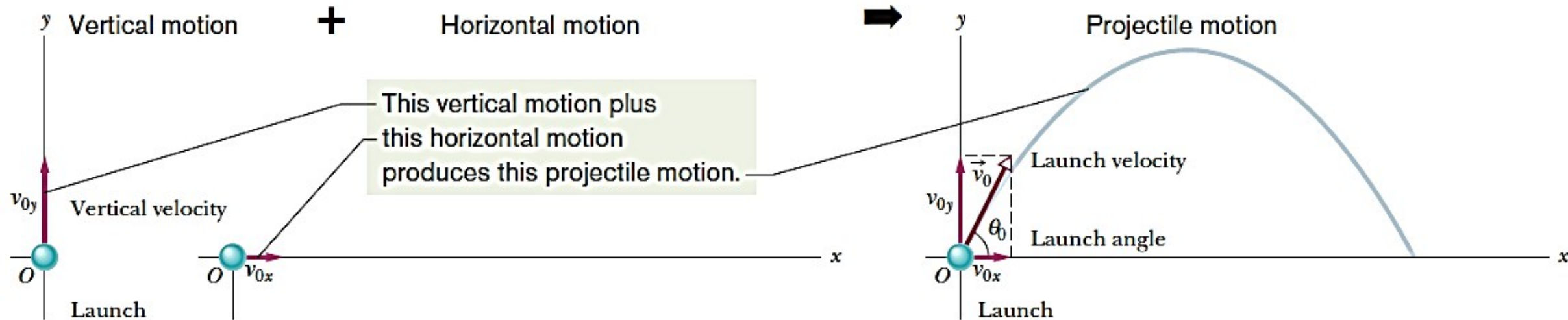
➤ Os movimentos verticais das duas bolas ao lado são iguais.



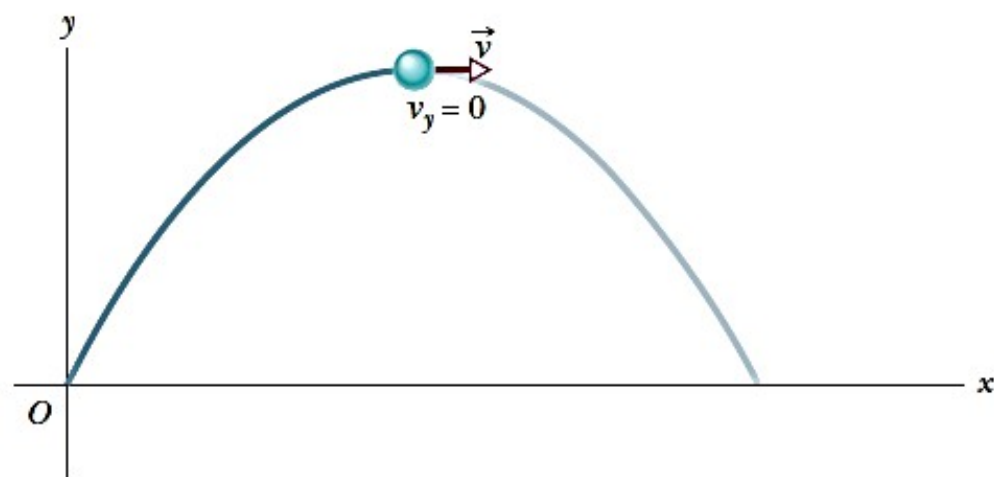
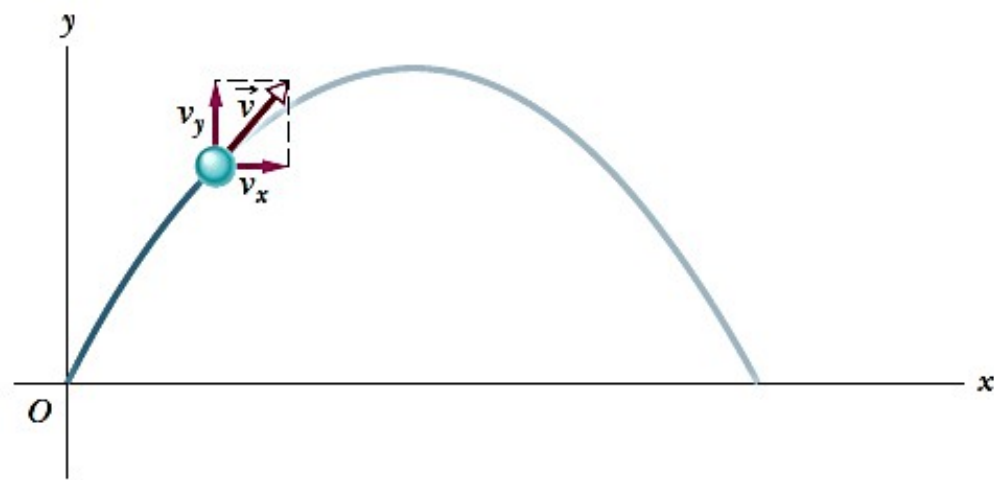
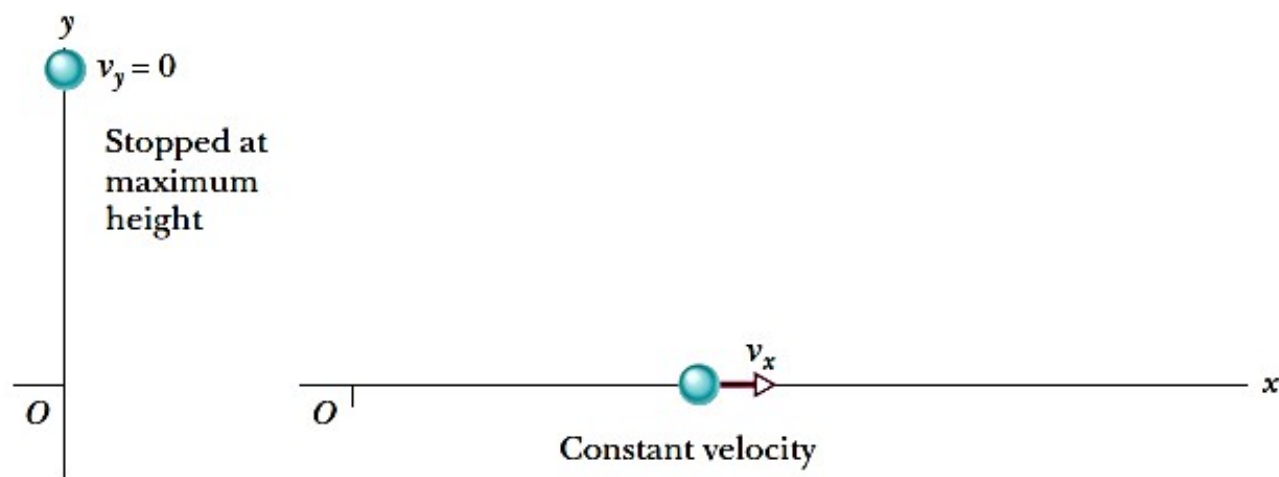
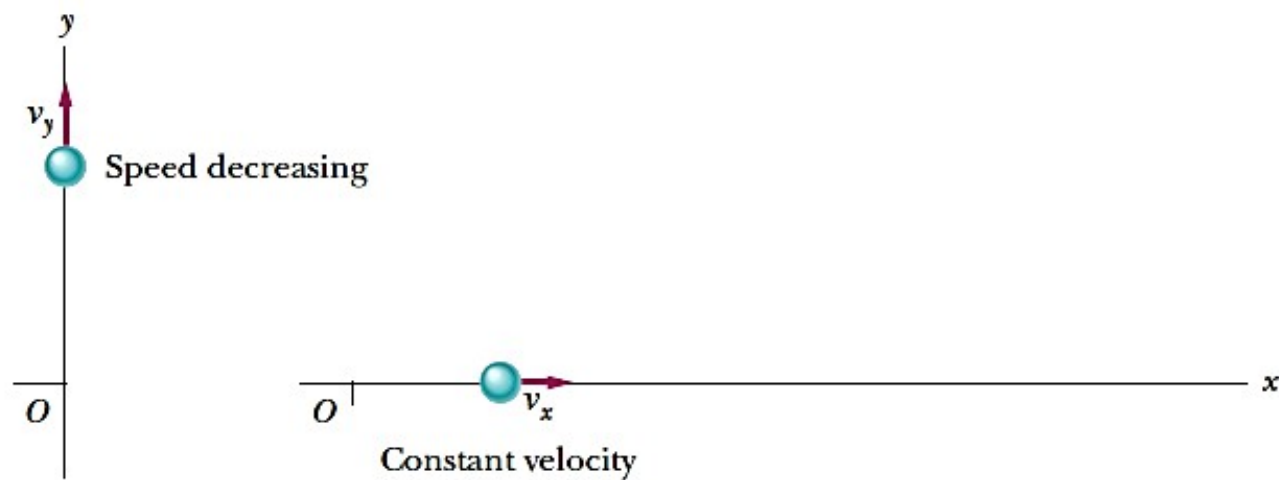
Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

✓ Essa propriedade permite decompor um problema que envolve um movimento bidimensional em dois problemas unidimensionais independentes e mais fáceis de serem resolvidas:

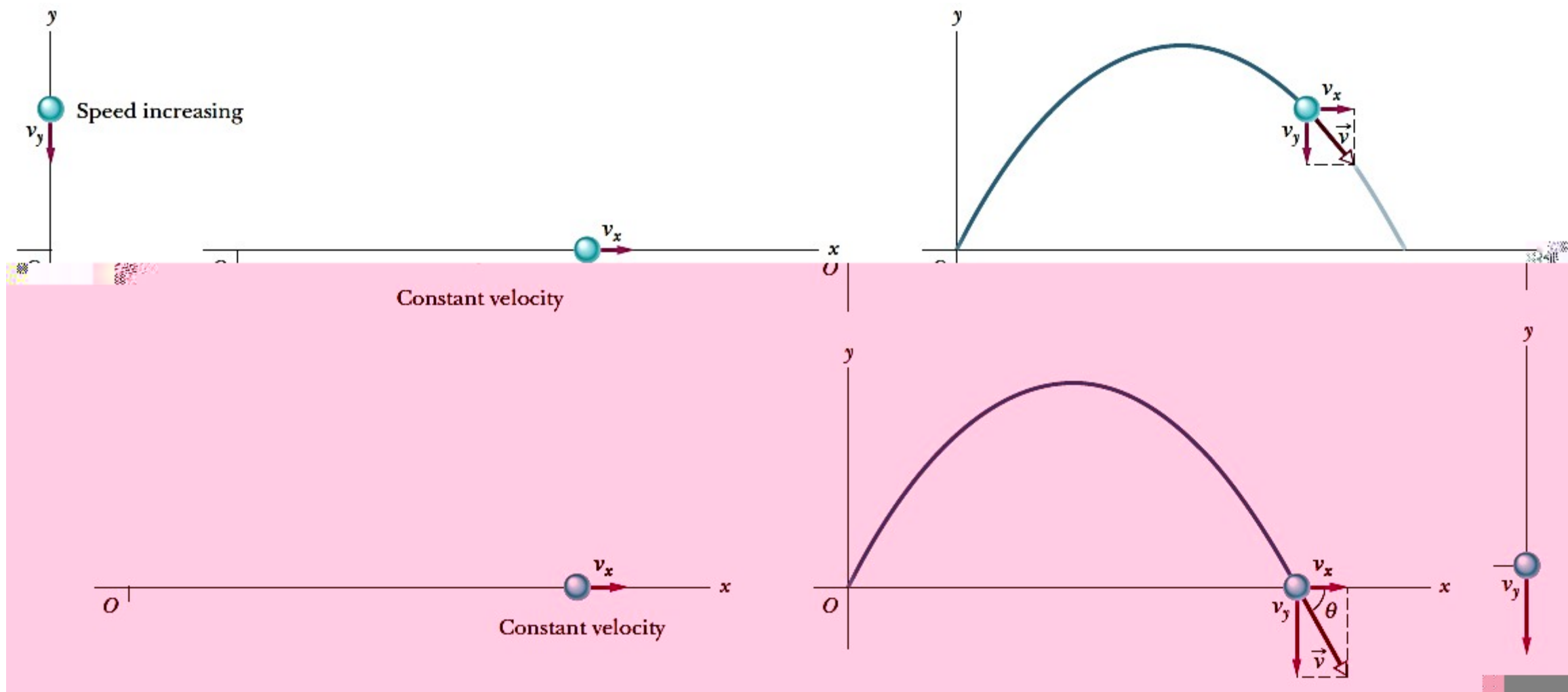
- a) um para o movimento horizontal (com aceleração nula);
- b) outro para o movimento vertical (com aceleração constante para baixo).



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

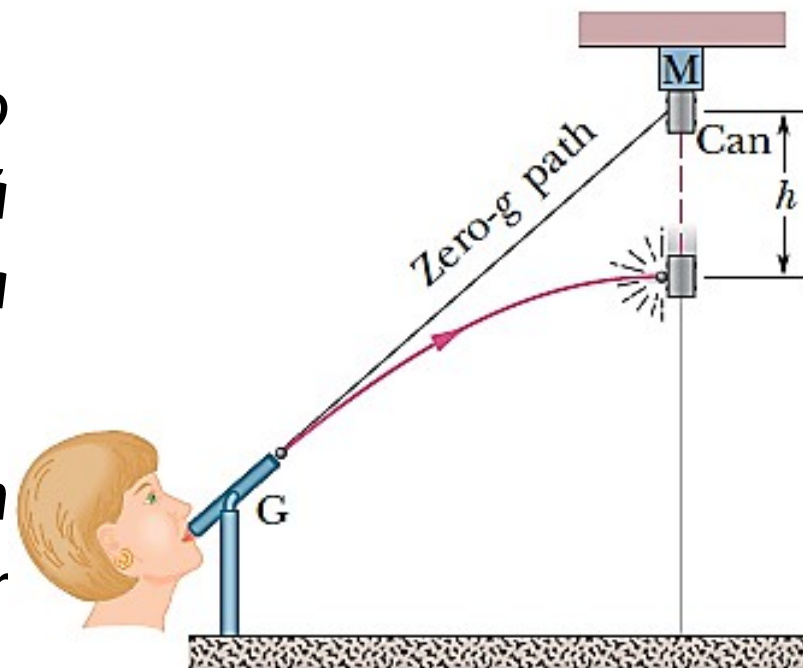


Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Uma demonstração Interessante

- ✓ Um canudo C é usado para soprar pequenas bolas em direção a uma lata suspensa por um eletroímã M .
- ✓ O experimento é arranjado de tal forma que o canudo está apontado para a lata e o imã solta a lata no mesmo instante em que a bola deixa o tubo.
- ✓ Se g fosse zero, a bola seguiria a trajetória em linha reta e a lata continuaria no mesmo lugar após ter sido liberada pelo eletroímã.
- ✓ Assim, a bola certamente atingiria a lata, independentemente da força do sopro.

The ball and the can fall the same distance h .

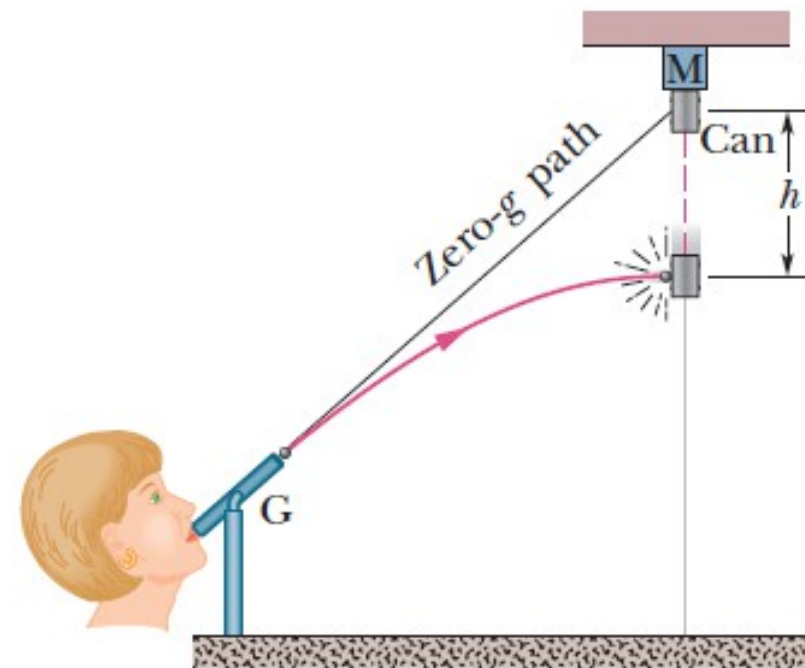


Fonte: Livro Fundamentos de Física –
Halliday, 9ª ed.

Uma demonstração Interessante

- ✓ Na verdade, g não é zero, mas, mesmo assim, a bola atinge a lata!
- ✓ A aceleração da gravidade faz com que a bola e a lata sofram o mesmo deslocamento para baixo, h , em relação à posição que teriam, a cada instante, se a gravidade fosse nula.
- ✓ Quanto maior a força do sopro, maior a velocidade inicial da bola, menor o tempo que a bola leva para se chocar com a lata e menor o valor de h .

The ball and the can fall the same distance h .



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

4.6 *Análise do Movimento Balístico*

4.6 Análise do Movimento Balístico

Movimento Horizontal

- ✓ A componente vertical da velocidade deste skatista está variando, mas não a componente horizontal, que é igual à velocidade do skate.
- ✓ Em consequência, o skate permanece abaixo do atleta, permitindo que ele pouse no skate após o salto.
- ✓ Matematicamente, temos:

$$x - x_0 = v_{0x}t.$$

$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0)t.$$



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Movimento Vertical

- ✓ Para o movimento vertical a aceleração é constante. Matematicamente, temos:

$$\begin{aligned}y - y_0 &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ &= (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2,\end{aligned}$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt$$

$$v_y^2 = (v_0 \sin \theta_0)^2 - 2g(y - y_0).$$



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

➤ ***Equação da Trajetória***

Prove que a equação do caminho percorrido pelo projétil (a trajetória) em um lançamento oblíquo é dado por:

$$y = (\tan \theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} \quad (\text{trajectory}).$$

➤ ***Alcance Horizontal***

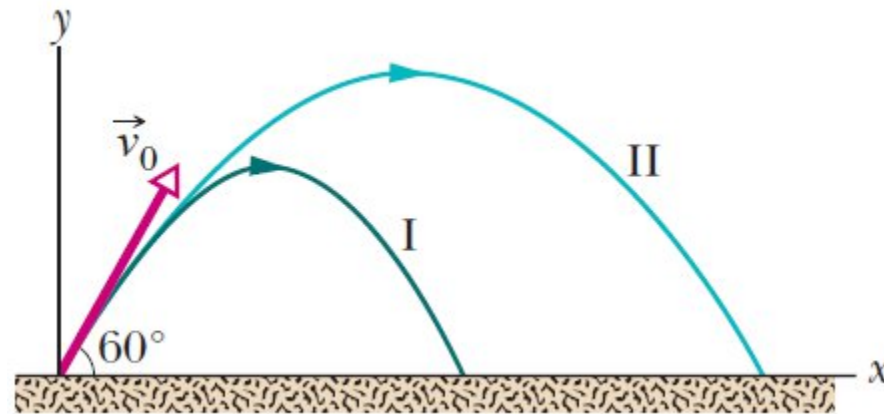
Prove que o alcance horizontal R (distância horizontal percorrida pelo projétil até voltar à altura inicial (altura de lançamento) em um lançamento oblíquo é dado por:

$$\sin 2\theta_0 = 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 \qquad R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0.$$

O alcance horizontal é máximo para um ângulo de lançamento de 45° .

➤ *Efeito do Ar*

- ✓ Até agora, desconsideramos o efeito que o ar exerce sobre o movimento de um projétil.
- ✓ Abaixo ilustramos o lançamento de um projétil com e sem resistência do ar:

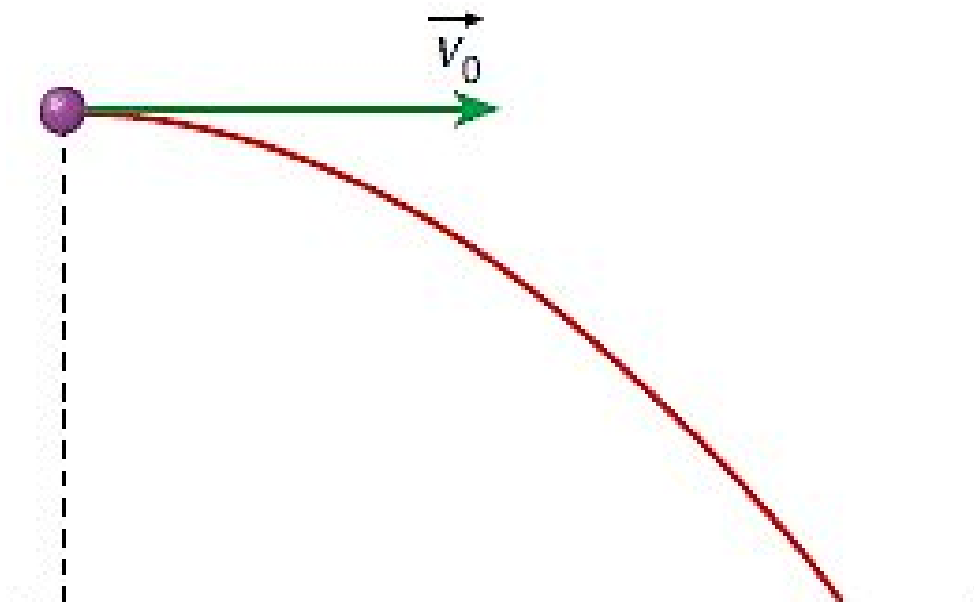


Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

- ✓ A trajetória I foi calculada para as condições normais, levando em conta a resistência do ar.
- ✓ A trajetória II é a trajetória que a bola seguiria no vácuo.

Lançamento Horizontal

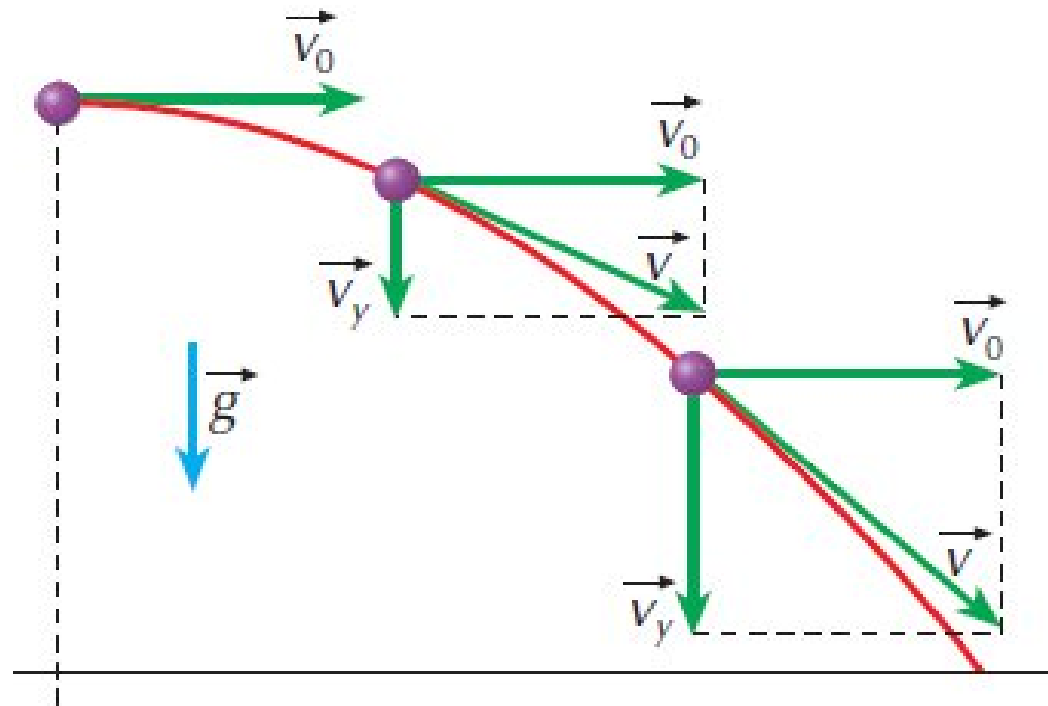
Quando um corpo é lançado horizontalmente no vácuo, nas proximidades da superfície terrestre, ele descreve, em relação à Terra, uma trajetória parabólica



Livro da Moderna Plus - Física

Esse movimento é o resultado da composição de dois movimentos simultâneos e independentes: queda livre e movimento horizontal.

- ✓ **QUEDA LIVRE:** É um movimento vertical, sob a ação exclusiva da gravidade. Trata-se de um movimento uniformemente variado, pois sua aceleração se mantém constante (aceleração da gravidade).
- ✓ **MOVIMENTO HORIZONTAL:** É um movimento uniforme, pois não existe nenhuma aceleração na direção horizontal.

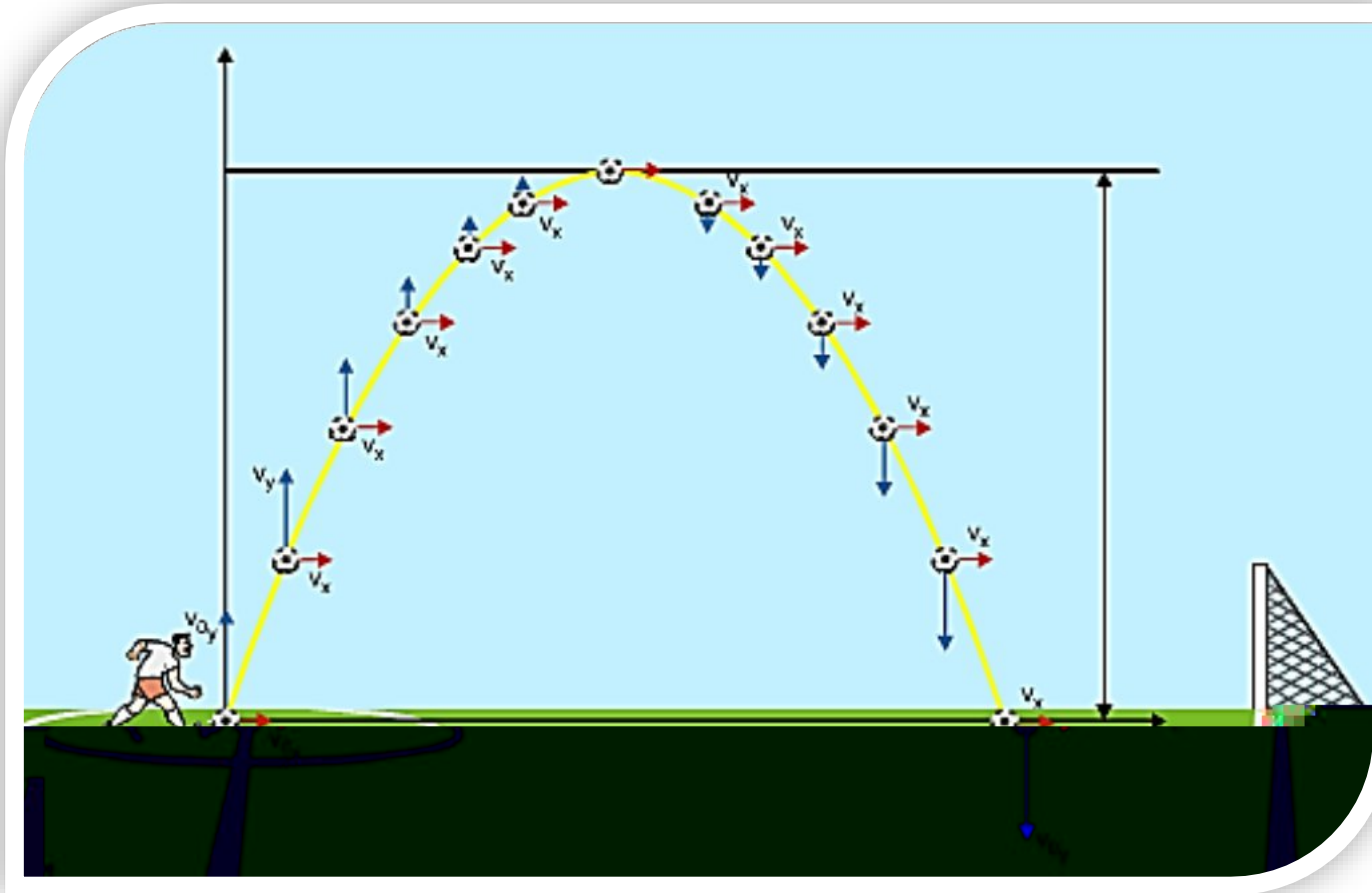


Livro da
Moderna Plus - Física

Lançamento Oblíquo

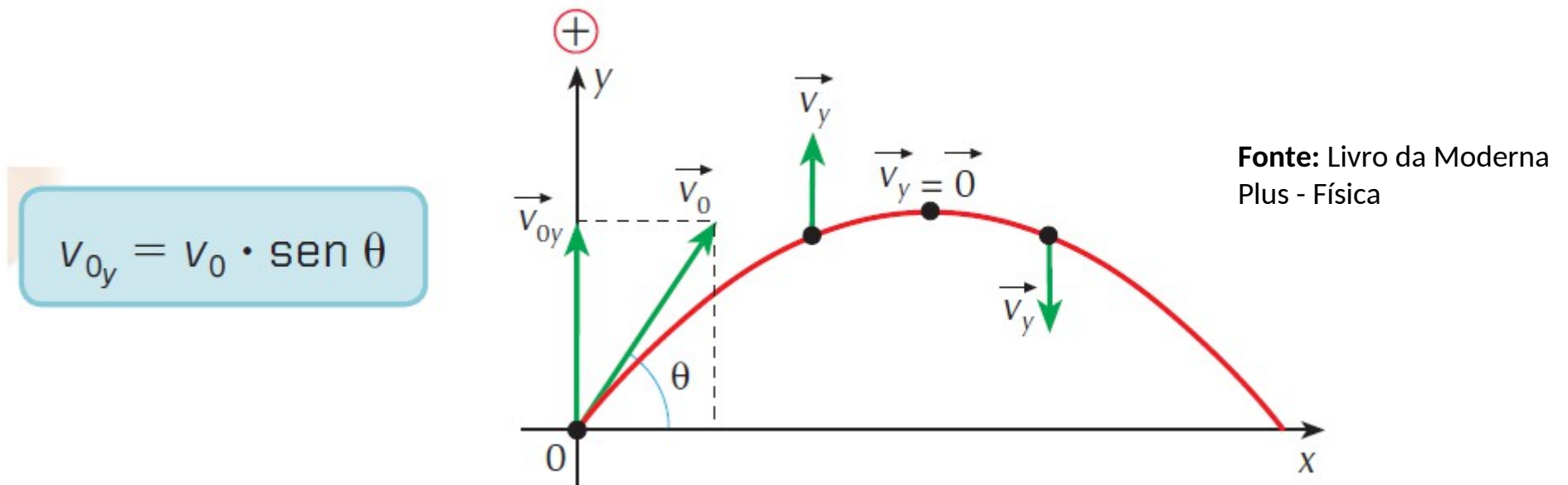


O movimento descrito pelo corpo pode ser considerado o resultado da composição de dois movimentos simultâneos e independentes: **um movimento vertical uniformemente variado, cuja aceleração é a da gravidade**, e **um movimento horizontal uniforme**, pois na horizontal não há aceleração.



➤ Movimento Vertical (M.U.V)

Consideremos o eixo y com origem no ponto de lançamento e orientado para cima. A aceleração escalar do movimento vertical será: $\alpha = -g$.



Sob a ação da gravidade, o módulo da velocidade vertical diminui à medida que o corpo sobe, anula-se no ponto mais alto e aumenta à medida que o corpo desce.

Como o movimento na direção vertical é uniformemente variado, valem as funções:

$$y = v_{0y}t + \frac{\alpha}{2}t^2$$

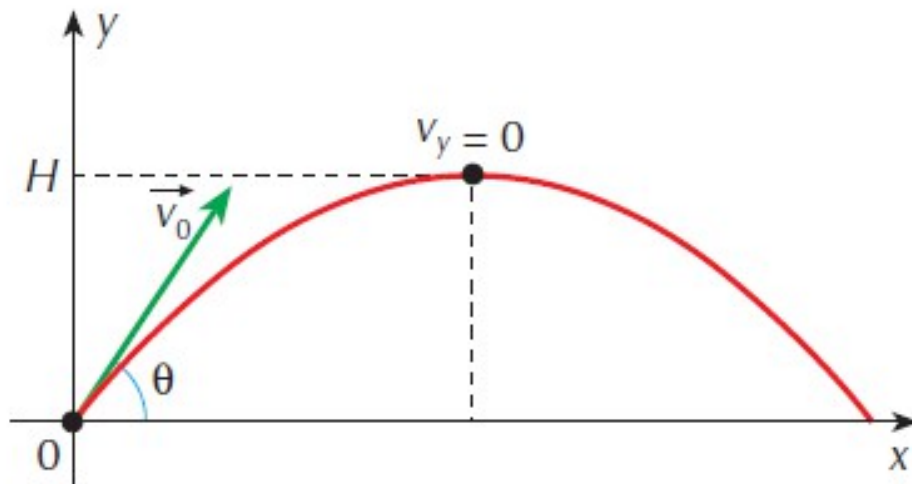
$$v_y = v_{0y} + \alpha t$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2\alpha y$$

Nessas funções, como a trajetória foi orientada para cima, a aceleração escalar é $\alpha = -g$. Para calcular a altura máxima do lançamento (H), pode-se utilizar a fórmula seguinte:

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g}$$

Altura máxima



No ponto mais alto da trajetória:

$$y = H \text{ e } v_y = 0$$

Pela equação de Torricelli, temos:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2\alpha y$$

$$0 = v_{0y}^2 + 2(-g)H$$

$$2gH = v_{0y}^2$$

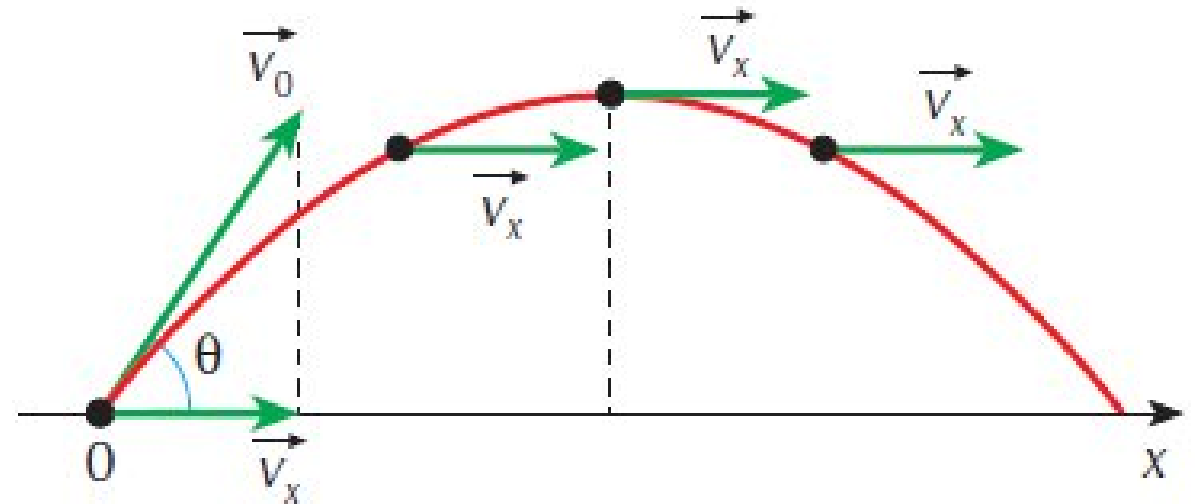
$$H = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

$$\text{Mas: } v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta$$

$$\text{Logo: } H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g}$$

➤ Movimento Horizontal (M.U.)

Consideremos o eixo x com origem no ponto de lançamento e orientado no sentido da velocidade horizontal. A velocidade horizontal permanece constante durante o movimento.



$$v_x = v_0 \cdot \cos \theta$$

Assim, sendo um movimento uniforme, a função horária do movimento horizontal pode ser escrita deste modo:

$$x = v_x t$$

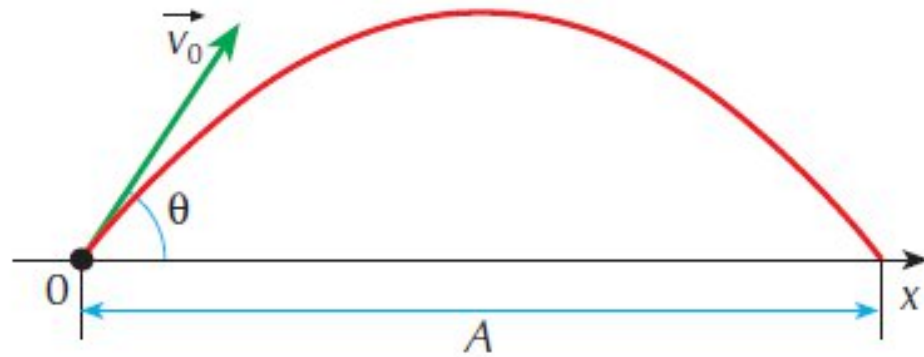
A seguir, deduzimos a fórmula que nos permite determinar o alcance (A) em função da velocidade inicial e do ângulo de tiro θ :

$$A = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$$

Por essa fórmula, verifica-se que o alcance máximo ($A_{\text{máx.}}$) para o lançamento, com dada velocidade v_0 , é obtido quando:

$$\sin 2\theta = 1 \Rightarrow 2\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

Alcance do lançamento



Quando o corpo retorna ao nível de lançamento: $v_y = -v_{0y}$

Logo, sendo $\alpha = -g$, temos:

$$v_y = v_{0y} + \alpha t$$

$$-v_{0y} = v_{0y} - gt$$

$$t = \frac{2v_{0y}}{g}$$

Durante esse tempo, o corpo avança horizontalmente a distância A (alcance); assim, $x = A$.

Como $x = v_x t$, $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta$ e $v_x = v_0 \cdot \cos \theta$, vem:

$$A = v_x = \frac{2v_{0y}}{g}$$

$$A = v_0 \cdot \cos \theta \cdot \frac{2v_0 \cdot \sin \theta}{g}$$

Como $2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta = \sin 2\theta$, temos:

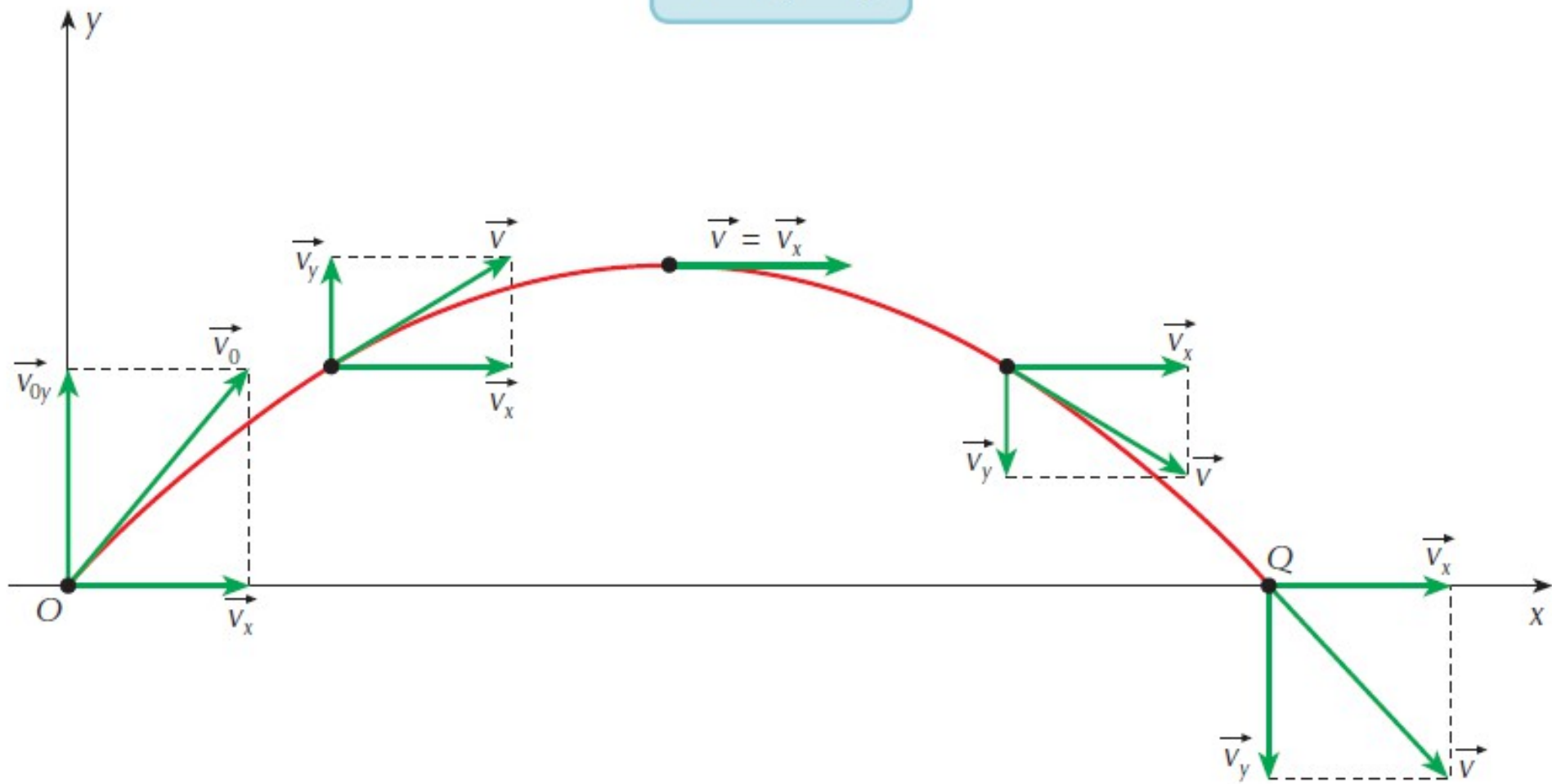
$$A = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$$

Nessa condição ($\theta = 45^\circ$), há uma relação simples entre o alcance máximo e a altura máxima. Substituindo θ por 45° , nas respectivas fórmulas, obtemos:

$$A_{\text{máx.}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin [2 \cdot 45^\circ]}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \overbrace{\sin 90^\circ}^1}{g} \Rightarrow A_{\text{máx.}} = \frac{v_0^2}{g}$$
$$= \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 45^\circ}{2g} = \frac{v_0^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2g} \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{4g}$$

$$A_{\text{máx.}} = 4H$$

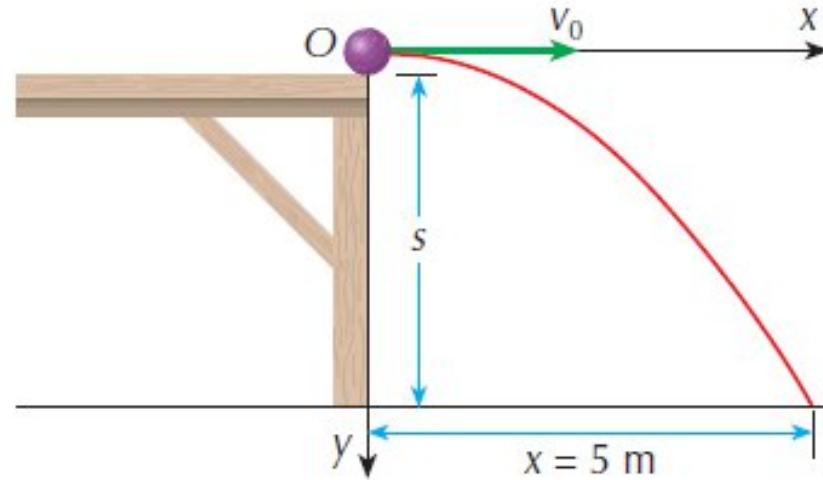
$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$$



Livro da Moderna Plus - Física

Exercícios

Uma esfera rola com velocidade constante de 10m/s sobre uma mesa horizontal. Ao abandonar a mesa, ela fica sujeita exclusivamente à ação da gravidade $g = 10\text{m/s}^2$, atingindo o solo num ponto situado a 5m do pé da mesa. Determine:



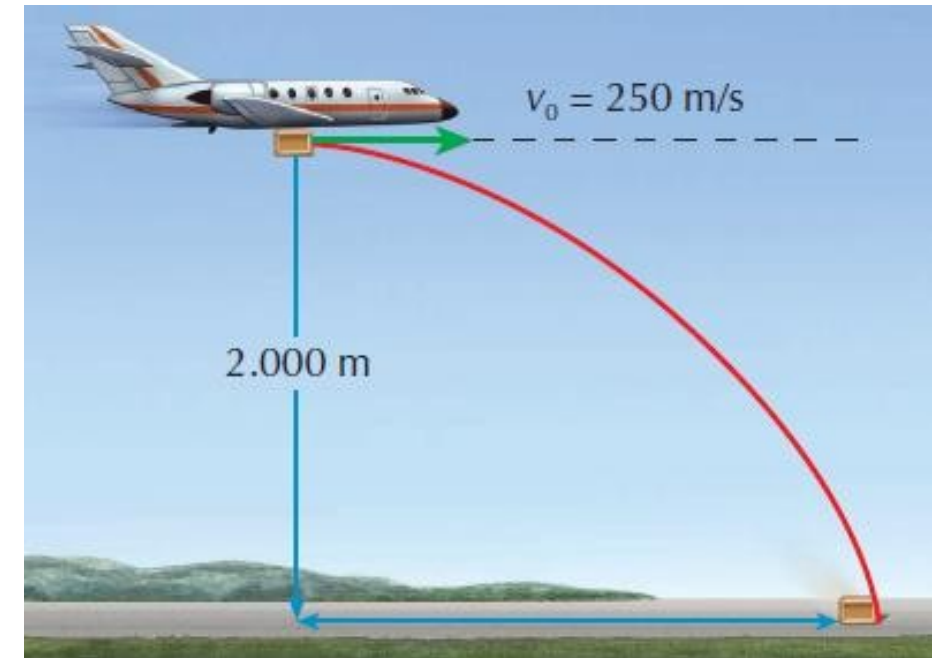
Livro da Moderna Plus - Física

- a) o tempo de queda;
- b) a altura da mesa em relação ao solo; e
- c) o módulo da velocidade da esfera ao chegar ao solo.

Exercícios

Um avião voa horizontalmente a 2000m de altura com velocidade de 250m/s no instante em que abandona um pacote. Adote $g = 10\text{m/s}^2$ e despreze a ação do ar. Determine:

- a) o tempo de queda do pacote;
- b) a distância que o pacote percorre na direção horizontal desde o lançamento até o instante em que atinge o solo;
- c) o módulo da velocidade do pacote ao atingir o solo.

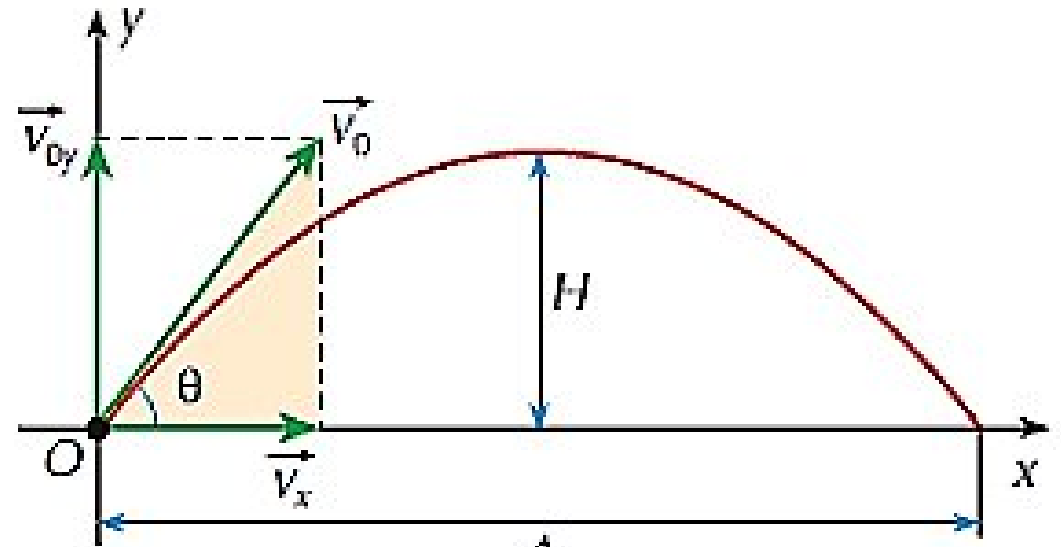


Fonte: Livro da Moderna Plus - Física

Exercícios

Um corpo é lançado obliquamente no vácuo com velocidade inicial $v_0 = 100\text{m/s}$, numa direção que forma com a horizontal um ângulo θ tal que $\sin \theta = 0,8$ e $\cos \theta = 0,6$. Adotando $g = 10\text{m/s}^2$, determine:

- a) os módulos das componentes horizontal e vertical da velocidade no instante de lançamento;
- b) o instante em que o corpo atinge o ponto mais alto da trajetória;
- c) a altura máxima atingida pelo corpo;
- d) o alcance do lançamento.



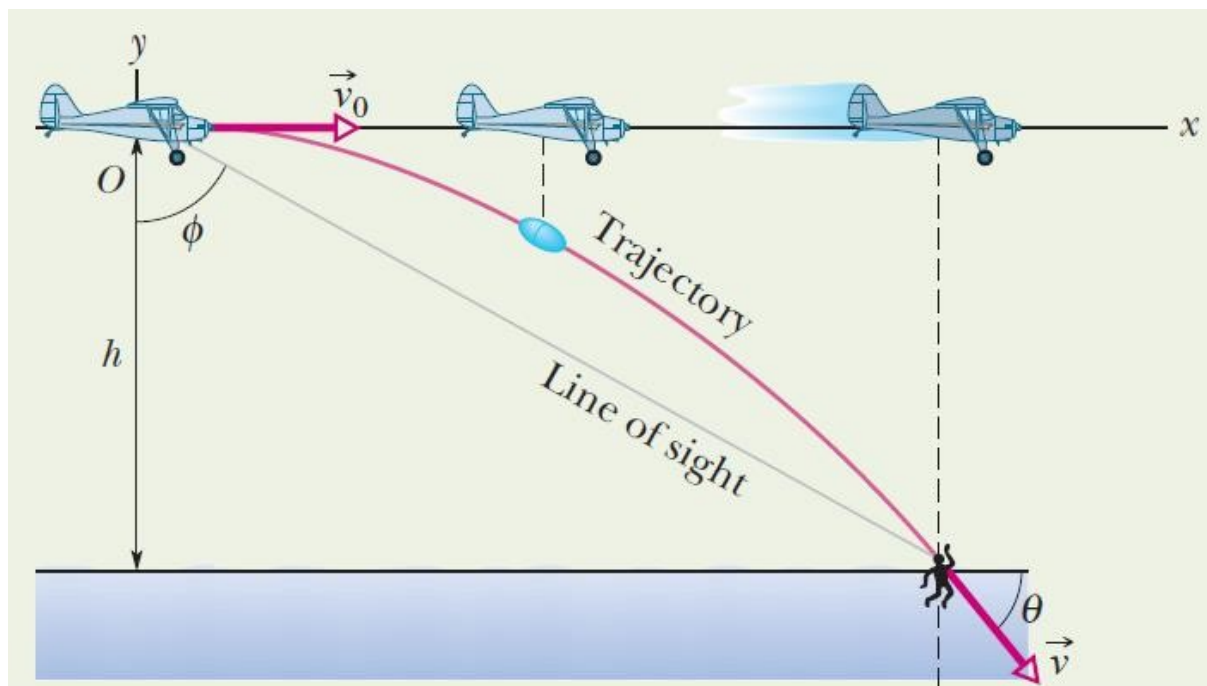
Exercícios

No instante $t = 0\text{s}$, uma partícula é lançada de um ponto O no solo, com velocidade inicial v_0 formando ângulo θ com a horizontal. São dados que o módulo de $v_0 = 50\text{m/s}$, $\sin \theta = 0,6$ e $\cos \theta = 0,8$.

- a) Determine as equações horárias da abscissa e da ordenada da partícula.
- b) Determine a equação da trajetória.
- c) Determine as coordenadas da partícula em $t=2\text{s}$.
- d) Determine a velocidade da partícula em $t=2\text{s}$.
- e) Determine a altura máxima atingida.
- f) Determine o alcance A .

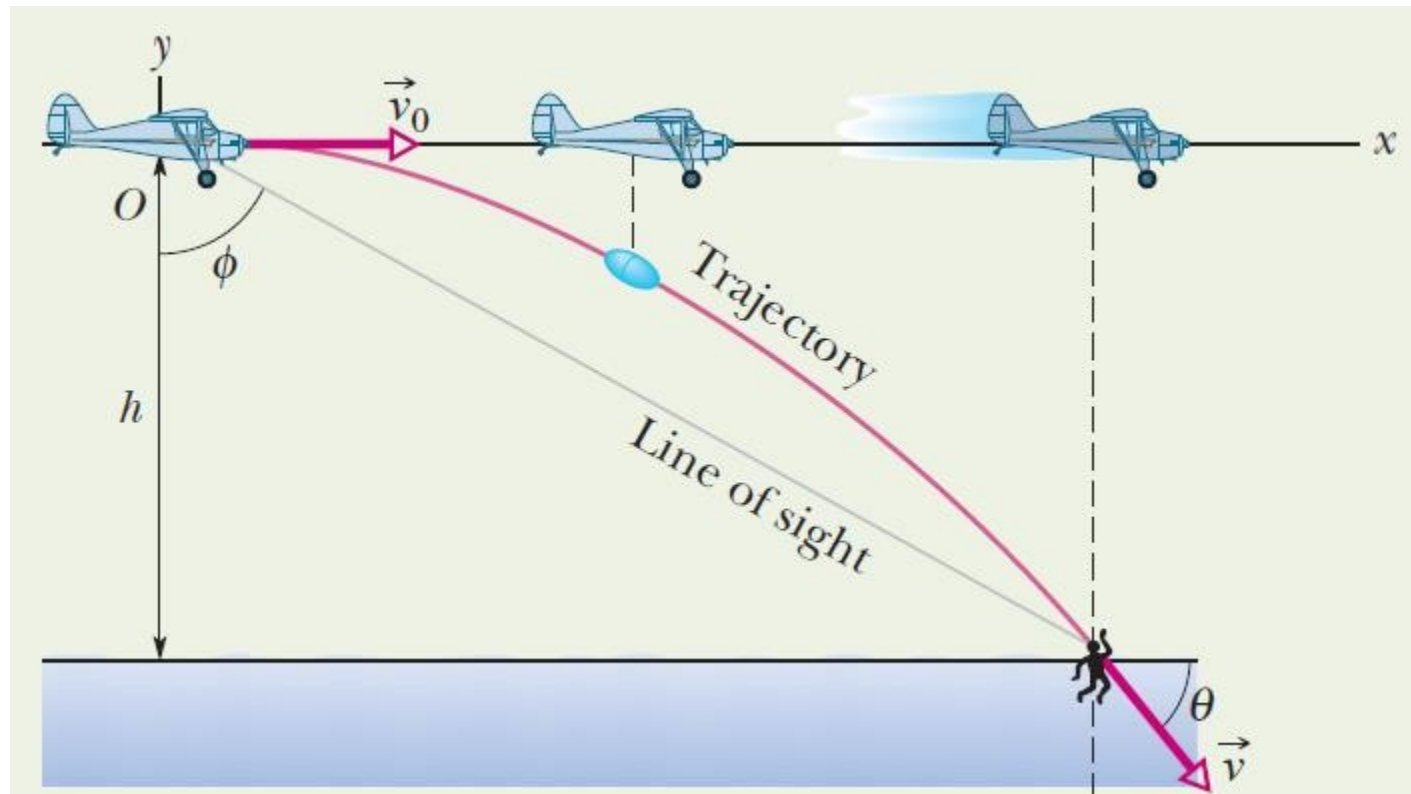
Exercícios

Um avião de salvamento voa a 198 km/h , a uma altura constante de 500 m , rumo a um ponto diretamente acima da vítima de um naufrágio, para deixar cair uma balsa.



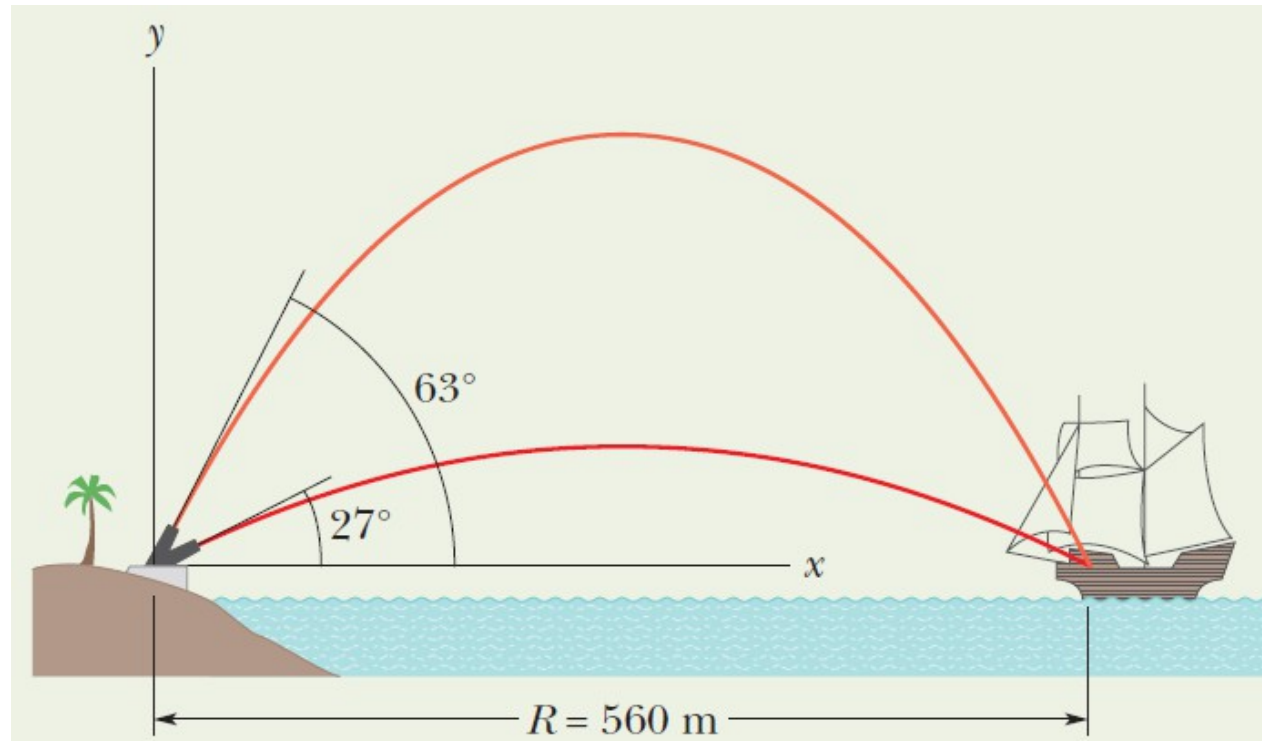
Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

- a) Qual deve ser o ângulo ϕ da linha de visada do piloto para a vítima no instante em que o piloto deixa cair a balsa?
- b) No momento em que a balsa atinge a água, qual é a sua velocidade em termos dos vetores unitários e na notação módulo-ângulo?



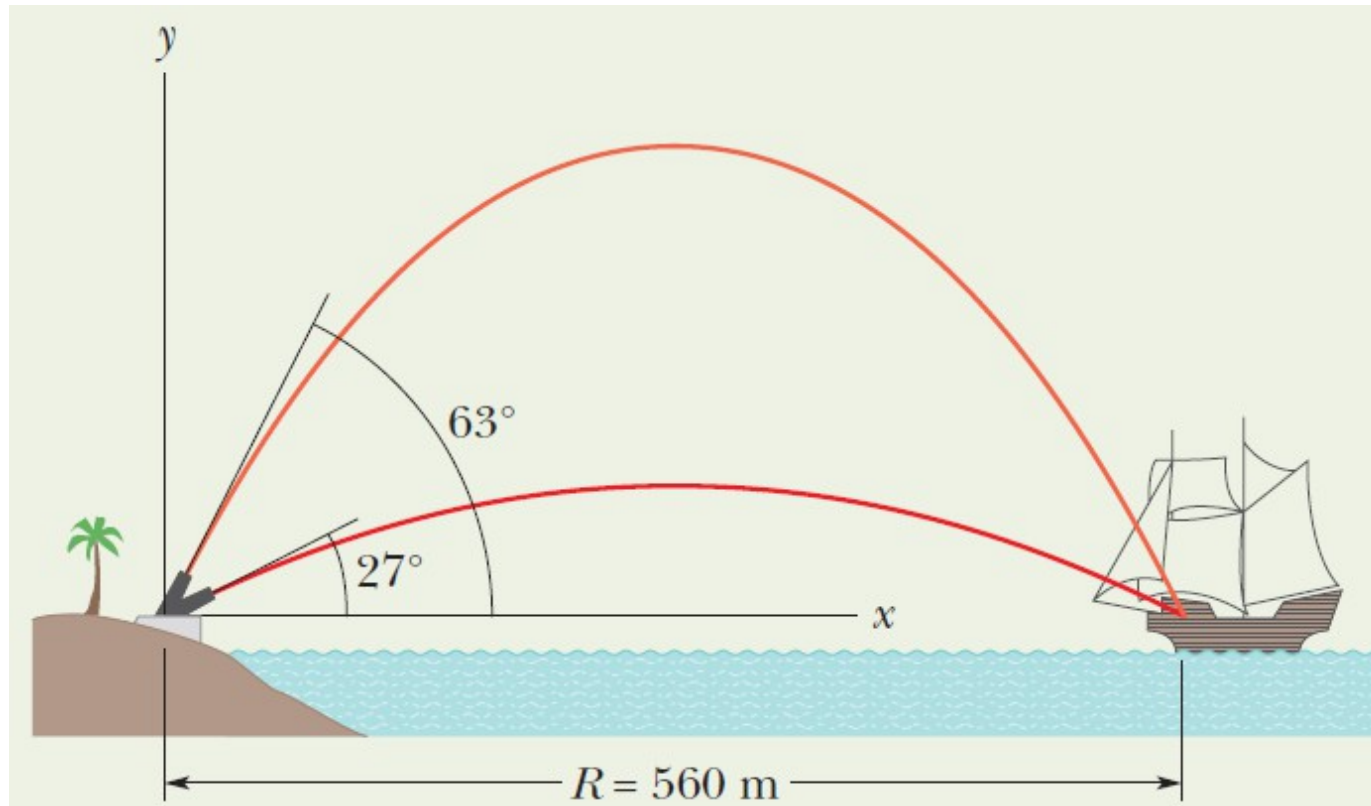
Exercícios

Um navio pirata a 560m de um forte que protege a entrada de um porto. Um canhão de defesa, situado ao nível do mar, dispara projéteis com uma velocidade inicial $v_0 = 82\text{m/s}$.



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

- a) Com que ângulo θ_0 em relação à horizontal as balas devem ser disparadas para atingir o navio?
- b) Qual é o alcance máximo das balas de canhão?

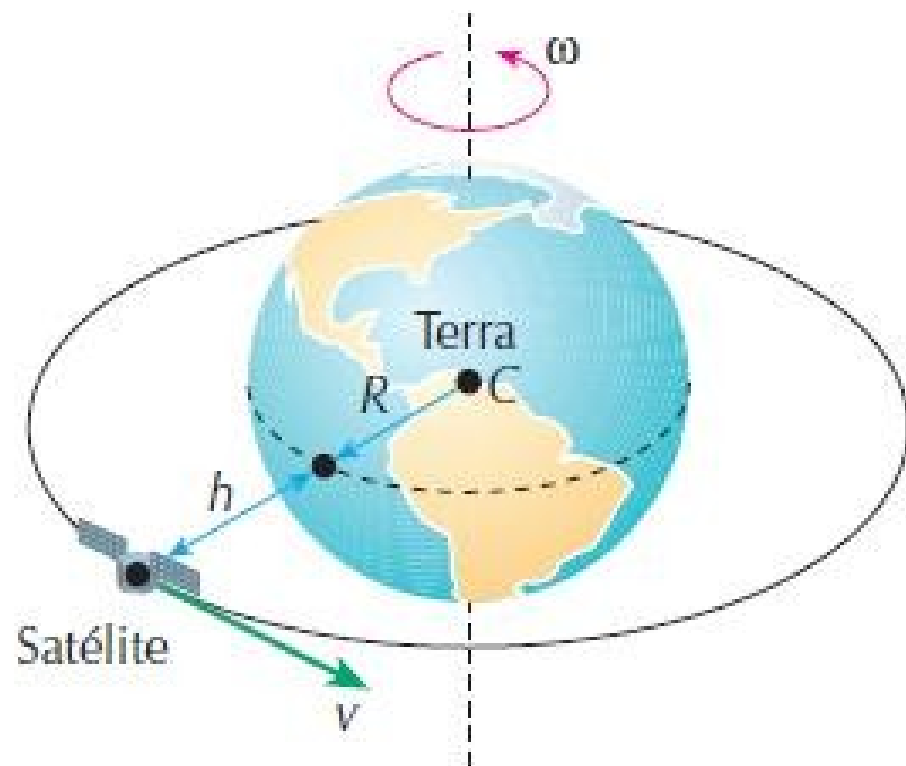


Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

4.7 *Movimento Circular Uniforme*

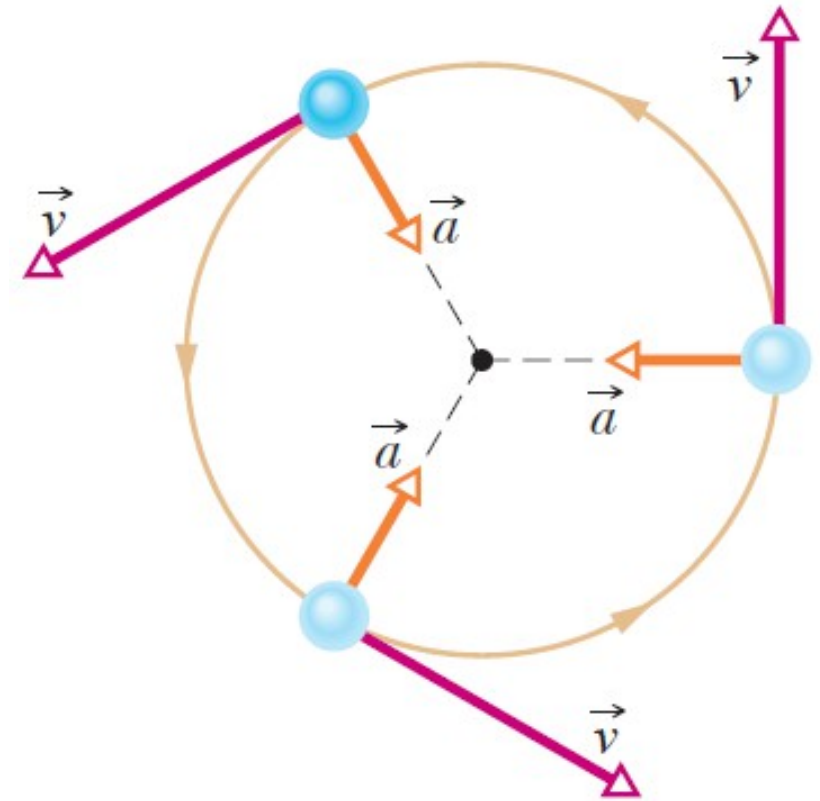
4.7 Movimento Circular Uniforme

Movimento Circular Uniforme



Satélites geoestacionários executam, ao redor do eixo da Terra, movimentos circulares uniformes.

- ✓ Uma partícula em M.C.U. descreve uma circunferência com velocidade escalar constante (uniforme).
- ✓ Embora a velocidade escalar não varie nesse tipo de movimento, a partícula está acelerada, porque a direção da velocidade está mudando.
- ✓ O módulo dos vetores velocidade e aceleração permanece constante durante o movimento, mas a orientação varia continuamente.
- ✓ A velocidade está sempre tangente à circunferência e tem o mesmo sentido do movimento.
- ✓ A aceleração está sempre na direção radial e aponta para o centro da circunferência.



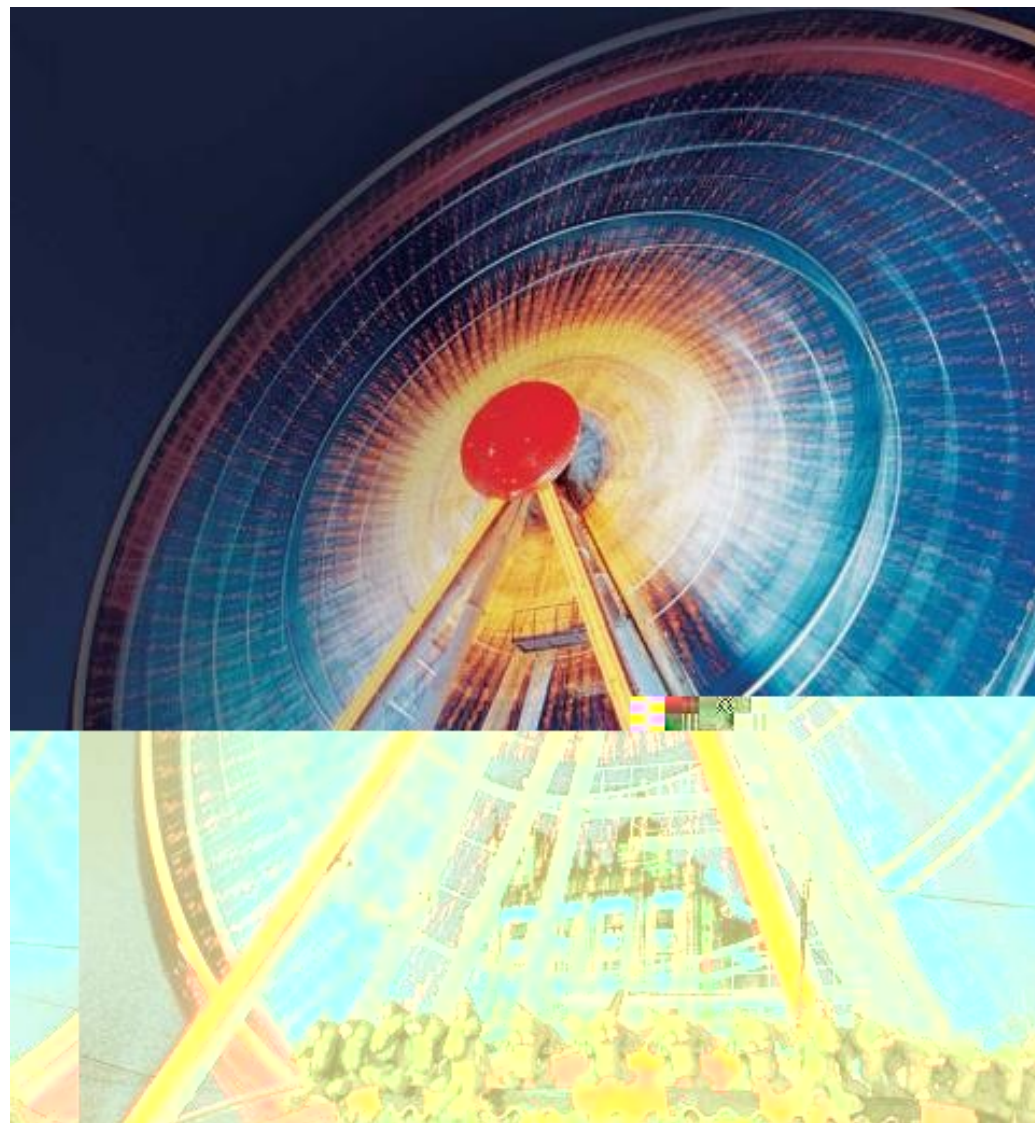
Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

- ✓ A Aceleração associada ao movimento circular uniforme é chamada de aceleração centrípeta (“que busca o centro”) e seu módulo é dado por:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

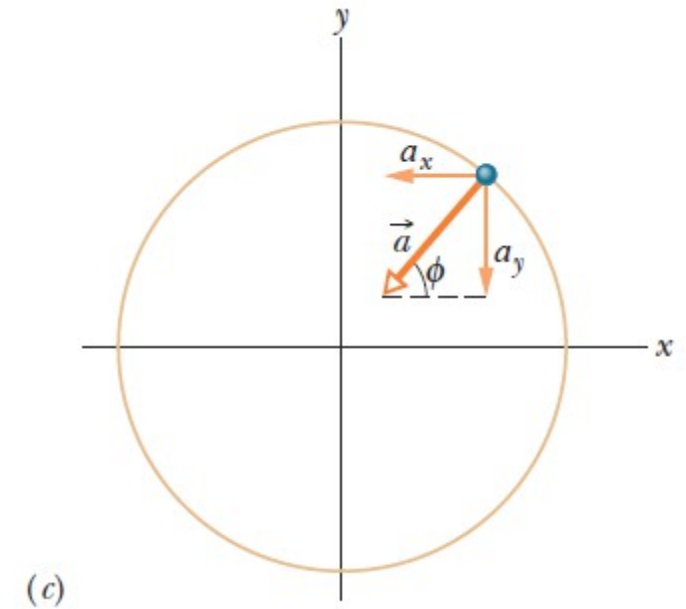
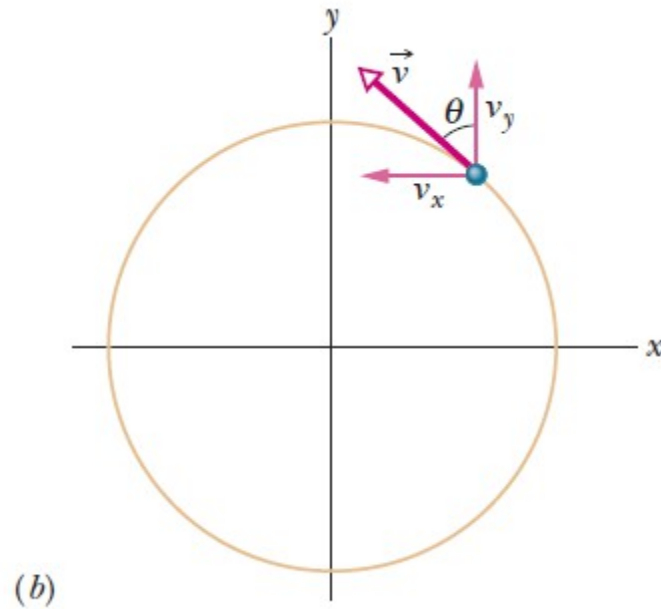
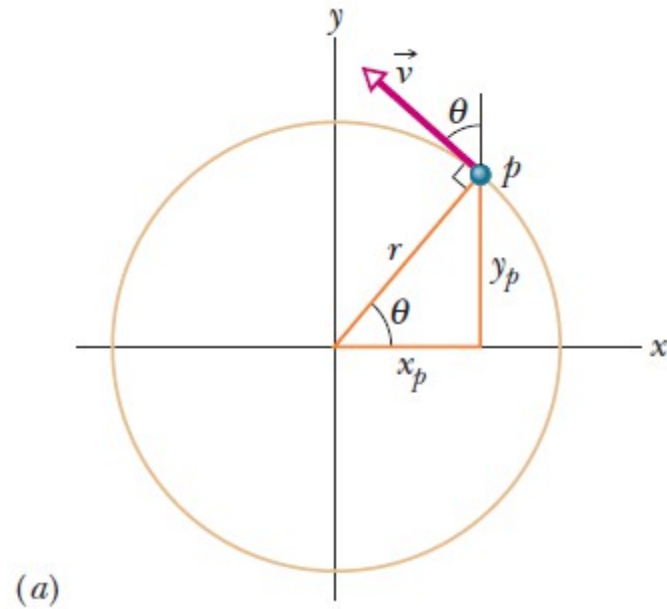
- ✓ Durante essa aceleração com velocidade escalar constante, a partícula percorre a circunferência completa (uma distância igual a $2\pi r$) em um intervalo de tempo dado por

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$



Livro da Moderna Plus - Física

... demonstrando a fórmula da aceleração centrípeta



$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = (-v \sin \theta) \hat{i} + (v \cos \theta) \hat{j}.$$

M.C.U. $\rightarrow v = cte$

$$\vec{v} = \left(-\frac{v y_p}{r} \right) \hat{i} + \left(\frac{v x_p}{r} \right) \hat{j}.$$

$$v_x = \frac{dx_p}{dt} = -v \sin \theta$$

$$v_y = \frac{dy_p}{dt} = v \cos \theta$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(-\frac{v}{r} \frac{dy_p}{dt} \right) \hat{i} + \left(\frac{v}{r} \frac{dx_p}{dt} \right) \hat{j}.$$

$$\vec{a} = \left(-\frac{v^2}{r} \cos \theta \right) \hat{i} + \left(-\frac{v^2}{r} \sin \theta \right) \hat{j}.$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{v^2}{r} \sqrt{(\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2} = \frac{v^2}{r} \sqrt{1} = \frac{v^2}{r},$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

4.8 Movimento Relativo em uma Dimensão

*4.8 Movimento Relativo em uma
Dimensão*

Movimento Relativo em uma Dimensão

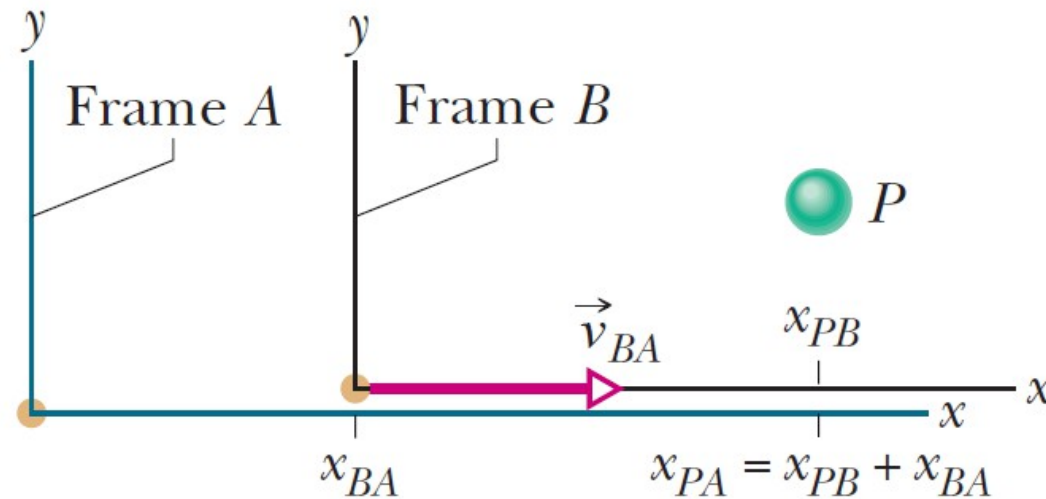
A velocidade de uma partícula depende do referencial de quem está observando ou medindo a velocidade. Um **referencial** é um objeto no qual fixamos um sistema de coordenadas.

- ✓ Suponha que Alexandre (situado na origem do referencial A) esteja parado no acostamento de uma rodovia, observando o carro P (a “partícula”) passar.
- ✓ Bárbara (situada na origem do referencial B) está dirigindo um carro na rodovia com velocidade constante e também observa o carro P.

Suponha que os dois meçam a posição do carro em um dado momento. Assim, temos:

$$x_{PA} = x_{PB} + x_{BA}$$

A coordenada x_{PA} de P medida por A é igual à coordenada x_{PB} de P medida por B mais a coordenada x_{BA} de B medida por A .

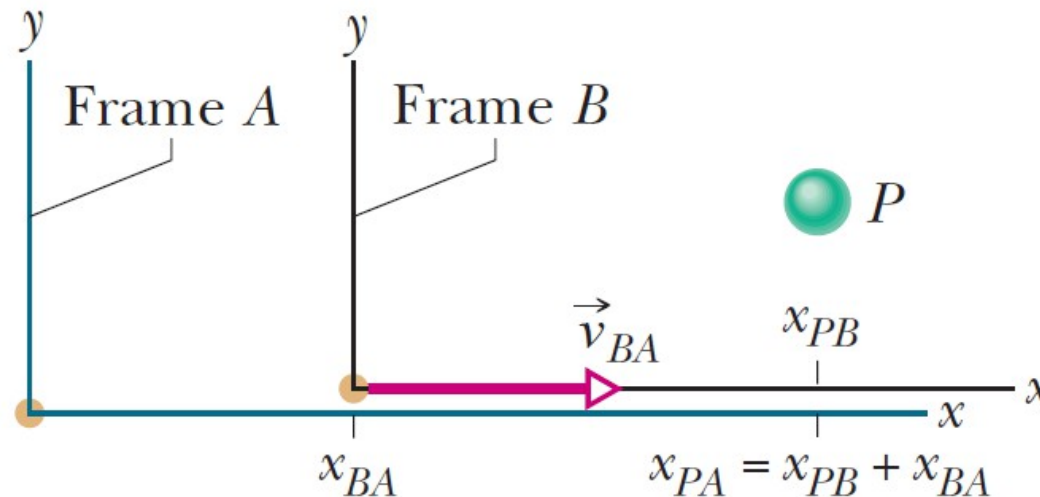


Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Derivando a equação anterior em relação ao tempo, obtemos:

$$\frac{d(x_{PA})}{dt} = \frac{d(x_{PB})}{dt} + \frac{d(x_{BA})}{dt} \quad \Rightarrow \quad v_{PA} = v_{PB} + v_{BA}$$

- ✓ Estamos considerando apenas referenciais que se movem com velocidade constante um em relação ao outro.
- ✓ Isso significa que Bárbara (referencial B) dirige com velocidade constante v_{BA} em relação a Alexandre (referencial A).
- ✓ Esta restrição não vale para o carro P (a partícula em movimento), cuja velocidade pode mudar de módulo e direção (ou seja, a partícula pode sofrer uma aceleração).



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Para relacionar as acelerações de P medidas por Bárbara e por Alexandre em um mesmo instante, calculamos a derivada em relação ao tempo da equação anterior:

$$\frac{d(v_{PA})}{dt} = \frac{d(v_{PB})}{dt} + \frac{d(v_{BA})}{dt} \quad \Rightarrow \quad a_{PA} = a_{PB}$$

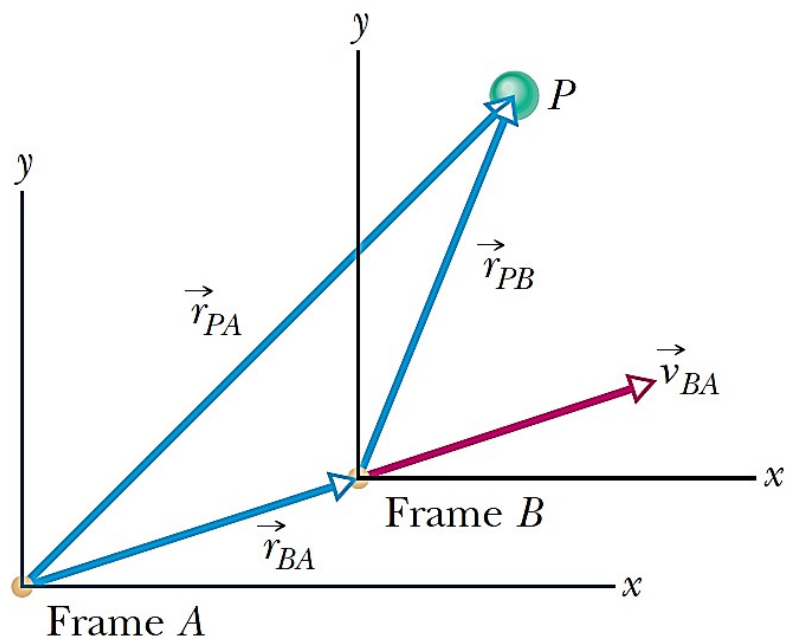
A aceleração de uma partícula medida por observadores em referenciais que se movem com velocidade constante um em relação ao outro é exatamente a mesma.

4.9 Movimento Relativo em duas Dimensões

*4.9 Movimento Relativo em duas
Dimensões*

Movimento Relativo em duas Dimensões

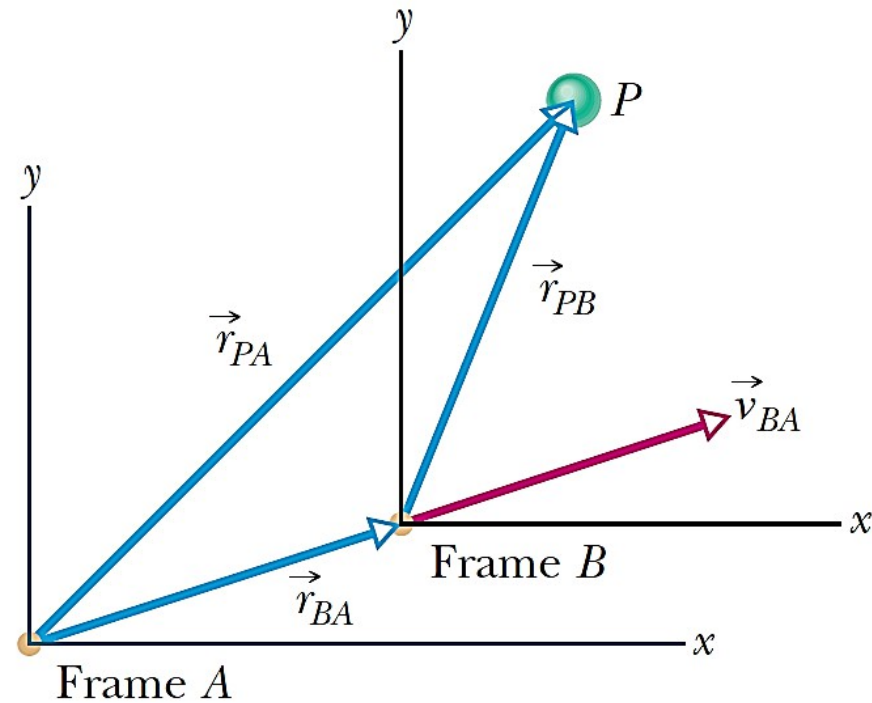
- ✓ O referencial B possui uma velocidade bidimensional constante $\vec{v}_{BA}$ em relação ao referencial A. O vetor posição de B em relação a A é $\vec{r}_{BA}$.
- ✓ Os vetores posição da partícula P são $\vec{r}_{PA}$ em relação a A e $\vec{r}_{PB}$ em relação a B.



$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

✓ Derivando a equação anterior em relação ao tempo, obtemos uma equação que envolve as velocidades $\vec{v}_{PA}$ e $\vec{v}_{PB}$ da partícula P em relação aos nossos observadores:

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}$$



Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

- ✓ Derivando a equação anterior em relação ao tempo, obtemos uma equação que envolve as acelerações $\vec{a}_{PA}$ e $\vec{a}_{PB}$ da partícula P em relação aos nossos observadores. Note que, como $\vec{v}_{BA}$ é constante sua derivada em relação ao tempo é nula.

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$$

Da mesma forma que o movimento unidimensional, a aceleração de uma partícula medida por observadores em referenciais que se movem com velocidade constante um em relação ao outro é exatamente a mesma.



Cap. 5: Força e Movimento I

Cap. 5: Força e Movimento I



- ✓ 5.1 *Contextualizando a Física*
- ✓ 5.2 *Mecânica Newtoniana*
- ✓ 5.3 *A Primeira Lei de Newton*
- ✓ 5.4 *Força*
- ✓ 5.5 *Massa*
- ✓ 5.6 *A Segunda Lei de Newton*
- ✓ 5.7 *Algumas Forças Especiais*
- ✓ 5.8 *A Terceira Lei de Newton*
- ✓ 5.9 *Aplicando as Leis de Newton*

5.1 *Contextualizando a Física*

5.1 Contextualizando a Física

Contextualizando a Física

- ✓ *Vimos que a física envolve o estudo do movimento dos objetos, incluindo a aceleração, que é uma variação de velocidade.*
- ✓ *A física também envolve o estudo da causa da aceleração. A causa é sempre uma força que pode ser definida como um empurrão ou um puxão exercido sobre um objeto.*

◀ A ejeção dos gases da combustão aplica no foguete uma força, acelerando-o.



5.2 Mecânica Newtoniana

5.2 Mecânica Newtoniana

Mecânica Newtoniana

- ✓ *A relação que existe entre uma força e a aceleração produzida por essa força foi descoberta por Isaac Newton (1642-1727).*
- ✓ *A mecânica Newtoniana é muito poderosa para situações cotidianas mas não pode ser aplicada a todas as situações.*



Isaac Newton



Retrato de sir Isaac Newton (1643-1727).

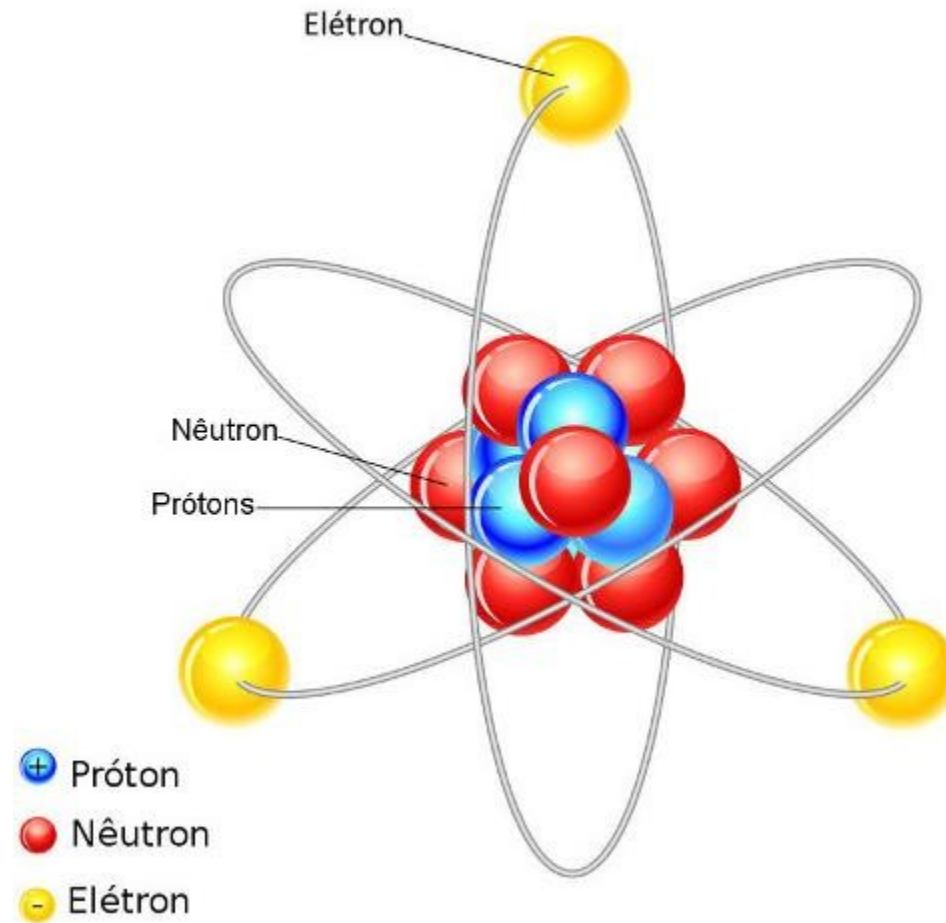
Isaac Newton (1643-1727) nasceu em Woolsthorpe (Inglaterra). Foi educado na Universidade de Cambridge e considerado aluno excelente e aplicado. Durante a grande peste de 1664-1666, fechadas as universidades, Newton produziu intensamente, fazendo descobertas importantes em Matemática (teorema do binômio, cálculo diferencial), em Óptica (teoria da cor) e em Mecânica. Foi presidente da Sociedade Real e chefe da Casa da Moeda da Inglaterra, ajudando na reorganização monetária de seu país. Aceitou e desenvolveu as ideias de Galileu. Em sua obra *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, enunciou as três leis fundamentais do movimento, conhecidas hoje com leis de Newton. Sobre elas se estrutura a Dinâmica. A primeira lei de Newton é uma confirmação dos estudos realizados por Galileu.

Livro da Moderna Plus - Física

- ✓ Se as velocidades dos corpos são muito elevadas, comparáveis à velocidade da luz, a mecânica Newtoniana deve ser substituída pela Teoria da relatividade restrita de Einstein, que é válida para qualquer velocidade.



- ✓ *Se os corpos envolvidos são muito pequenos, de dimensões atômicas ou subatômicas, a Mecânica Newtoniana deve ser substituída pela Mecânica Quântica.*



5.3 *A Primeira Lei de Newton*

5.3 *A Primeira Lei de Newton*

1ª Lei de Newton

Se nenhuma força atua sobre um corpo, sua velocidade não pode mudar, ou seja, o corpo não pode sofrer uma aceleração.

Em outras palavras, se o corpo está em repouso, permanece em repouso; se está em movimento, continua com a mesma velocidade (mesmo módulo e mesma orientação).





Por inércia, o cavaleiro tende a prosseguir com sua velocidade.

Livro da Moderna Plus - Física

www.desbravandofisica.com

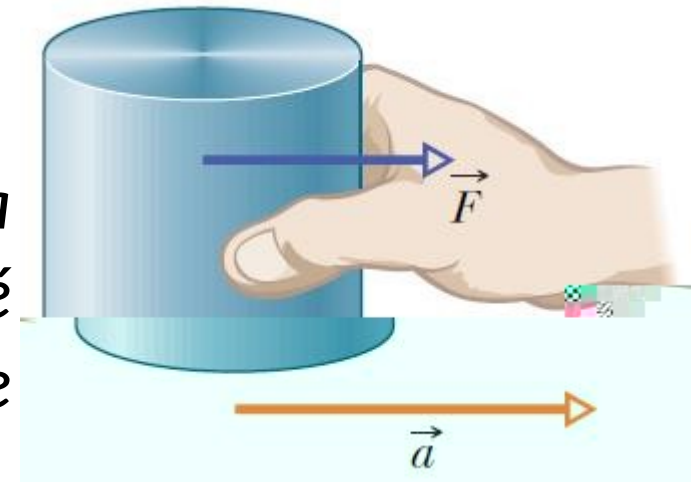
5.4 *Força*

5.4 *Força*

Força

- ✓ A força $\vec{F}$ pode causar a aceleração de um corpo. Uma força $\vec{F}$ aplicada no quilograma-padrão provoca uma aceleração $\vec{a}$.
- ✓ Colocamos o corpo-padrão sobre uma mesa horizontal sem atrito e o puxamos para direita até que, por tentativa e erro, adquira uma aceleração de 1 m/s^2 .
- ✓ Declaramos então, a título de definição, que a força que estamos exercendo sobre o corpo-padrão tem um módulo de 1 newton (1N).

$$1\text{Kg} \cdot \text{m/s}^2 \equiv 1\text{N}$$



Fonte: Livro Fundamentos de Física
– Halliday, 9ª ed.

Princípio de superposição para forças:

Uma única força com o módulo e a orientação da força resultante tem o mesmo efeito sobre um corpo que todas as forças (que compõe a resultante) agindo simultaneamente.

Um enunciado mais rigoroso da **1ª Lei de Newton**, baseado na ideia de força resultante, é

Se nenhuma força resultante atua sobre um corpo ($\vec{F}_{res} = 0$), a velocidade não pode mudar, ou seja, o corpo não pode sofrer uma aceleração.

Referenciais Inerciais

É um referencial para o qual as leis de Newton são válidas.

5.5 *Massa*

5.5 Massa

Massa

- ✓ É uma propriedade intrínseca de um corpo, ou seja, uma característica que resulta automaticamente da existência do corpo. É uma grandeza escalar.
- ✓ É a propriedade que relaciona uma força que age sobre o corpo à aceleração resultante.
- ✓ Podemos ter uma sensação física da massa apenas quando tentamos acelerar um corpo, como chutar uma bola de futebol ou uma bola de boliche.
- ✓ Medida da inércia de um corpo.

Ex: Freamos um carro com muito mais facilidade que um caminhão, ambos à mesma velocidade, já que a massa do carro é menor, e o carro apresenta menor tendência a permanecer em seu estado de movimento.

5.6 *A Segunda Lei de Newton*

5.6 A Segunda Lei de Newton

A Segunda Lei de Newton

A resultante das forças aplicadas a um ponto material é igual ao produto de sua massa pela aceleração adquirida:

$$\vec{F}_R = m\vec{a}$$

- ✓ *A força resultante que age sobre um corpo é igual ao produto da massa do corpo pela aceleração.*

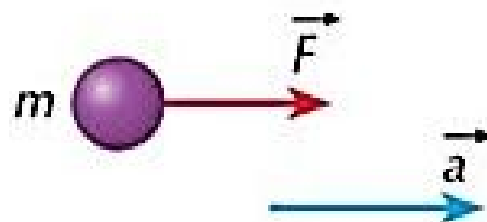
$$\vec{F}_{res} = m \cdot \vec{a}$$

Exemplo

- ✓ *Se você disputa a bola com vários adversários em um jogo de futebol, a força resultante que age sobre você é a soma vetorial de todos os empurrões e puxões que você recebe. Ela não inclui um empurrão ou puxão que você dá em outro jogador.*
- ✓ *Toda vez que resolvemos um problema que envolve forças, o primeiro passo é definir claramente a que corpo vamos aplicar a segunda lei de Newton.*

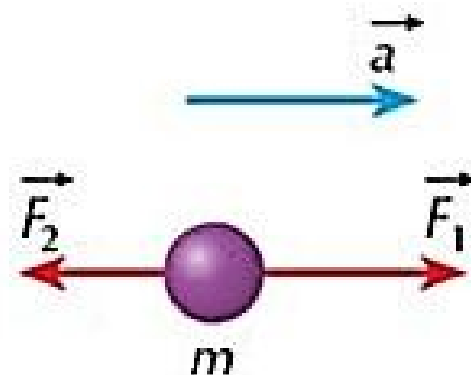
Exemplos

A



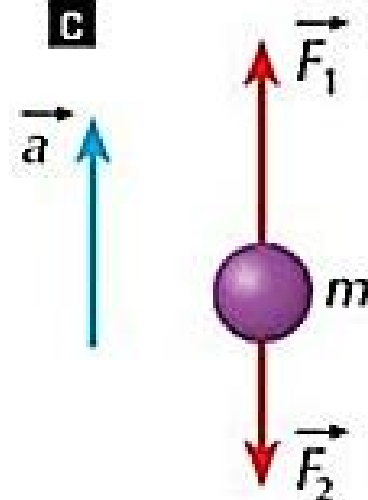
$$F_R = F \Rightarrow F = ma$$

B

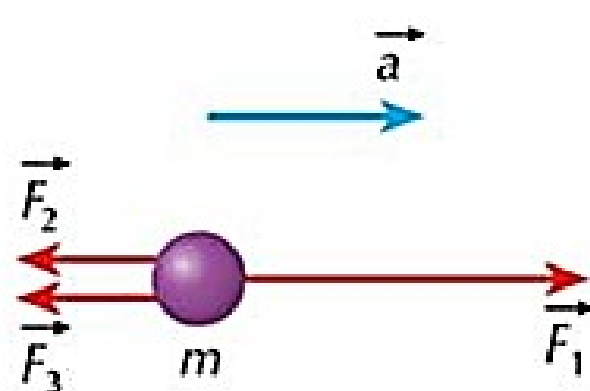
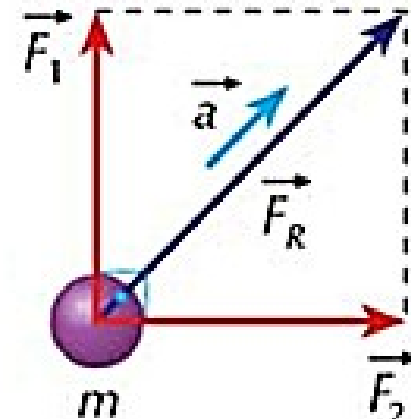
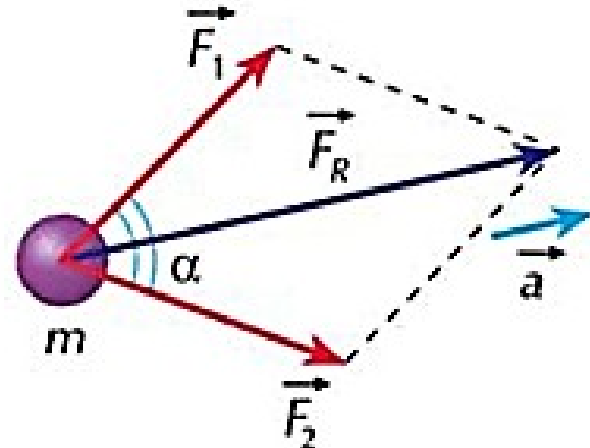


$$\begin{aligned} \vec{F}_R &= m\vec{a} \\ \text{porém} \\ F_R &= F_1 - F_2 \\ F_1 - F_2 &= ma \end{aligned}$$

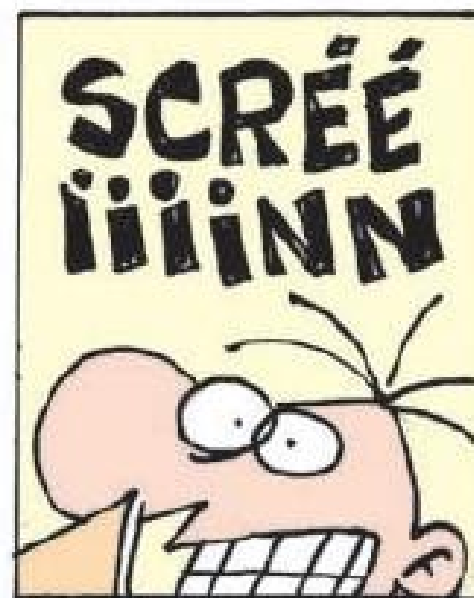
C



$$\begin{aligned} \vec{F}_R &= m\vec{a} \\ \text{porém} \\ F_R &= F_1 - F_2 \\ F_1 - F_2 &= ma \end{aligned}$$

D  $\vec{F}_R = m\vec{a}$ porém $F_R = F_1 - F_2 - F_3$ $-F_2 - F_3 = ma$	E  $\vec{F}_R = m\vec{a}$ porém $F_R^2 = F_1^2 + F_2^2$ (teorema de Pitágoras)	F  $\vec{F}_R = m\vec{a}$ porém $F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha$ (lei dos cossenos)
---	---	---

Na equação fundamental da Dinâmica ($\vec{F}_R = m \vec{a}$), $\vec{F}_R$ é a soma vetorial das forças que atuam no corpo, m é a massa (grandeza escalar) e $\vec{a}$ é a aceleração adquirida.



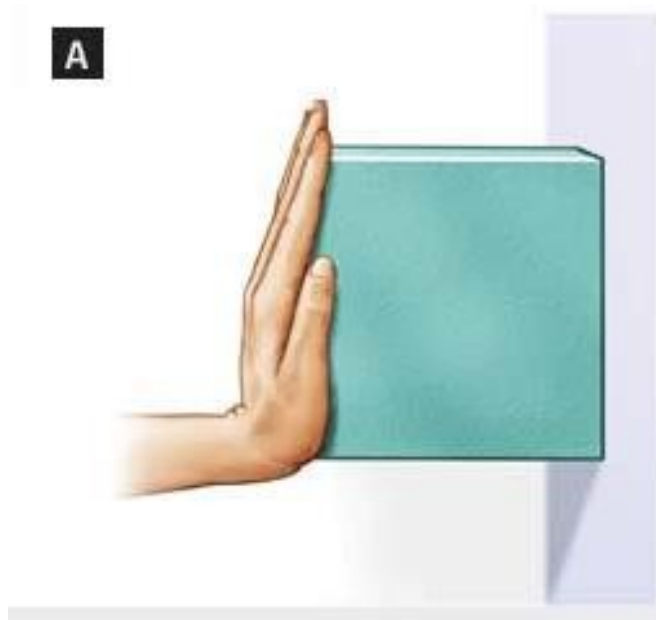
(Calvin e Haroldo, Bill Watterson)

5.7 Algumas Forças Especiais

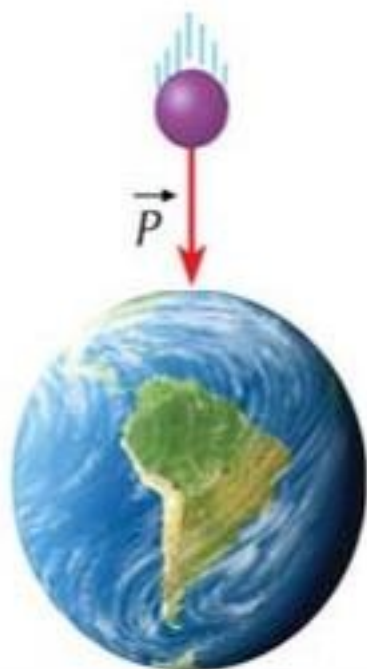
5.7 Algumas Forças Especiais

Algumas Forças Especiais

- ***Forças de contato:*** (quando empurramos uma caixa, chutamos uma bola etc.);



- **Forças de campo:** (independem do contato entre corpos, como quando a Terra atrai objetos para sua superfície ou um ímã atrai um pedaço de metal próximo dele).



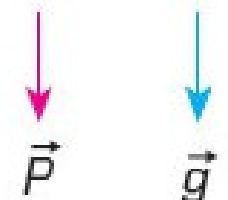
Campo gravitacional da Terra.



Campo elétrico originado por corpos eletrizados.

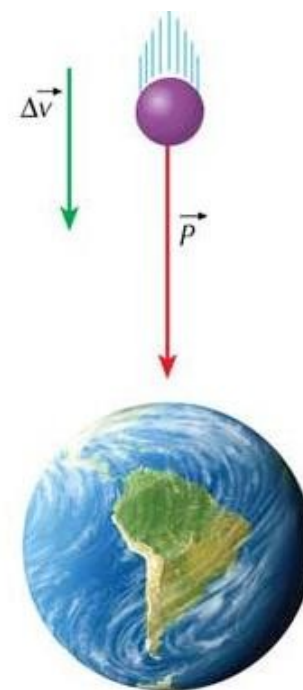
Força Peso

O peso P de um corpo é o módulo da força necessária para impedir que o corpo caia livremente, medida em relação ao solo.

$$\vec{F}_R = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{g}$$


Em módulo, temos:

$$P = mg$$



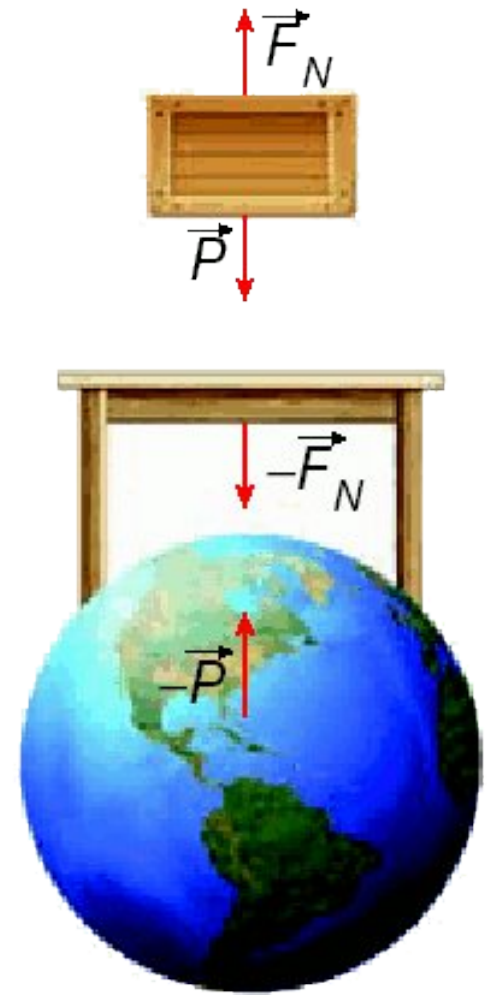
Livro da
Moderna Plus - Física

Peso de um corpo é força de atração gravitacional sofrida por um corpo de massa m que esteja próximo da superfície de um astro.

Força Normal

N

- ✓ Surge quando um corpo se encontra sobre certa superfície de apoio.
- ✓ A força normal é sempre perpendicular a superfície.
- ✓ A força peso e a normal não formam um par ação e reação.
- ✓ É a normal que nos dá a sensação de peso.



Google Imagens



Figura 17. Num corpo apoiado...

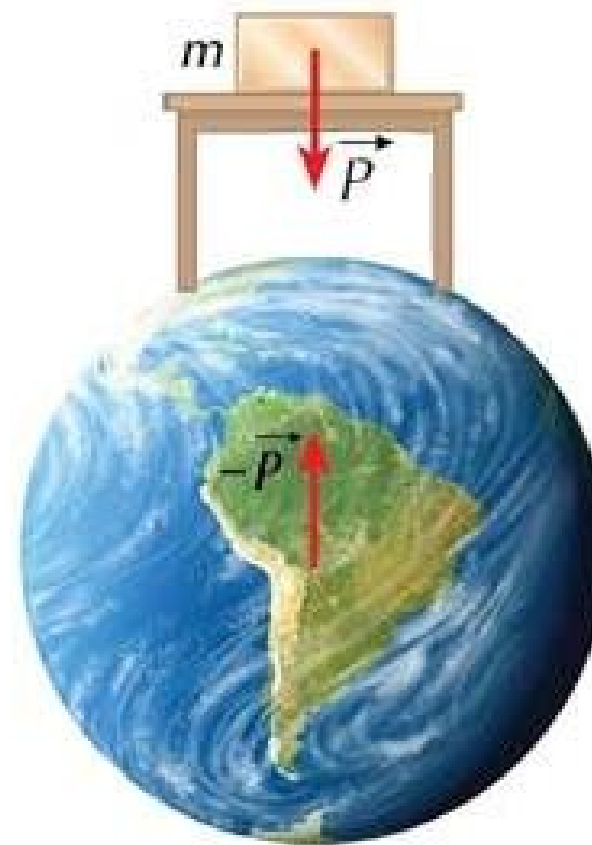


Figura 18. ... existe o peso $\vec{P}$, cuja reação está aplicada no centro da Terra...

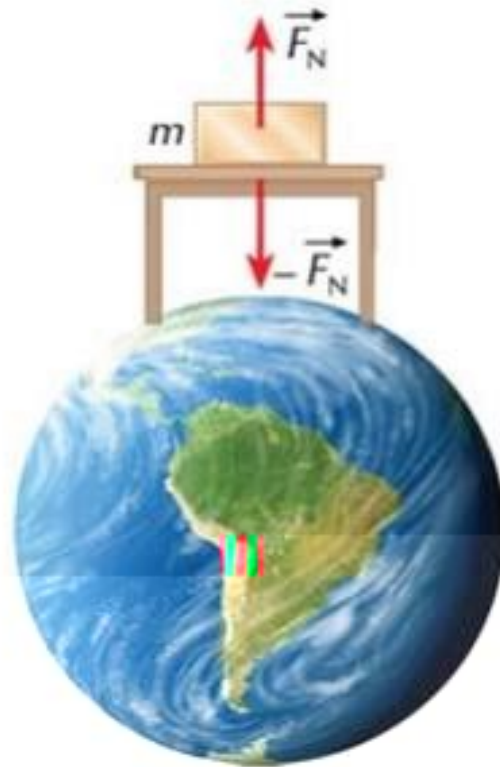


Figura 19. ... e a força de contato $\vec{F}_N$, cuja reação está no apoio.

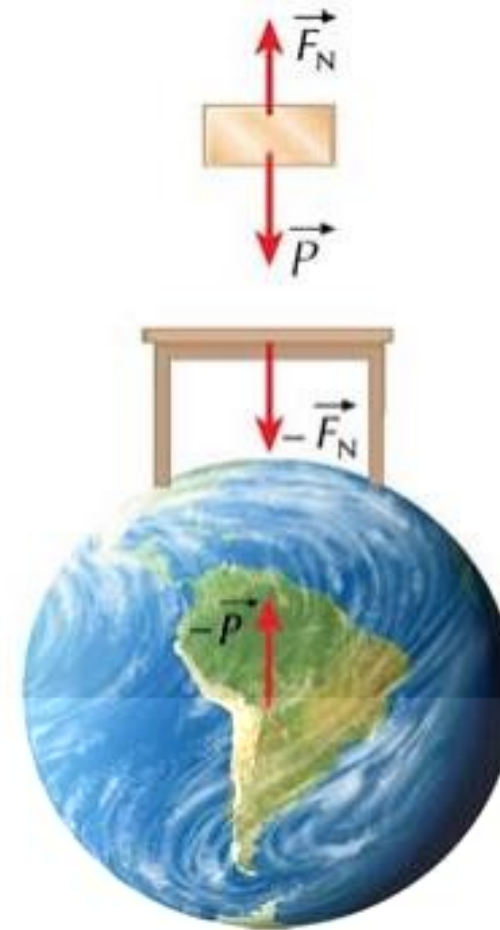
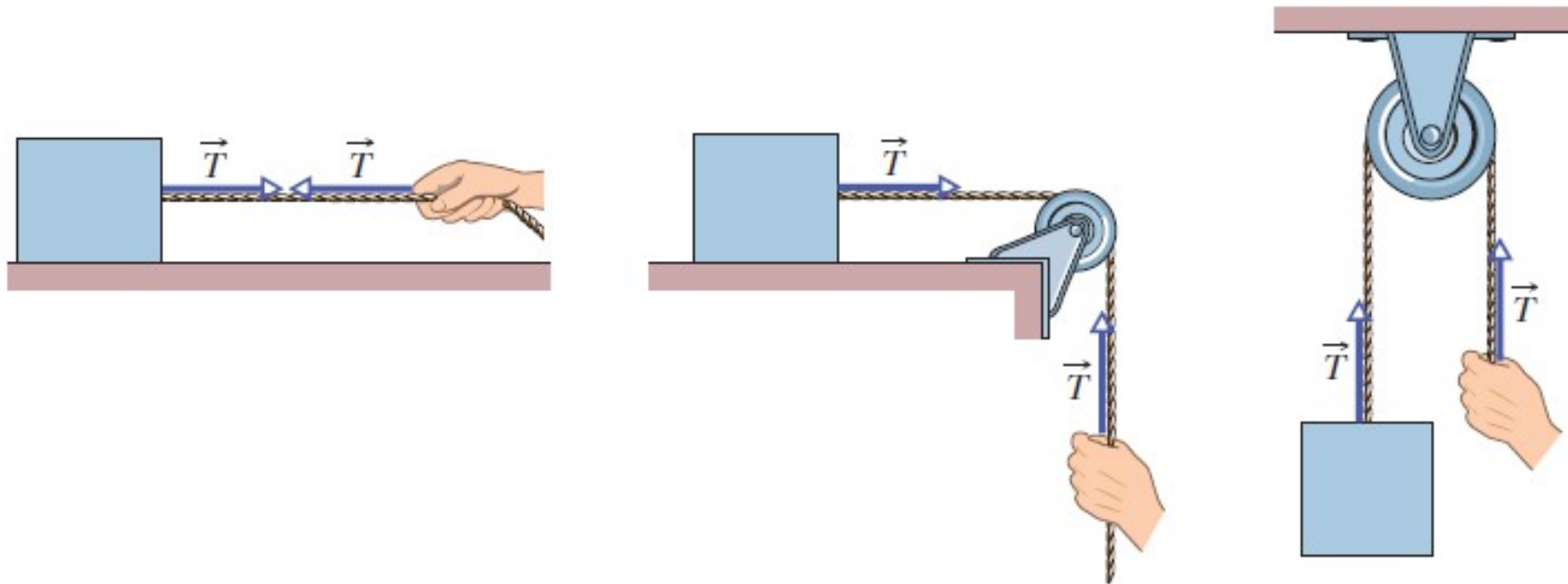


Figura 20. No corpo apoiado existe $\vec{P}$ (ação de campo) e $\vec{F}_N$ (ação de contato), cujas intensidades são P e F_N .

Tensão ou tração em fios (T)

É a força que surge num fio quando ele é tracionado pelas extremidades. Se o fio for ideal, então a força exercida numa extremidade é integralmente transmitida à outra extremidade.



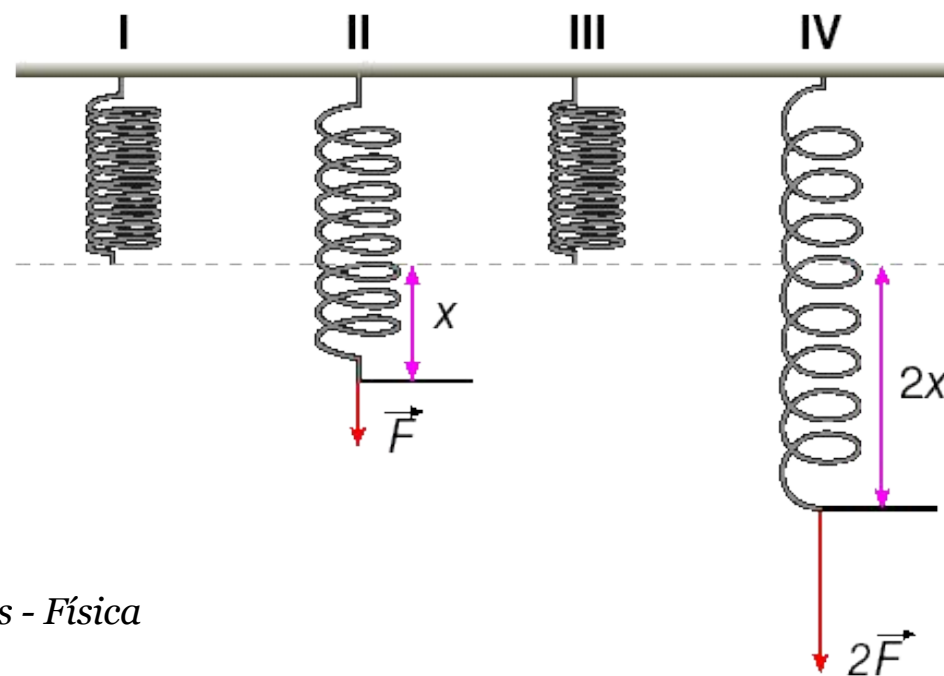
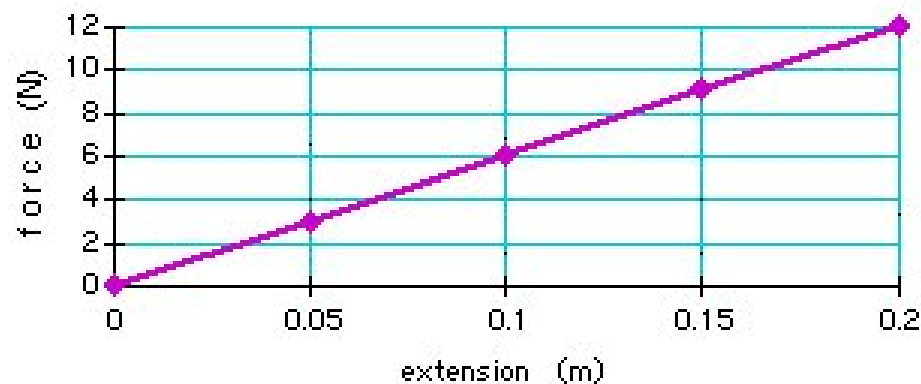
Fonte: Livro Fundamentos de Física – Halliday, 9ª ed.

Força Elástica

A Força elástica aparece quando comprimimos ou distendemos uma mola. O módulo da força elástica é diretamente proporcional à deformação nela provocada.

Lei de Hooke: $\vec{F} = k \cdot \vec{x}$

Constante elástica da mola k : representa uma característica da mola, medida em N/m.



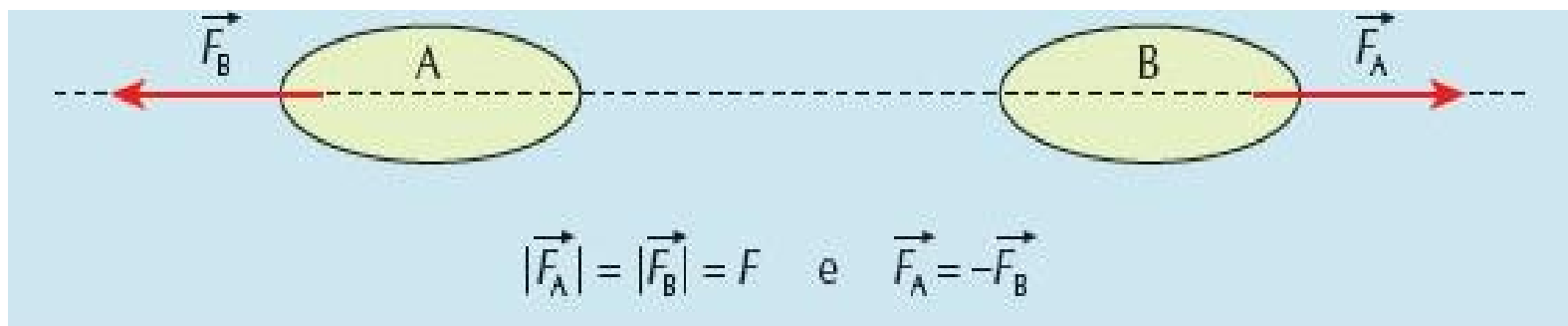
5.8 *A Terceira Lei de Newton*

5.8 A Terceira Lei de Newton

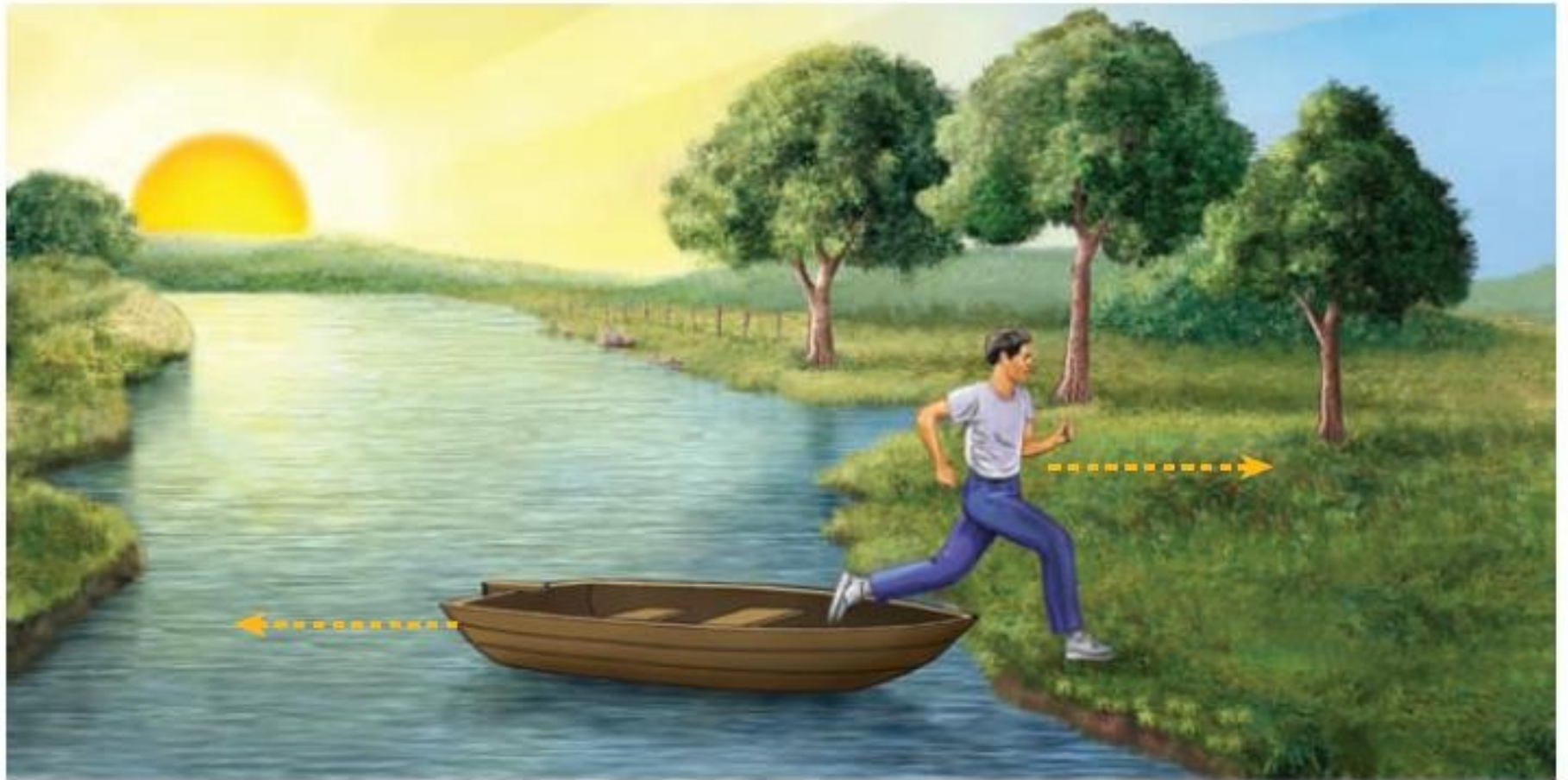
Lei da Ação e Reação

Toda vez que um corpo A exerce uma força $\vec{F}_A$ em um corpo B , este também exerce em A uma força $\vec{F}_B$ tal que essas forças:

- a) Têm a mesma intensidade;
- b) Têm a mesma direção;
- c) Têm sentidos opostos;
- d) Tem a mesma natureza, sendo ambas de campo ou ambas de contato.



Quando a pessoa salta do barco para a margem, o barco movimenta-se em sentido oposto, de acordo com o princípio da ação e reação. ➤



Livro da Moderna Plus - Física



Ao receber a bolada (ação), o rosto do jogador também exerce uma força (reação) sobre a bola. 📌



📌 Ao ejetar os gases em combustão num sentido, a nave movimenta-se em sentido oposto, o que se explica pelo princípio da ação e reação.

Livro da Moderna Plus - Física

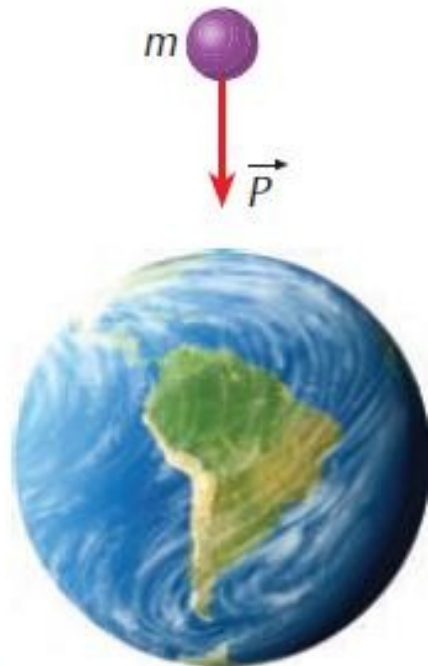


Figura 14. A Terra atrai o corpo com o peso $\vec{P}$...

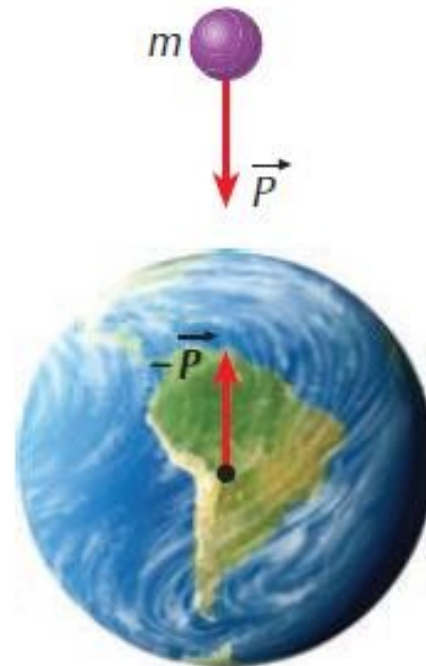


Figura 15. ... e o corpo atrai a Terra com a força $-\vec{P}$.

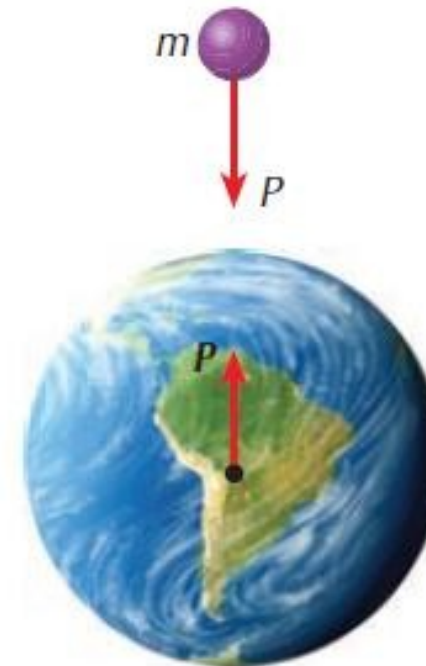


Figura 16. As forças $\vec{P}$ e $-\vec{P}$ têm a mesma intensidade P , mas sentidos opostos.

As forças de ação e reação não se equilibram, pois estão aplicadas em corpos diferentes.

5.9 *Aplicando as Leis de Newton*

*5.9 Aplicando as Leis de
Newton*

Aplicando as Leis de Newton

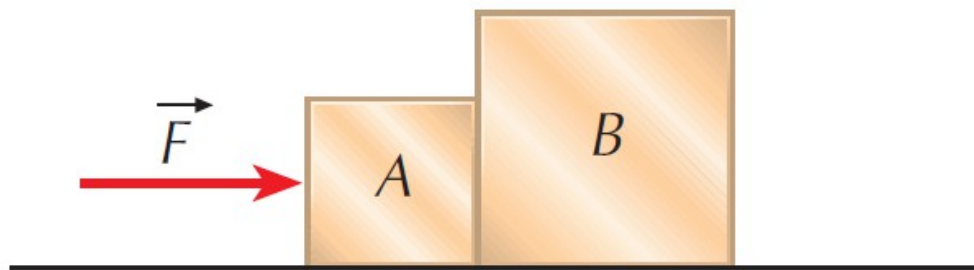
1ª) Dois blocos A e B, de massas respectivamente iguais a 2 kg e 3 kg, estão apoiados em uma superfície horizontal perfeitamente lisa. Uma força horizontal $\vec{F}$, de intensidade constante $\vec{F} = 10\text{N}$, é aplicada no bloco A. Determine:

- a) a aceleração adquirida pelo conjunto;
- b) a intensidade da força que A aplica em B.

Respostas:

a. 2 m/s^2

b. 6 N



2ª) Dois corpos A e B de massas iguais a $m_A = 2 \text{ kg}$ e $m_B = 4 \text{ kg}$ estão apoiados numa superfície horizontal perfeitamente lisa. O fio que liga A a B é ideal, isto é, de massa desprezível e inextensível. A força horizontal $\vec{F}$, tem intensidade igual a 12N , constante. Determine:

Respostas:

a. 2 m/s^2

b. 4 N

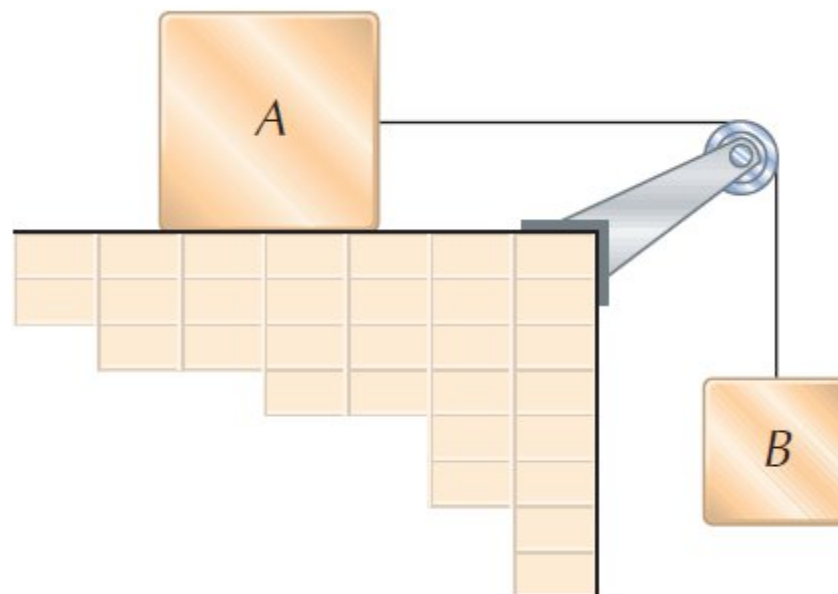
- a) a aceleração do sistema; e
b) a intensidade da força de tração do fio.



3ª) Os corpos A e B da figura têm massas respectivamente iguais a $m_A = 6 \text{ kg}$ e $m_B = 2 \text{ kg}$. O plano de apoio é perfeitamente liso e o fio é inextensível e de peso desprezível. Não há atrito entre o fio e a polia, considerada sem inércia. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine a aceleração do conjunto e a tração do fio.

Resposta:

$2,5 \text{ m/s}^2$; 15 N

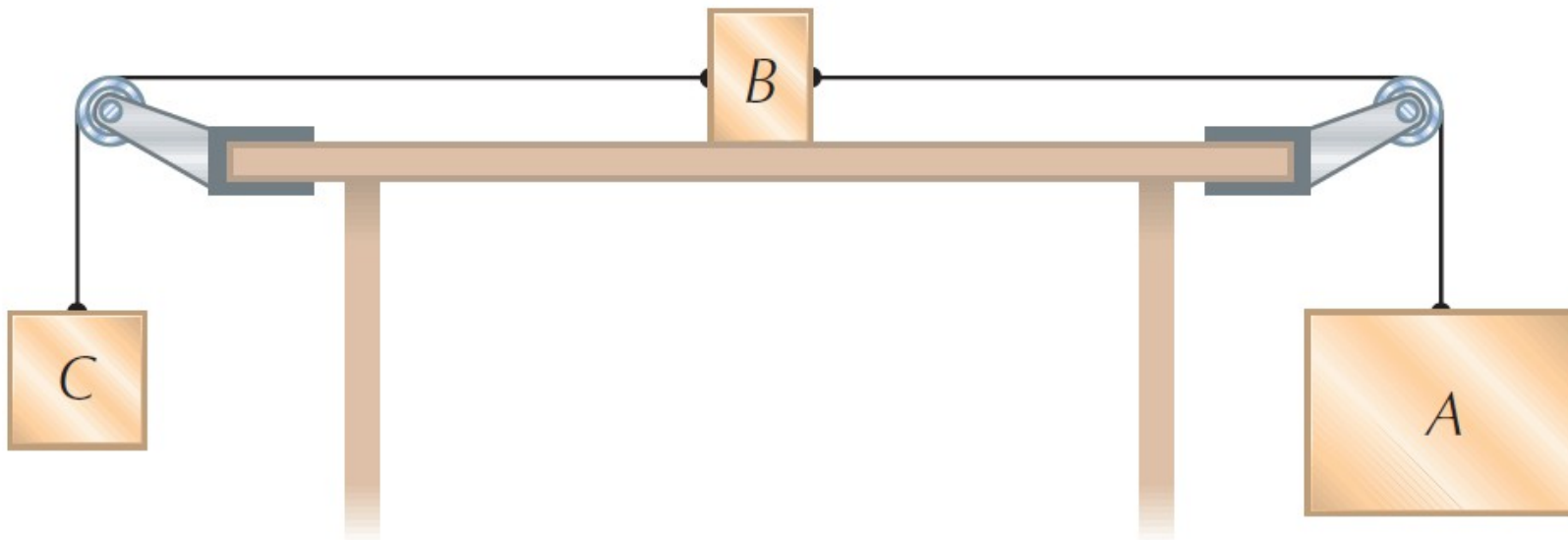


4ª) No arranjo experimental da figura, os corpos A, B e C têm, respectivamente, massas iguais a $m_A = 5 \text{ kg}$, $m_B = 2 \text{ kg}$ e $m_C = 3 \text{ kg}$. A aceleração da gravidade é 10 m/s^2 . Os fios são inextensíveis e de inércia desprezível; não há atrito entre os fios e as polias; o plano horizontal é perfeitamente liso. Determine:

- a) a aceleração do sistema de corpos; e
- b) as trações nos fios.

a. 2 m/s^2

b. $T_1 = 40 \text{ N}$; $T_2 = 36 \text{ N}$

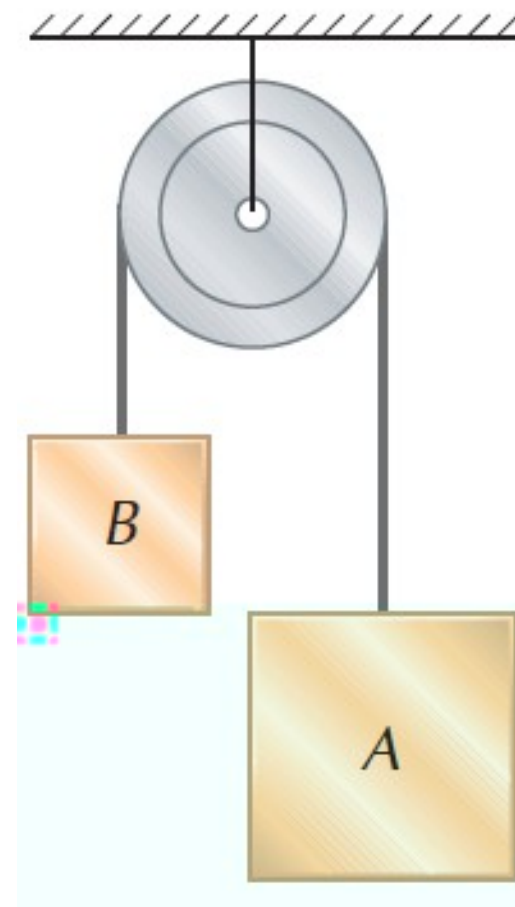


5) No arranjo experimental da figura abaixo, os corpos A e B têm, respectivamente, massas iguais a 6 kg e 2 kg. Os fios e as polias têm massas desprezíveis. Não há atrito entre o fio e a polia. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine:

- a) a aceleração do conjunto;
- b) as trações nos fios.
- c) Considere que o sistema partiu do repouso.

Respostas:

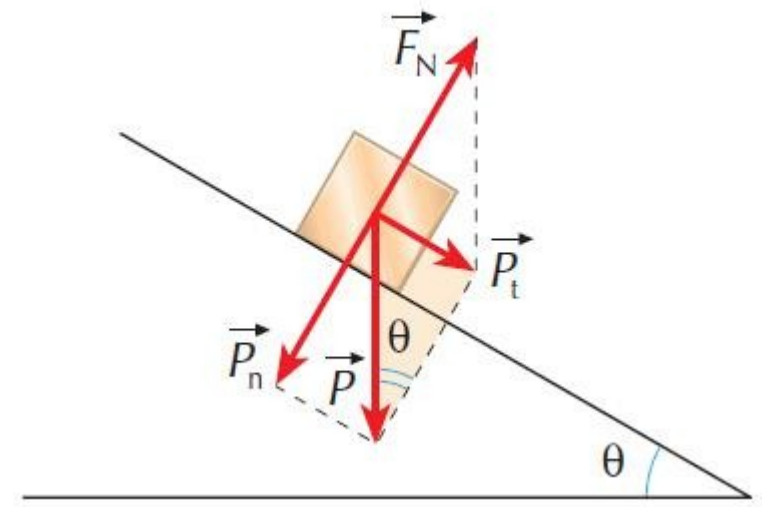
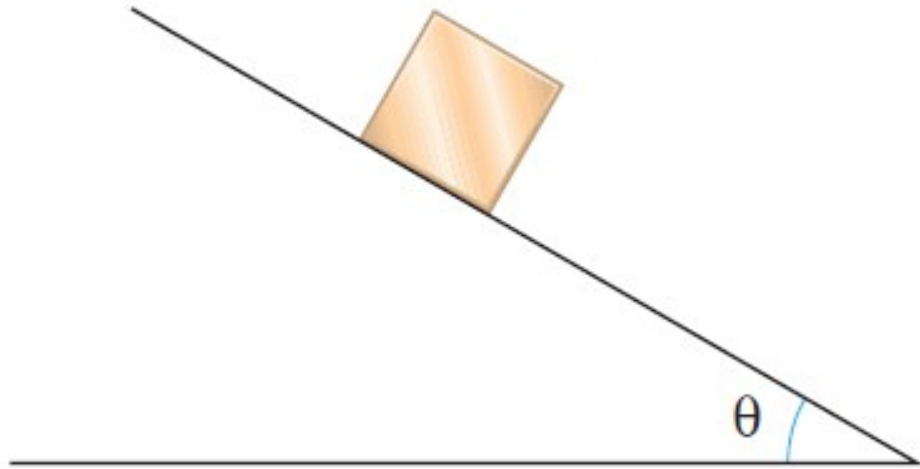
- a. 5 m/s^2
- b. 30 N e 60 N



6ª) Um corpo de peso $\vec{P}$, desliza num plano inclinado perfeitamente liso, que forma um ângulo θ em relação à horizontal. Determine:

Respostas: a) $a = g \cdot \sin \theta$; b) $F_N = P \cdot \cos \theta$

- a) a aceleração do corpo; e
- b) a intensidade da força normal que o plano exerce no corpo.
- c) É dada a aceleração da gravidade g .



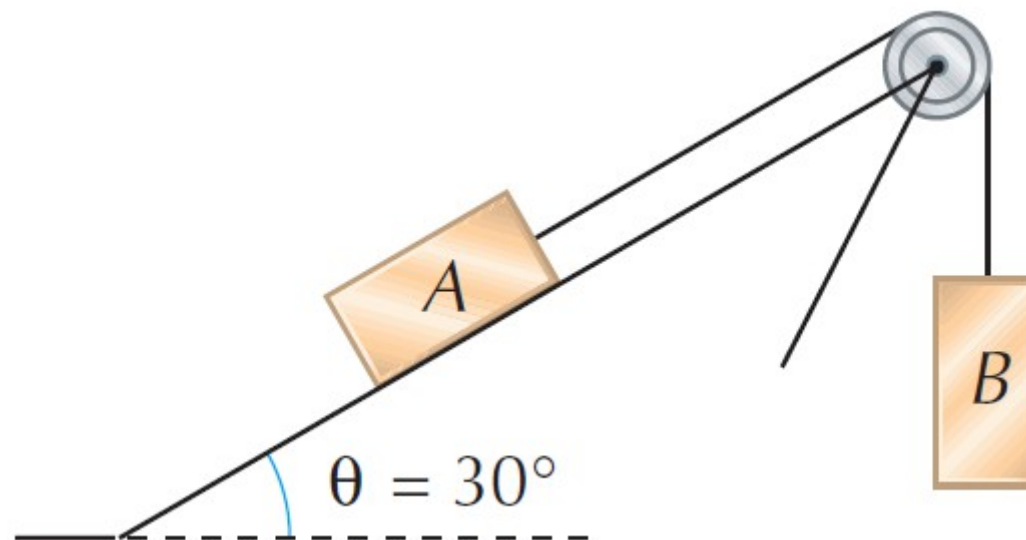
7ª) No arranjo experimental da figura, os corpos A e B têm massas iguais a 10 kg. O plano inclinado é perfeitamente liso. O fio é inextensível e passa sem atrito pela polia de massa desprezível. Determine

Respostas:

a. $2,5 \text{ m/s}^2$

b. 75 N

- a) a aceleração do sistema de corpos;
- b) a tração no fio (dado: $\sin 30^\circ = 0,5$).





Cap. 6: Força e Movimento II

Cap. 6: Força e Movimento II

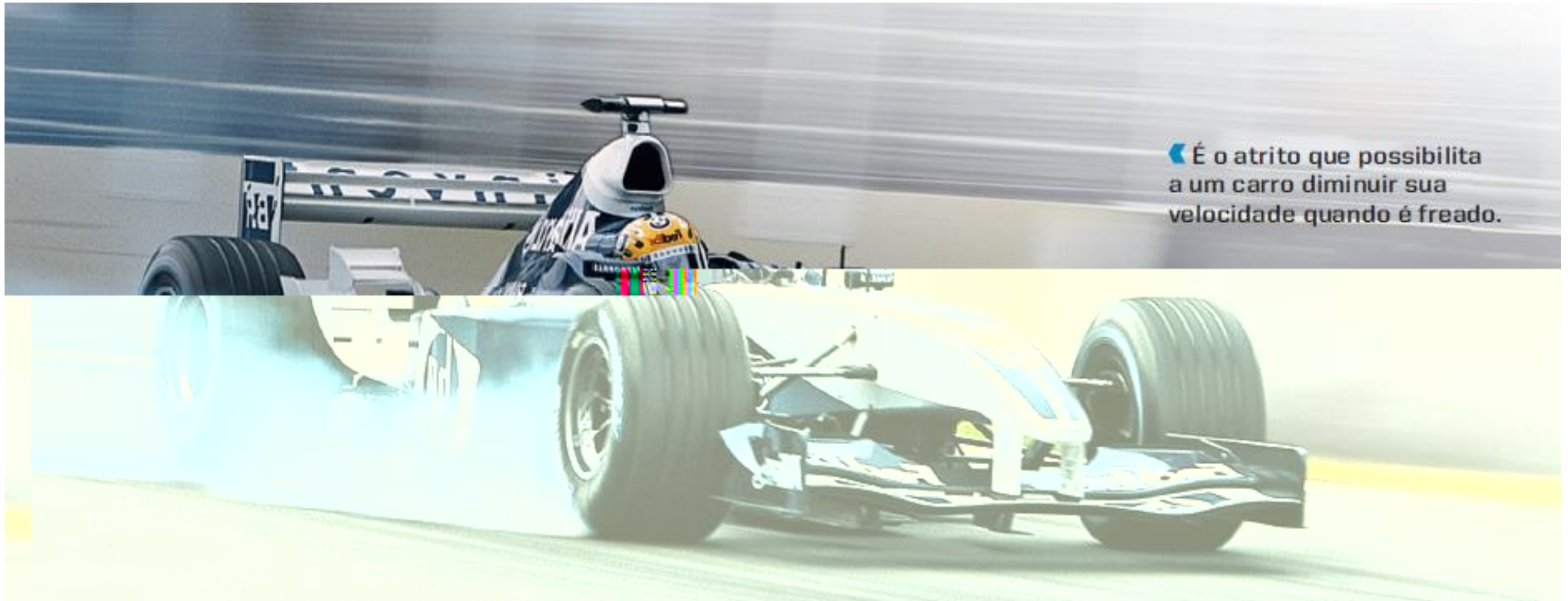


- ✓ 6.1 *Contextualizando a Física*
- ✓ 6.2 *Atrito*
- ✓ 6.3 *Propriedades do Atrito*
- ✓ 6.5 *Movimento Circular Uniforme*

6.1 *Contextualizando a Física*

6.1 *Contextualizando a Física*

Contextualizando a Física



É o atrito que possibilita a um carro diminuir sua velocidade quando é freado.

A força de atrito é devida às rugosidades das superfícies em contato e às forças de adesão entre as moléculas das duas superfícies.

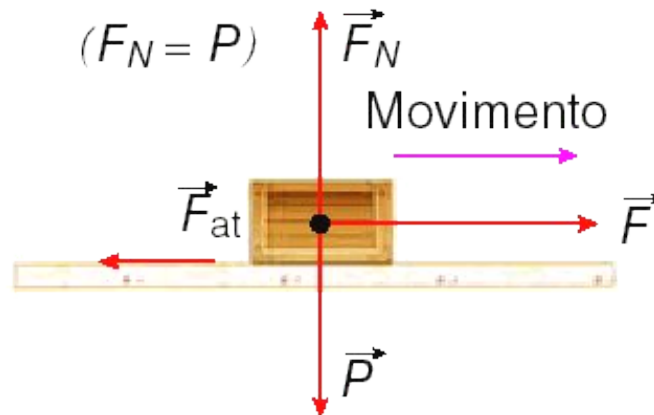
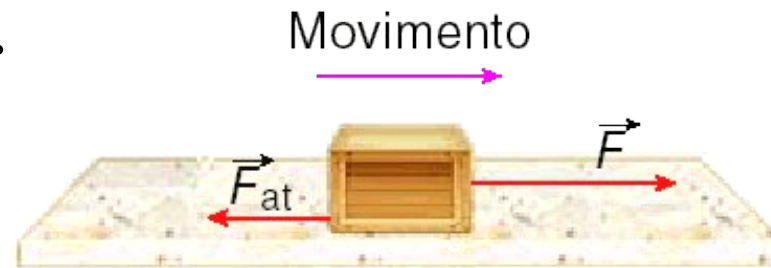
Livro da Moderna Plus - Física

6.2 *Atrito*

6.2 Atrito

Atrito

São resultado da interação entre o corpo e a superfície por onde ele se movimenta. É uma força de resistência ao movimento. A força de atrito opõe-se ao movimento ou a tendência de movimento provocado pela força $\vec{F}$.



Google Imagens

6.3 *Propriedades do Atrito*

6.3 *Propriedades do Atrito*

Propriedades do Atrito

Força de Atrito Cinético: ocorre quando houver deslizamento entre duas superfícies. Será sempre contrário ao movimento. Também chamado atrito dinâmico.

$$f_{at} = \mu_c \cdot N$$



Livro da Moderna Plus - Física

➤ **Força de Atrito Estático:** Ocorre quando **não há deslizamento** entre duas superfícies. Será sempre contrário à tendência de movimento.

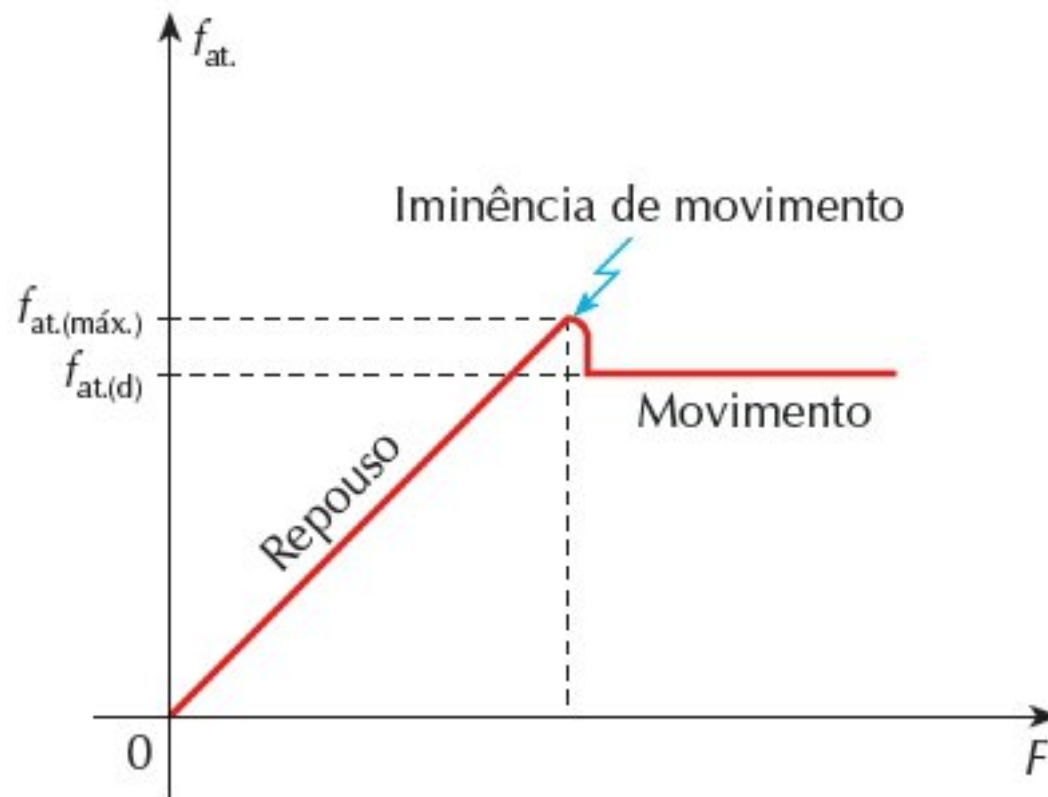
$$f_{at,máx} = \mu_E \cdot N$$



Na ausência de movimento, a força de atrito tem o mesmo módulo da força solicitadora.

Livro da Moderna Plus - Física

No gráfico abaixo, representamos a intensidade da força de atrito ($f_{at.}$) em função da intensidade da força solicitadora ($\vec{F}$) para o bloco em repouso (atrito estático) e, em seguida, para o bloco em movimento (atrito dinâmico).

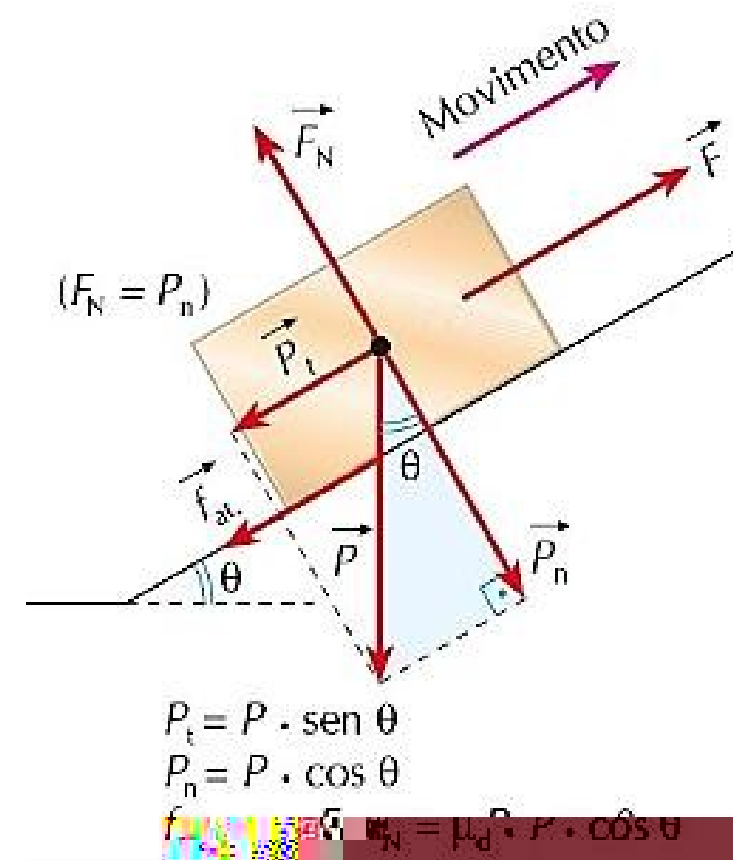
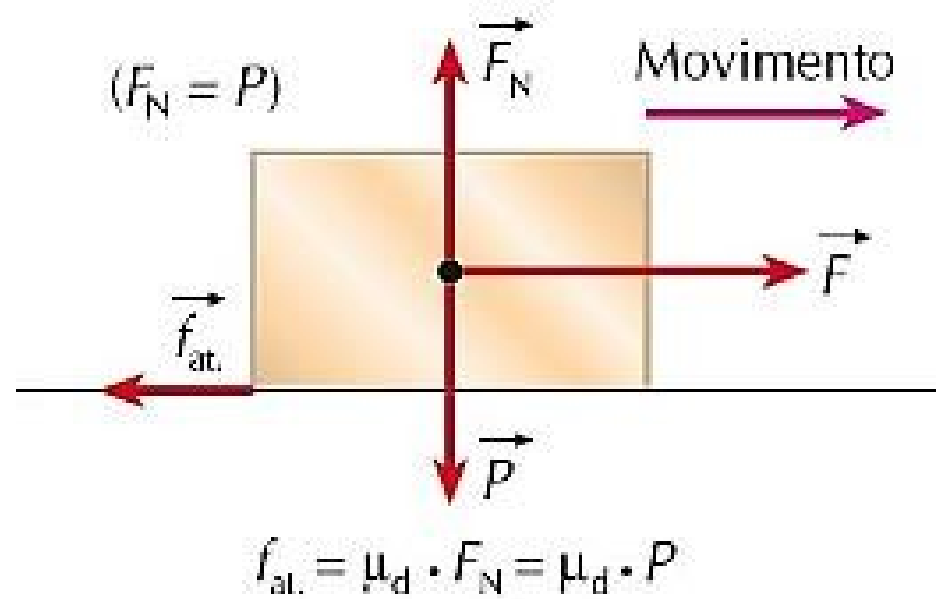


Corpo em repouso: $0 \leq f_{at.} \leq \mu_e F_N$ Corpo em movimento: $f_{at.} = \mu_d F_N$



O carro não desce a ladeira, pois a força de atrito estático é igual à componente do peso na direção do declive.

Livro da Moderna Plus - Física



O atrito pode ser útil ou prejudicial conforme as diferentes situações em que atua.

Atrito prejudicial:

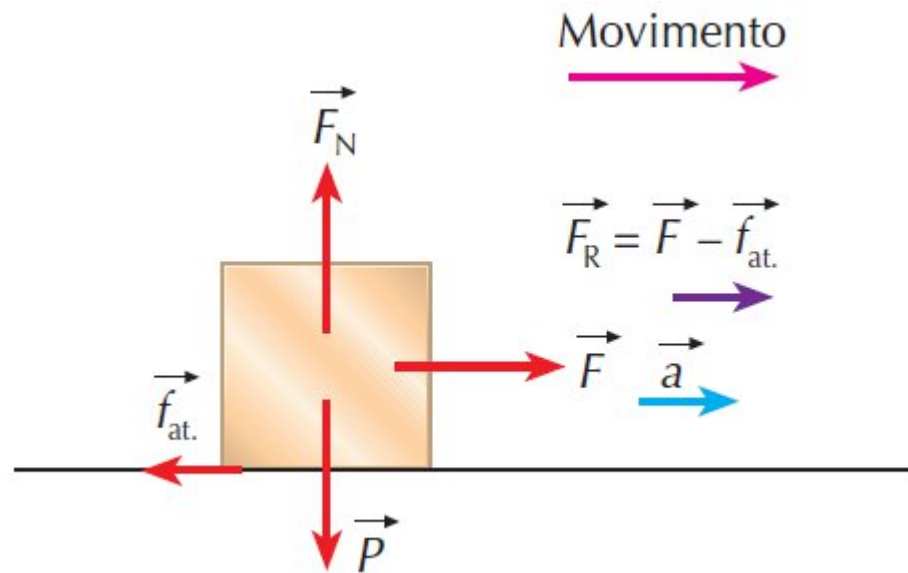
- ✓ *O atrito entre os móveis e o chão dificulta o seu movimento.*
- ✓ *O atrito entre as peças de uma máquina provoca o seu desgaste.*

Atrito útil:

- ✓ *O atrito entre os pneus dos carros e o solo permite-lhes acelerar, travar e parar.*
- ✓ *O atrito entre os sapatos e o chão permite-nos andar.*

1ª) Um bloco de massa $m = 10 \text{ kg}$ movimenta-se numa mesa horizontal sob ação de uma força horizontal $\vec{F}$ de intensidade 30N . O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e a mesa é $\mu_d = 0,20$. Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a aceleração do bloco.

Resposta: $1,0 \text{ m/s}^2$



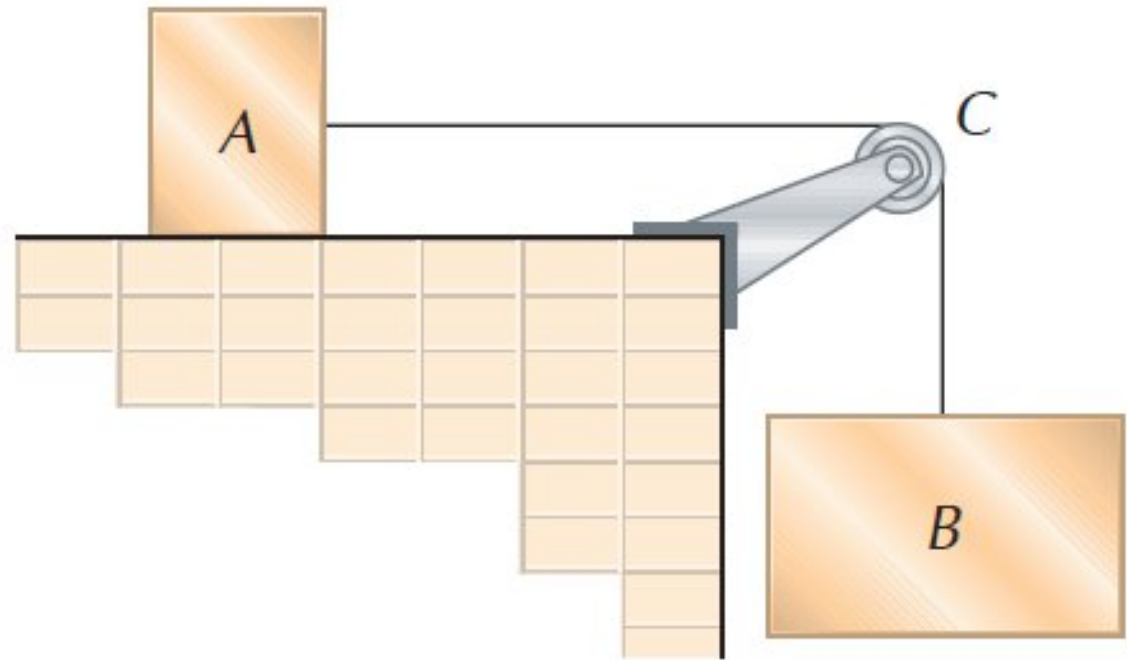
2ª) Dois corpos A e B de massas $m_A=1\text{ kg}$ e $m_B=2\text{ kg}$ estão ligados por uma corda de peso desprezível, que passa sem atrito pela polia C . Entre A e o apoio existe atrito de coeficiente $\mu_d = 0,5$. Adote $g=10\text{ m/s}^2$.

Determine:

- a) a aceleração dos corpos;
- b) a tração do fio.

Respostas:

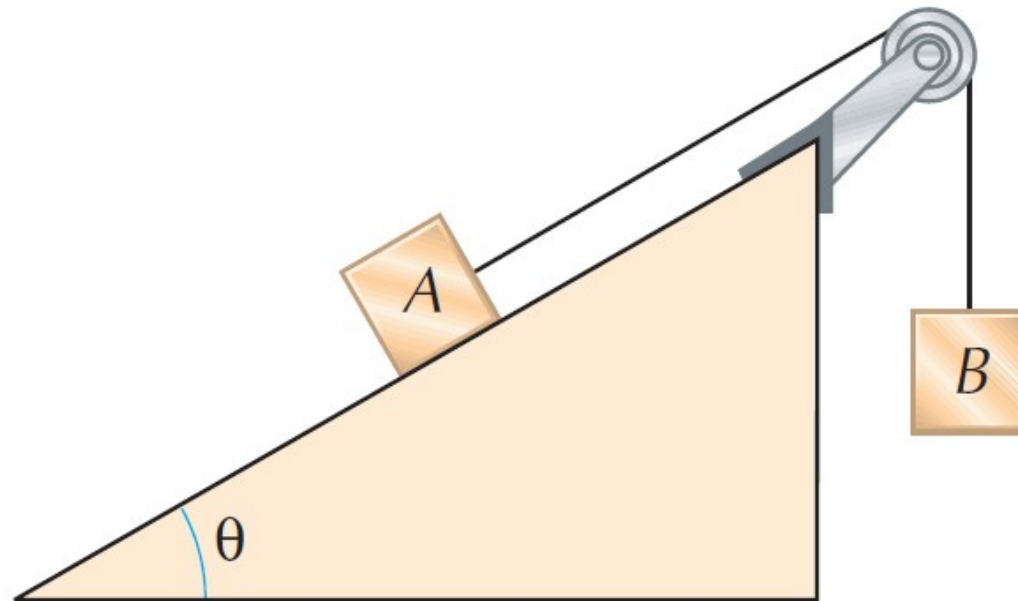
- a. 5 m/s^2 ;
- b. 10 N



3ª) O bloco A de massa $m = 3,0 \text{ kg}$ está apoiado num plano inclinado que forma um ângulo θ em relação à horizontal. O bloco A está na iminência de escorregar para baixo. Determine, nessas condições, o peso P_B do bloco B. O coeficiente de atrito estático entre o bloco A e o plano é $\mu_e = 0,50$.

(Dados: $\sin \theta = 0,6$; $\cos \theta = 0,8$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.) Considere o fio e a polia ideais.

Resposta: 6,0 N



6.5 *Movimento Circular Uniforme*

6.5 Movimento Circular Uniforme

Movimento Circular Uniforme



Para conseguir fazer um looping, o carro deve ter, no ponto mais alto da curva, uma velocidade mínima para garantir uma a_{cp} suficiente para efetuar a manobra sem que os ocupantes caiam.

Para que um corpo se mantenha em trajetória curvilínea é necessária a presença de forças que garantam a resultante centrípeta, responsável pela variação da direção da velocidade vetorial do movimento.

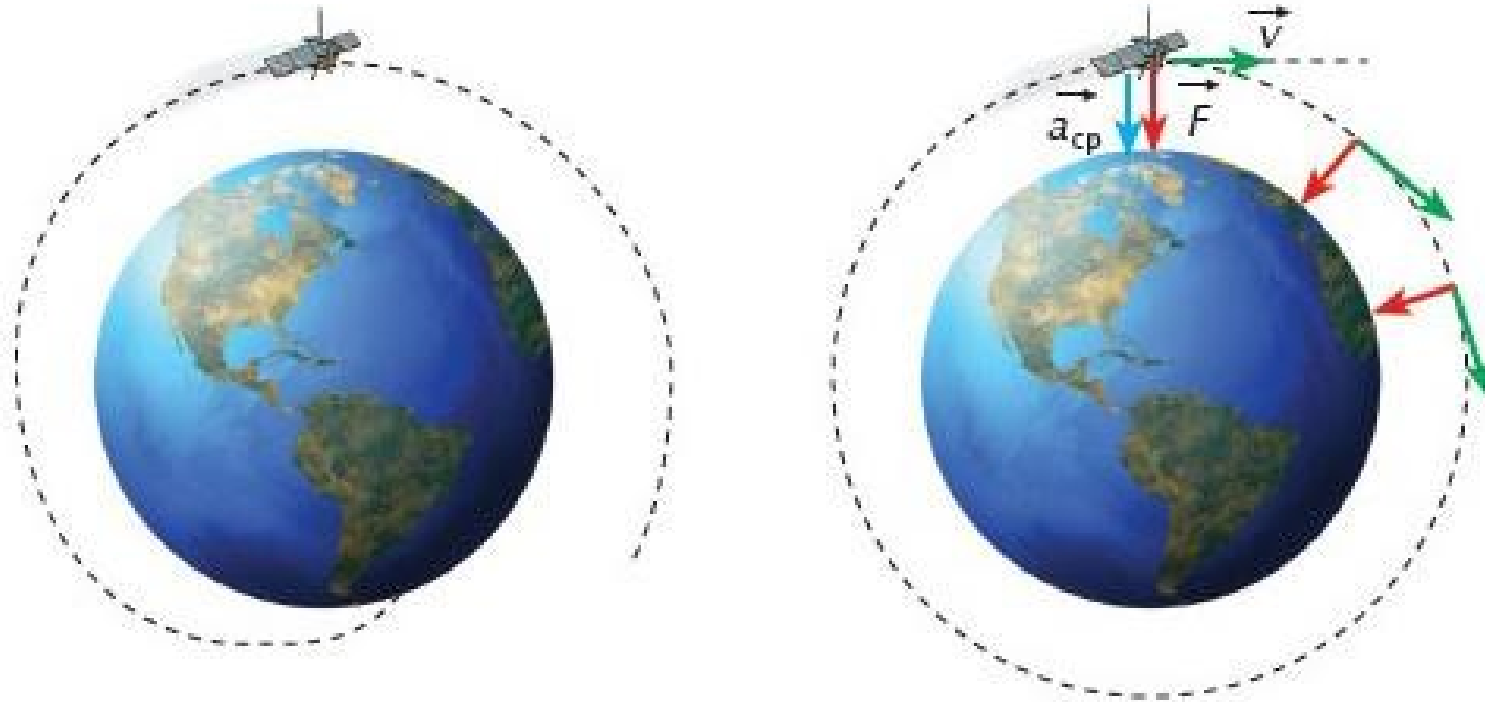


*Livro da
Moderna Plus - Física.*

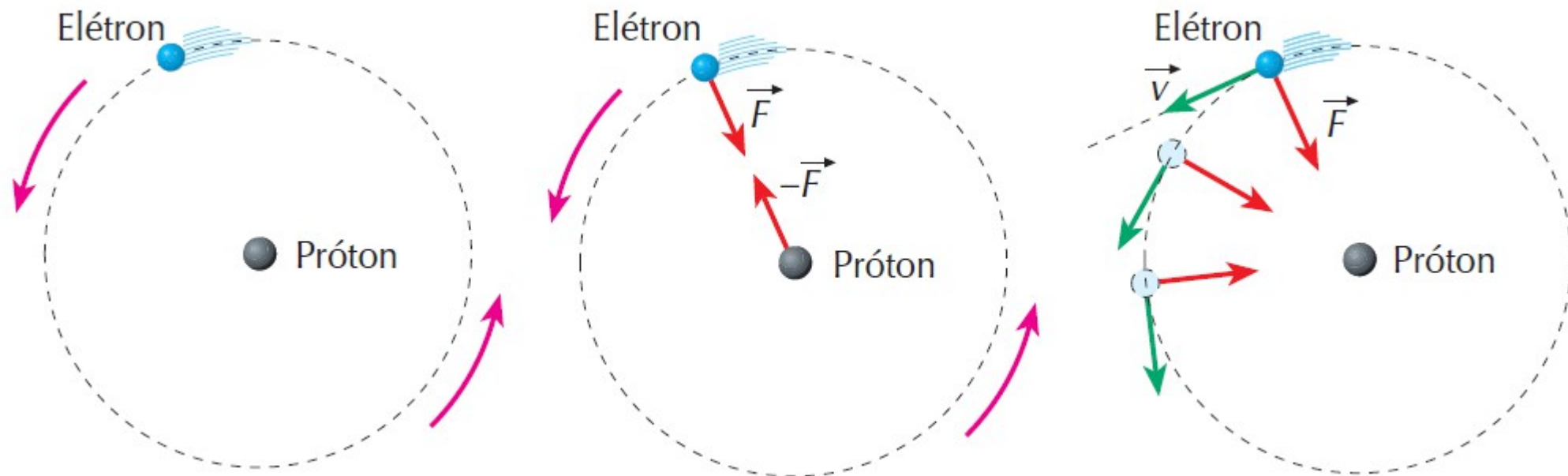
Ela está presente quando um carro faz uma curva, no loop em uma montanha-russa ou quando um motociclista descreve uma circunferência vertical no globo da morte.

Movimentos curvilíneos uniformes

A força de atração da Terra sobre o satélite altera a direção de sua velocidade, garantindo-lhe a aceleração centrípeta necessária para permanecer em órbita.



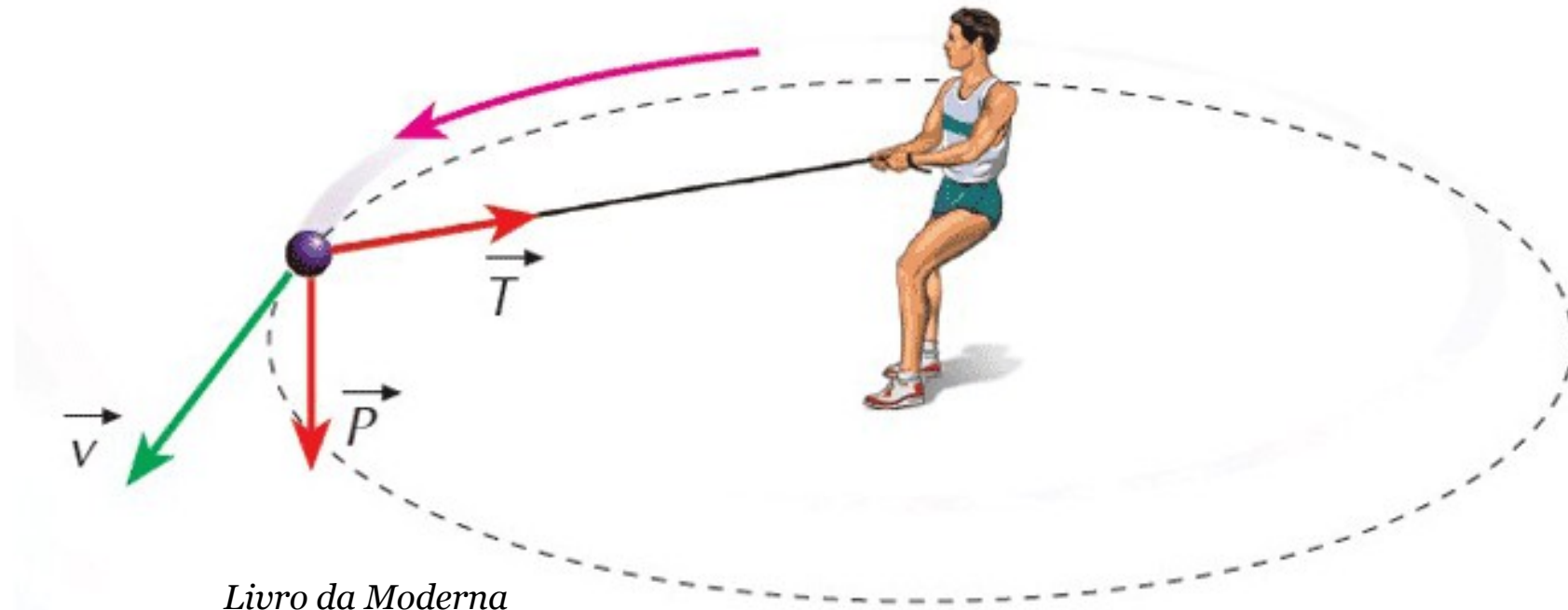
O átomo de hidrogênio possui um único elétron, que gira em torno de seu núcleo, constituído por um único próton.



Livro da Moderna Plus - Física

A força com que o próton atrai o elétron, altera a direção da velocidade do elétron, mantendo-o em órbita em torno do próton.

Considere, agora, uma bola de ferro presa a um fio e que descreve uma circunferência horizontal.



Livro da Moderna
Plus - Física

Sobre a bola atuam as **forças peso e tração** do fio, que lhe garantem a **aceleração centrípeta**.

Resultante Centrípeta

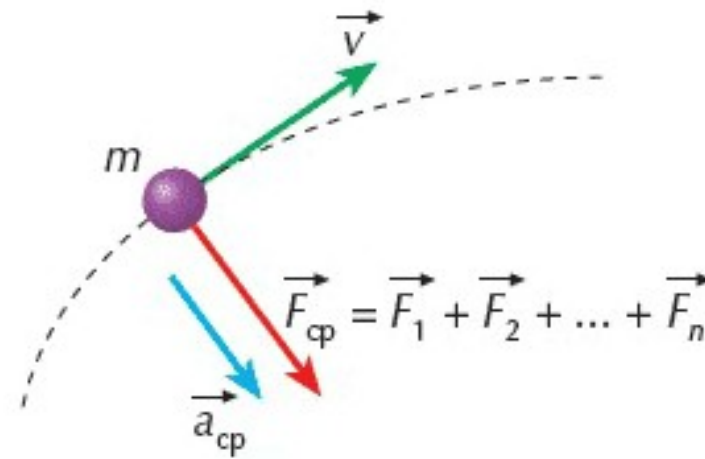
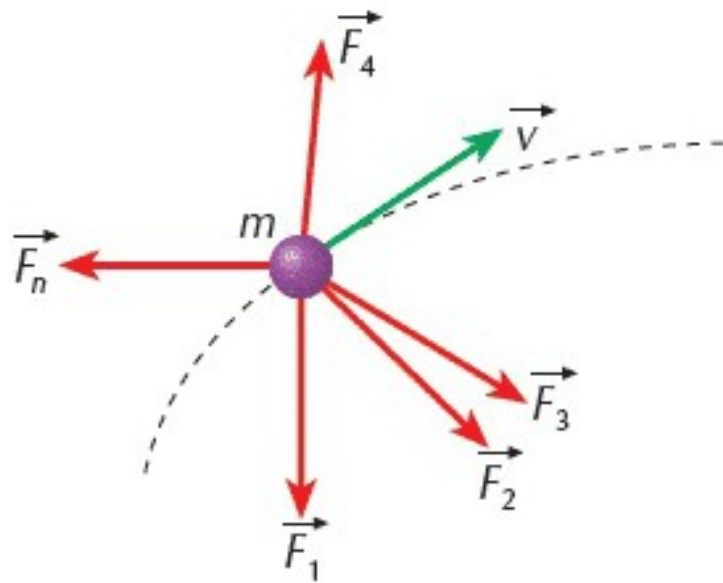
Quando um corpo descreve uma curva, a direção de sua velocidade vetorial varia. Para que isso ocorra, pelo princípio fundamental da Dinâmica, as forças que atuam no corpo devem garantir a aceleração centrípeta.



*Livro da Moderna
Plus - Física*

Na patinação artística, o patinador gira sua companheira aplicando uma força que garante uma aceleração centrípeta necessária para descrever a trajetória curvilínea.

Admita, então, que um corpo esteja realizando um movimento plano, curvilíneo e uniforme sob ação de forças, conforme figura abaixo:



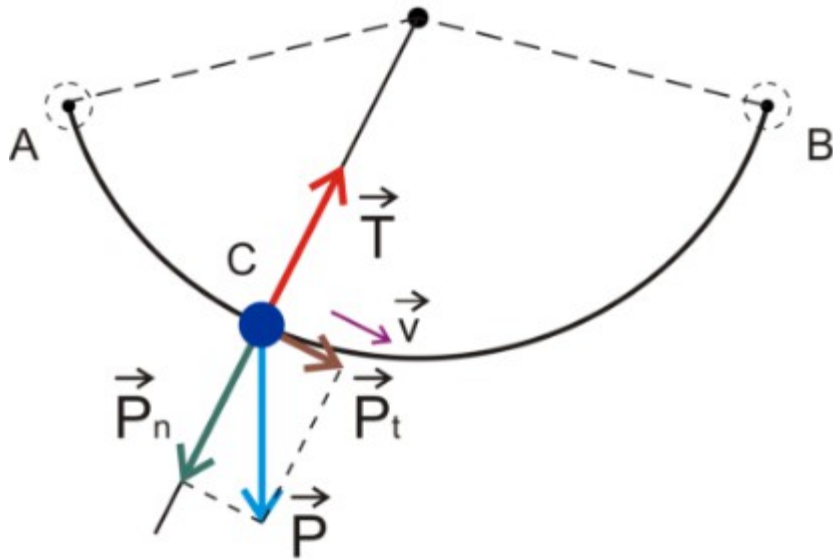
Livro da Moderna
Plus - Física

Como o movimento curvilíneo é uniforme, a aceleração é centrípeta e a resultante das forças está orientada para o centro da trajetória. Pelo princípio fundamental da Dinâmica:

$$\vec{F}_{cp} = m \cdot \vec{a}$$

Características da Resultante Centrípeta

- **Direção:** Perpendicular a velocidade tangencial.
- **Sentido:** Orientado para o centro da curva.
- **Módulo:**

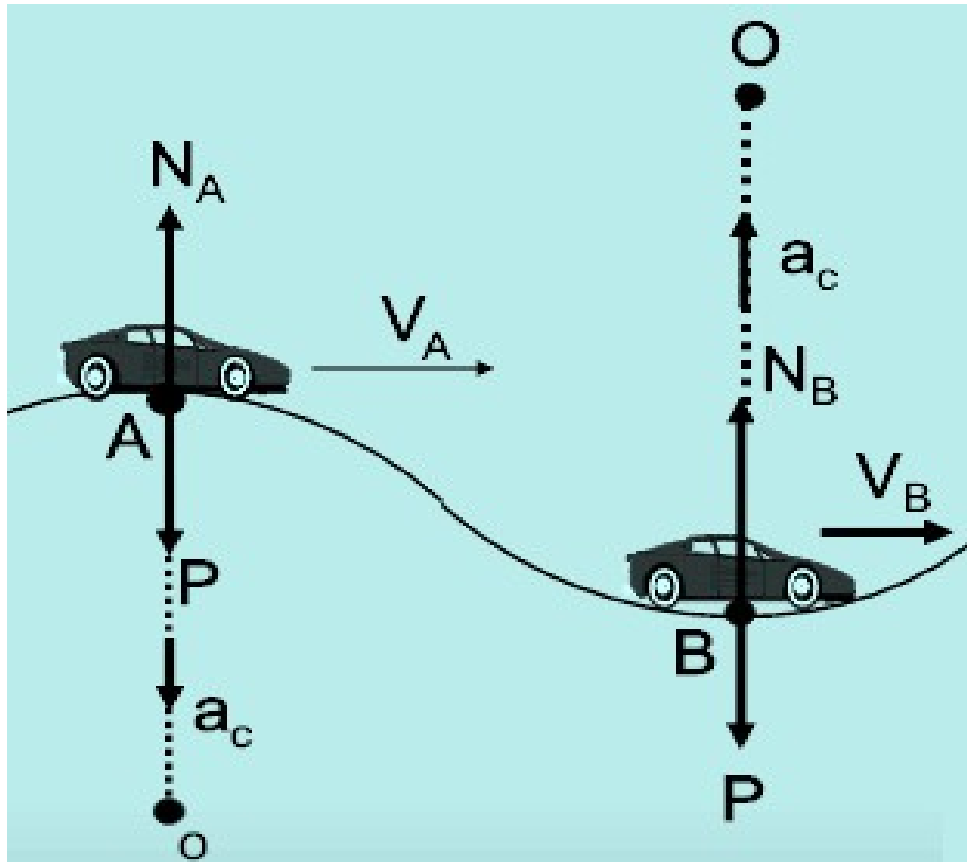


Google Imagens

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Exemplos da Resultante Centrípeta

- **No plano vertical:** Estrada em lombada e com depressão.



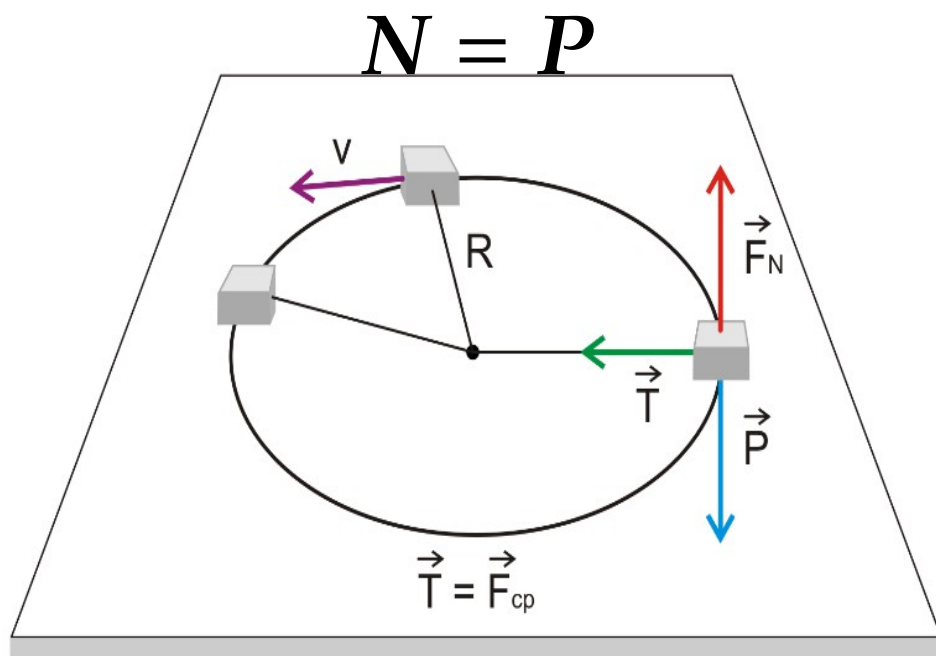
Google Imagens.

$$F_{cp} = P - N_A = m \cdot \frac{v_A^2}{R_A}$$

$$F_{cp} = N_B - P = m \cdot \frac{v_B^2}{R_B}$$

Exemplos da Resultante Centrípeta

- **No plano horizontal:** Bloco preso por um fio em M.C.U. em um plano horizontal.

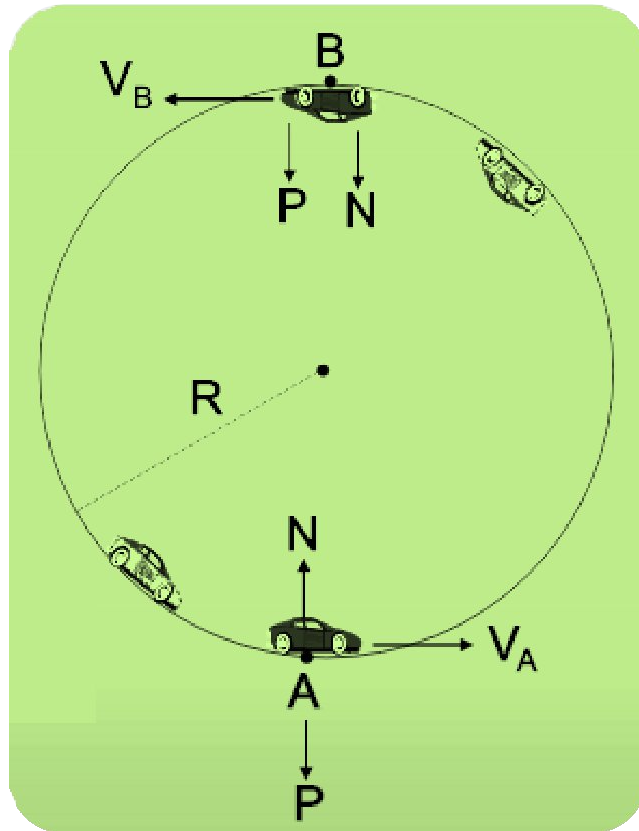


Google Imagens

$$F_{cp} = T = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Exemplos da Resultante Centrípeta

➤ Um automóvel num “looping”



Google Imagens

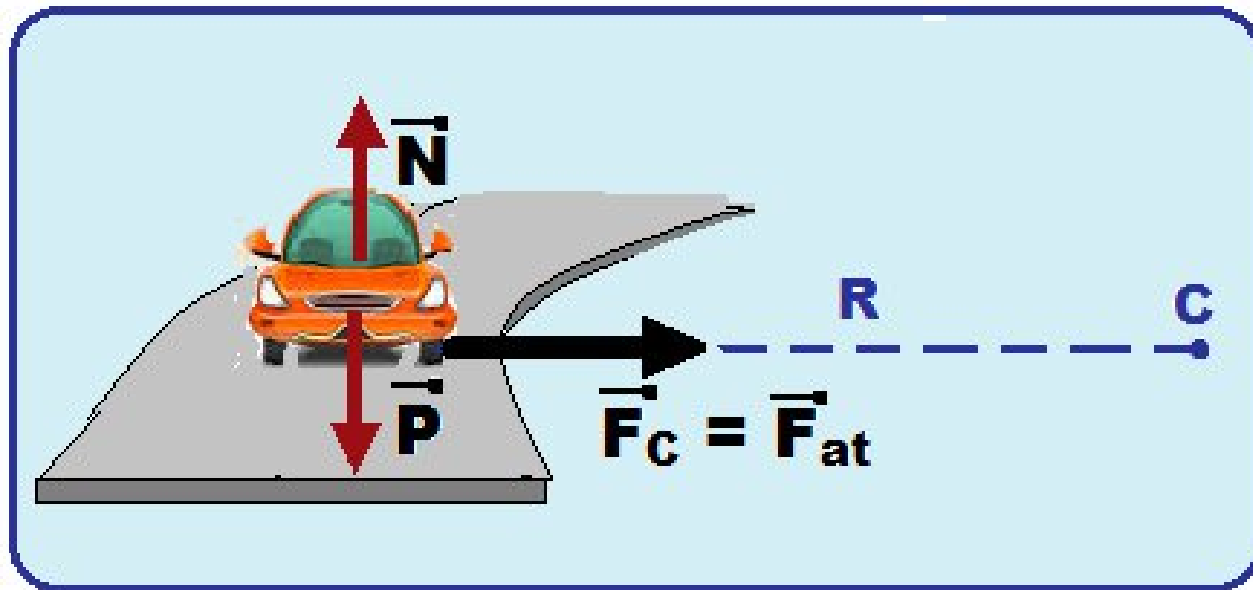
$$F_{cp} = N_A - P = m \cdot \frac{v_A^2}{R}$$

$$F_{cp} = N_B + P = m \cdot \frac{v_B^2}{R}$$

$$N_B = 0 \dots V_{\min} = \sqrt{R \cdot g}$$

Exemplos da Resultante Centrípeta

- *Força de atrito no movimento circular.*



Google Imagens

$$F_{cp} = f_{at} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

